

文章编号:1673-2049(2005)03-0016-04

框筒结构梁柱截面基于剪力滞最小的合理高度

沈蒲生, 孟焕陵

(湖南大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410082)

摘要:基于等效连续化方法给出了框筒结构剪力滞系数,通过对结构高度、平面形状、角柱面积、跨高比等影响剪力滞的主要因素分析,探讨了减小剪力滞的有效方法。再利用优化原理,寻求梁柱的合理跨高比使得剪力滞效应达到最小,以便充分发挥框筒结构的整体性能,进而确定梁柱的合理截面高度及合理开洞率。给出了计算图表及计算步骤,并结合具体算例,验证了优化后的剪力滞系数较优化前明显减小。结果表明:该方法简单、实用,可供初步设计使用。

关键词:框筒结构;等效连续体系;剪力滞;梁柱截面;合理高度

中图分类号:TU398.2

文献标志码:A

Reasonable section height of beam and column based on the minimum shear lag in framed tube structures

SHEN Pu-sheng, MENG Huan-ling

(School of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: Shear lag coefficient in framed tube structures was put forward based on the equivalent continuous system method. According to the analysis of the main influence factors on shear lag such as structural height, plane shape, area of corner column, and the ratio of span to height, the valid ways to reduce shear lag were discussed. In order to make the shear lag effect minimum and take full of structural space overall function, the reasonable ratio of span to height was studied using the optimal principle, and the reasonable section height and hole rate can be obtained. Some diagrams were given, and an example was taken to find that the shear lag coefficient became less obvious after the optimization. It is shown that this method is accurate and convenient enough for use during the preliminary stage of design.

Key words: framed tube structure; equivalent continuous system; shear lag; section of beam and column; reasonable height

0 引言

框筒结构的基本形式是由外围的深梁和密排柱构成的筒状空间框架。自20世纪60年代以来,框筒结构以其良好的抗侧能力与经济合理性,已被广泛应用于各类超高层建筑中。在水平荷载作用下,由于裙深梁的刚度并不是无限大,其柔性产生了剪

力滞效应^[1~4],使角柱的轴力增大、中柱的轴力减小,导致截面变形,不再符合初等梁理论的平截面假定,类似于薄壁箱形梁的受力性能。剪力滞框筒结构降低了结构的抗侧刚度与抗倾覆能力,使得空间整体性能不能完全发挥。为最大程度地提高结构所用材料的效率,如何减小剪力滞影响已成为框筒结构设计的主要问题。此外,框筒结构的深梁、密柱的

截面尺寸,不能按普通框架梁柱的方法来计算,而应从使剪力滞最小的角度去研究框筒梁柱的截面尺寸,从而获得合理的开洞率。

笔者基于等效连续化方法推导的框筒结构剪力滞系数,能较好地反映影响剪力滞的主要因素,在此基础上又探讨了减小剪力滞的有效方法。针对影响剪力滞系数的主要因素中,部分变量独立、部分变量藕连的特点,笔者利用优化原理,探讨了不同柱和梁剪跨比(1/2 净跨与截面高度之比)下,跨高比(裙梁跨度 s 与层高 h 之比)的合理取值,并绘制成便于查找的图表,此时的剪力滞效应最小,最能发挥框筒结构的整体性能,进而可确定梁柱的合理截面高度及合理开洞率。

1 剪力滞系数

在此利用等效连续化方法计算剪力滞系数。等效连续化方法,就是将每一面梁柱体系的框架用一个等效、均匀、正交、各向异性的平板来代替。

1.1 基本假定

(1)楼板平面内无限刚度假定;

(2)轴向位移假定:

腹板的轴向位移

$$w_w = ra[(1-\alpha)x/a + \alpha(x/a)^3] \tag{1}$$

翼缘板的轴向位移

$$w_f = ra[(1-\beta) + \beta(y/b)^2] \tag{2}$$

式中: r 为 4 根角柱所在平截面的转角,是 z 的函数, z 为计算截面距离地面的高度; a 为腹板框架 x 向长度的一半; b 为翼缘框架 y 向长度的一半; α 为腹板剪力滞系数; β 为翼缘板剪力滞系数。

