

文章编号:1673-2049(2005)04-0015-07

混凝土弹塑性损伤本构关系统一模型

吴建营¹, 李 杰²

(1. 华南理工大学 建筑学院, 广东 广州 510640; 2. 同济大学 土木工程学院, 上海 200092)

摘 要:在提出了静力弹塑性损伤本构模型的基础上,通过对损伤能释放率阈值进行 PERZYNA 粘性规则化以及引入粘弹性—损伤阻尼应力,建立了基于能量的混凝土弹塑性损伤本构关系统一模型;给出了该模型的基本公式和相应的非线性有限元数值实现算法,并对 KOYNA 混凝土重力坝进行了动力非线性数值模拟。结果表明:建议统一模型能较好地描述包括应变率效应在内的混凝土典型非线性行为,并可以直接在材料本构层次考虑阻尼的影响,同时其数值算法是稳定有效的,可以应用于大型混凝土结构的非线性分析。

关键词:混凝土;损伤力学;本构模型;非线性分析

中图分类号:TU313 **文献标志码:**A

Unified elasto-plastic damage constitutive relations model for concrete

WU Jian-ying¹, LI Jie²

(1. School of Architecture, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China;

2. School of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: On the basis of the PERZYNA-type viscous regulating of the damage energy release rate thresholds and the introducing of the visco-elastic-damage damping stress, the unified framework of the elasto-plastic damage model for concrete was proposed, which is capable of describing the typical nonlinear behaviors of concrete under various loading states and taking the damping into consideration on the material scale. The primary formulations and the corresponding numerical algorithm were presented in details. The simulation results of KOYNA dam demonstrate its effectiveness and capability of predicting the nonlinear responses of large concrete structures under static and dynamic loadings.

Key words: concrete; damage mechanics; constitutive model; nonlinear analysis

0 引 言

荷载超过一定范围后,混凝土材料将表现出明显的非线性特性,如刚度退化、强度软化、双轴受压强度提高、双轴拉压软化效应、卸载后存在的不可恢复变形和单边效应等典型的静力非线性行为^[1],以及动力作用下的应变率效应,即材料的损伤和非线性程度随应变率的增加而降低,抗拉和抗压强度则

随应变率的增加而提高等现象^[2]。同时,动力作用下结构的振动将导致能量消耗,这种耗能机制对结构反应具有相当大的影响^[3,4]。研究表明:混凝土材料的非线性行为主要是由损伤演化(微裂缝和微孔洞的发展、融合及贯通等)和塑性流动来控制^[1];高应变率对微裂缝发展,即损伤演化的迟滞作用^[5]导致了混凝土材料非线性程度降低及动力强度提高等;同时,振动时的能量消耗主要集中于材料本构层

收稿日期:2005-10-29

基金项目:国家自然科学基金创新研究群体科学基金项目(50321803)

作者简介:吴建营(1977-),男,湖北麻城人,华南理工大学讲师,工学博士。E-mail:jywu@scut.edu.cn

次。基于上述事实,笔者认为:弹塑性损伤本构关系可以从物理本质上更好地反映混凝土材料的典型非线性行为,利用这种本构关系得到的(钢筋)混凝土结构的非线性分析结果也更为准确。

在损伤力学和弹塑性力学的理论框架内,文献[6]~[11]中建立了一类基于能量的弹塑性损伤本构模型,可以较好地描述静力作用下的混凝土非线性行为。在此基础上,笔者将上述模型进行动力推广,建立了基于能量的混凝土弹塑性损伤本构关系的统一模型,能够描述包括应变率效应在内的混凝土典型非线性行为,同时可以直接在材料本构层次考虑阻尼的影响。此外,笔者给出了该模型的基本公式及其非线性有限元数值实现算法,包括应力更新算法和相应算法的一致性切线模量。

1 张量及率张量的正、负分解

在材料建模和数值实现过程中,为了描述混凝土材料在拉、压应力状态下的不同特性,往往需要将某些二阶对称张量 \mathbf{X} (应力张量、应变张量等) 和其率张量 $\dot{\mathbf{X}}$ (应力率张量、应变率张量等) 分解为正、负分量 \mathbf{X}^+ 、 \mathbf{X}^- 和 $\dot{\mathbf{X}}^+$ 、 $\dot{\mathbf{X}}^-$ 的形式^[11~15], 即

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}^+ + \mathbf{X}^-, \quad \dot{\mathbf{X}} = \dot{\mathbf{X}}^+ + \dot{\mathbf{X}}^- \quad (1)$$

$$\mathbf{X}^+ = \mathbf{P}_X^+ : \mathbf{X}, \quad \mathbf{X}^- = \mathbf{X} - \mathbf{X}^+ = \mathbf{P}_X^- : \mathbf{X} \quad (2)$$

$$\dot{\mathbf{X}}^+ = \mathbf{Q}_X^+ : \dot{\mathbf{X}}, \quad \dot{\mathbf{X}}^- = \dot{\mathbf{X}} - \dot{\mathbf{X}}^+ = \mathbf{Q}_X^- : \dot{\mathbf{X}} \quad (3)$$

式中: 标记“:”为二阶缩并积; 四阶对称张量 \mathbf{P}_X^+ 、 \mathbf{P}_X^- 和 \mathbf{Q}_X^+ 、 \mathbf{Q}_X^- 分别为张量 \mathbf{X} 和率张量 $\dot{\mathbf{X}}$ 的正、负投影算子, 表示为 \mathbf{X} 的特征值 $\hat{X}^{(n)}$ 和相应的特征向量 $\mathbf{p}_X^{(n)}$ 的函数