1.2 剪力滞系数计算

利用最小势能原理,且假定 α 和 β 都可用包含待定系数的二次多项式函数近似表示。再利用边界条件可求得反映腹板和翼缘板剪力滞的系数 α 和 β (表 1),即

$$\alpha = \alpha_1(1 - \frac{z}{H})^2 + \alpha_2[2\frac{z}{H} - (\frac{z}{H})^2] \tag{3}$$

$$\beta = \beta_1(1 - \frac{z}{H})^2 + \beta_2[2\frac{z}{H} - (\frac{z}{H})^2] \tag{4}$$

式中: H 为结构总高度。

表 1 中,腹板和翼缘板的相对剪切刚度分别定义为

$$m_w = \frac{GH^2}{Ea^2} = \frac{1}{\varphi}(H/a)^2 \tag{5}$$

$$m_f = \frac{GH^2}{Eb^2} = \frac{1}{\varphi}(H/b)^2 \tag{6}$$

式中: E 为混凝土的弹性模量; G 为等效板的剪切模量; $\varphi = E/G$ 。由文献[5]可知

$$G = (h/s)/[(h-d_b)^3/(Ed_c^3) + (h/s)^2(s-d_c)^3/(Ed_b^3) + (h-d_b)/(G_c d_c) + (h/s)^2 \cdot (s-d_c)/(G_c d_b)] = (Eh/s)/[8\lambda_c^3 + 8\lambda_b^3(h/s)^2 + 5\lambda_c + 5\lambda_b(h/s)^2] \tag{7}$$

式中: d_b 、 d_c 分别为梁和柱的截面高度; λ_b 、 λ_c 分别为梁和柱剪跨比; G_c 为混凝土的剪切模量, $G_c = 0.4E$ 。引入开洞率 ρ ,经换算可得

$$\rho = 4\lambda_c\lambda_b \frac{d_c d_b}{sh} \tag{8}$$

混凝土弹性模量 E 与等效板剪切模量 G 之比

$$\varphi = \frac{8\lambda_c^3 + 8\lambda_b^3(h/s)^2 + 5\lambda_c + 5\lambda_b(h/s)^2}{h/s} \tag{9}$$

表 1 剪力滞系数计算

Tab. 1 Calculation of shear lag coefficient

作用形式	α	β
顶点集中荷载	$\alpha_1 = \frac{1.17m_w + 1.00}{m_w^2 + 2.67m_w + 0.57}$	$\beta_1 = \frac{3.50m_f + 12.60}{m_f^2 + 11.20m_f + 10.08}$
	$\alpha_2 = \frac{0.29m_w + 1.00}{m_w^2 + 2.67m_w + 0.57}$	$\beta_2 = \frac{0.88m_f + 12.60}{m_f^2 + 11.20m_f + 10.08}$
水平均布荷载	$\alpha_1 = \frac{2.57m_w + 1.12}{m_w^2 + 2.94m_w + 0.64}$	$\beta_1 = \frac{7.72m_f + 14.15}{m_f^2 + 12.35m_f + 11.32}$
	$\alpha_2 = \frac{0.03m_w + 1.12}{m_w^2 + 2.94m_w + 0.64}$	$\beta_2 = \frac{0.08m_f + 14.15}{m_f^2 + 12.35m_f + 11.32}$
倒三角形荷载	$\alpha_1 = \frac{2.22m_w + 1.09}{m_w^2 + 2.86m_w + 0.62}$	$\beta_1 = \frac{6.67m_f + 13.71}{m_f^2 + 12.01m_f + 10.97}$
	$\alpha_2 = \frac{0.10m_w + 1.09}{m_w^2 + 2.86m_w + 0.62}$	$\beta_2 = \frac{0.29m_f + 13.71}{m_f^2 + 12.01m_f + 10.97}$

2 剪力滞主要影响因素及减小方法

2.1 结构高度

式(3)、(4)中剪力滞系数 α 、 β 对相对高度 $\xi = z/H$ 求导,可得

$$\alpha' = 2(\alpha_2 - \alpha_1)(1 - \xi) < 0 \tag{10}$$

$$\beta' = 2(\beta_2 - \beta_1)(1 - \xi) < 0 \tag{11}$$

由此可知:剪力滞系数是相对高度 ξ 的递减函数,底部剪力滞现象相对严重一些。

由式(3)~(6)和表 1 可知:腹板和翼缘板剪力滞系数 α 和 β 分别为高宽比 H/a 和 H/b 的递减函数。在满足结构稳定的条件下,高宽比愈大,剪力滞系数愈小。

2.2 平面形状

由式(3)、(4)和表 1 可知:腹板和翼缘板剪力滞系数 α 和 β 分别为 a 和 b 的增函数。翼缘框架愈

长,剪力滞也愈大,翼缘框架中部的柱子轴力会很小。因此,框筒平面边长过大是不利的,宜选用正方形、圆形等规则平面。

2.3 角柱面积

角柱面积加大,在增大框筒结构整体刚度的同时,也增加了剪力滞效应,对结构设计不一定有好处。文献[6]中分析表明:将角柱面积减小或去除角柱,剪力滞效应明显减小,能较好地发挥框筒结构的空问受力性能。

2.4 跨高比

由式(3)~(6)和表1可知:腹板和翼缘板剪力滞系数为 φ 的递增函数, φ 愈小,剪力滞系数就愈小。而由式(9)可知: φ 是柱和梁剪跨比 λ_c 、 λ_b 与跨高比 s/h 的函数。一般说来,减小裙梁跨度或加大其截面高度,都能增大裙梁的剪切刚度,减小剪力滞效应。

3 跨高比、梁柱截面高度与开洞率

值得注意的是, φ 中的 λ_c 、 λ_b 与 s/h 对剪力滞的影响相互藕连,跨高比 s/h 对剪力滞的影响受 λ_c 、 λ_b 的制约。实际工程中,可以在已知 λ_c 、 λ_b 条件下去寻求合理的跨高比 s/h ,使得剪力滞效应最小,充分发挥框筒结构的空问整体性能,从而确定框筒结构深梁密柱的截面尺寸。

3.1 优化模型

由于剪力滞系数为 φ 的递增函数,要想剪力滞效应最小,亦即要求 φ 最小。利用优化原理,在 λ_c 、 λ_b 满足一定界限约束条件下,求 φ 的最小值,此时变量 h/s 即为所求。其数学模型为

$$\min \varphi = \frac{8\lambda_c^3 + 8\lambda_b^3 (h/s)^2 + 5\lambda_c + 5\lambda_b (h/s)^2}{h/s}$$

s. t.

$$1.5 \leq \lambda_c \leq 6.0, 1.5 \leq \lambda_b \leq 6.0$$

这是一个有约束条件的非线性优化问题,其解法有很多:①直接处理约束的方法;②直接搜索法;③用线性规划法逐次逼近原问题的方法;④将线性规划问题转化为一系列无约束优化问题来求解。

3.2 合理跨高比

MATLAB 软件也提供了强大的优化功能,可以通过编写 m 文件来实现有约束条件的非线性优化问题的求解。具体程序如下:

```
function f=objfun(x)
```

```
f=(8*x(1)^3+8*x(2)^3*x(3)^2+5*x(1)+5*x(2)*x(3)^2)/x(3);
```

```
function [c,ceq]=confun(x)
```

```
c=[];
```

```
ceq=[];
```

```
clear
```

```
x0=[1 1 1];
```

```
options=optimset('largescale','off','display','iter');
```

```
options=optimset(options,'tolx',1e-8);
```

```
options=optimset(options,'tolfun',1e-8);
```

```
lb=[1,1,0.2];
```

```
ub=[6,6,2];
```

```
[x,fval,exitflag,output]=fmincon('objfun',x0,[],[],[],[],lb,ub,'confun',options);
```

程序说明: $x=\varphi$, $x(1)=\lambda_c$, $x(2)=\lambda_b$, $x(3)=h/s$ 。function f 以下为定义目标函数语句,function $[c,ceq]$ 以下为定义约束函数语句,clear 以下为优化函数命令语句。

于是,可以得到 λ_c 、 λ_b 在不同取值下的 h/s ,然后取倒数可得合理的跨高比 s/h ,见表2。

从表2可以看出:数值关于黑粗线对称,梁柱合理跨高比 s/h 的取值均不大于1。柱和梁剪跨比 λ_c 、 λ_b 不同时, s/h 的取值亦不同。当 $\lambda_c=\lambda_b$ 时,取柱距与层高相等才能使得剪力滞最小; λ_c 与 λ_b 相差愈大,合理跨高比亦愈小。

3.3 梁柱截面合理高度与合理开洞率

实际工程中,根据建筑布置要求,往往已知柱和梁剪跨比 λ_c 、 λ_b 以及层高 h ,这样就可利用梁柱合理跨高比 s/h 求得梁柱截面的合理高度。具体的步骤如下:

(1)已知 λ_c 与 λ_b ,可查表2,得合理跨高比 s/h 。

(2)将查得的跨高比 s/h 与层高 h 相乘,得柱距 s 。

(3)解方程组
$$\begin{cases} \lambda_b = \frac{s-d_c}{2d_b} \\ \lambda_c = \frac{h-d_b}{2d_c} \end{cases}$$
,可得梁柱截面合理高度 d_b 、 d_c 。

度 d_b 、 d_c 。

此外,利用公式 $\rho=4\lambda_c\lambda_b d_c d_b/(sh)$,还可求得合理开洞率。

4 算 例

某框筒结构如图1所示,层高 $h=3$ m,共20层。柱剪跨比 $\lambda_c=2.0$,梁剪跨比 $\lambda_b=1.5$ 。求梁柱截面高度及合理开洞率:

(1)已知 $\lambda_c=2.0$ 与 $\lambda_b=1.5$,查表2得合理跨高比 $s/h=0.683$ 。

表 2 合理跨高比 s/h

Tab. 2 Reasonable ratio of span to height

λ_c	λ_b									
	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0
1.5	1.000 0	0.682 8	0.500 9	0.386 8	0.309 4	0.254 7	0.214 3	0.183 5	0.159 4	0.140 1
2.0	0.682 8	1.000 0	0.733 6	0.566 0	0.453 1	0.373 0	0.313 8	0.268 7	0.233 4	0.205 2
2.5	0.500 9	0.733 6	1.000 0	0.771 5	0.617 6	0.508 4	0.427 7	0.366 3	0.318 1	0.279 7
3.0	0.386 8	0.566 0	0.771 5	1.000 0	0.800 5	0.658 9	0.554 4	0.474 7	0.412 4	0.362 5
3.5	0.309 4	0.453 1	0.617 6	0.800 5	1.000 0	0.823 2	0.692 6	0.593 0	0.515 1	0.452 8
4.0	0.254 7	0.373 0	0.508 4	0.658 9	0.823 2	1.000 0	0.841 4	0.720 4	0.625 8	0.550 1
4.5	0.214 3	0.313 8	0.427 7	0.554 4	0.692 6	0.841 4	1.000 0	0.856 3	0.743 8	0.653 8
5.0	0.183 5	0.268 7	0.366 3	0.474 7	0.593 0	0.720 4	0.856 3	1.000 0	0.868 6	0.763 6
5.5	0.159 4	0.233 4	0.318 1	0.412 4	0.515 1	0.625 8	0.743 8	0.868 6	1.000 0	0.879 1
6.0	0.140 1	0.205 2	0.279 7	0.362 5	0.452 8	0.550 1	0.653 8	0.763 6	0.879 1	1.000 0

(2) $s = h \cdot s/h = 2\,049\text{ mm}$,取合理柱距 $s = 2\,000\text{ mm}$ 。

(3)解方程组
$$\begin{cases} 1.5 = \frac{2\,000 - d_c}{2d_b} \\ 2.0 = \frac{3\,000 - d_b}{2d_c} \end{cases}, \text{得 } d_c = 636\text{ mm},$$
$$d_b = 455\text{ mm}.$$

实际工程取 $d_c = 600\text{ mm}$, $d_b = 450\text{ mm}$ 。由此可推出 $\lambda_c = 2.125$, $\lambda_b = 1.556$ 。

此时,合理开洞率为
$$\rho = 4\lambda_c\lambda_b \frac{d_c d_b}{sh} = 26\%$$
如果不进行优化,直接取 $d_c = 600\text{ mm}$, $d_b = 800\text{ mm}$, $s = h = 3\,000\text{ mm}$,则 $\lambda_c = 1.83$, $\lambda_b = 1.5$ 。

优化前后的剪力滞系数对比见表 3。

表 3 优化前后的剪力滞系数对比

作用形式		结构状态	底部		顶部	
			腹板	翼缘板	腹板	翼缘板
顶点集中荷载	优化前		0.774	0.926	0.573	0.849
	优化后		0.583	0.787	0.373	0.681
水平均布荷载	优化前		1.052	0.872	0.524	0.831
	优化后		0.879	0.688	0.320	0.656
倒三角形荷载	优化前		0.991	1.000	0.539	0.835
	优化后		0.813	0.901	0.335	0.662

从表 3 可以看出:无论哪种荷载作用下,优化后的剪力滞系数均比优化前减小 15%~25%,说明通过优化梁柱截面尺寸,减小剪力滞效果显著。

5 结 语

(1)基于等效连续化方法推导出的剪力滞系数,

能较好地反映影响剪力滞的主要因素。

(2)提出了减小剪力滞的各种有效方法。

(3)利用优化原理,寻求梁柱合理跨高比使得剪力滞效应最小,进而确定梁柱合理截面高度及合理开洞率。算例表明:通过优化梁柱截面尺寸,减小剪力滞效果显著,该法简单、实用,可供初步设计使用。

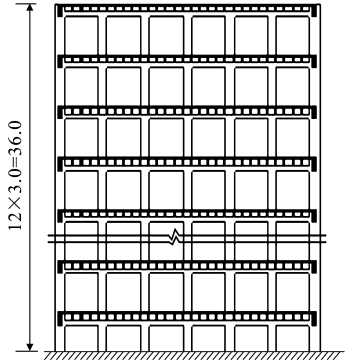


图 1 框筒结构/m

Fig. 1 Framed tube structures

参考文献:

[1] 周锡元,阎维明,杨润林. 建筑结构的隔震减振和振动控制[J]. 建筑结构学报,2002,23(2):2—12.

[2] FOUTCH D A, CHANG P C. A shear lag anomaly [J]. J. Struct. Div., ASCE, 1982, 108 (7): 1 653—1 658.

[3] SINGH Y, NAGPAL A K. Negative shear lag in frame-tube buildings[J]. J. Struct. Engrg., ASCE, 1994, 120(1): 3 105—3 121.

[4] KHAN F R, AMIN N R. Analysis and design of frame tube structures for tall concrete buildings[J]. Struct. Eng., 1973, 51(3): 85—92.

[5] HA K H, FAZIO P P, MOSELHI O. Orthotropic membrane for tall building analysis[J]. J. Struct. Div., ASCE, 1978, 104(9): 1 495—1 505.

[6] 陈岳辉,刘 斌. 框筒结构中角柱刚度对结构内力分布影响的研究[J]. 结构工程师,1998,14(2):14—18.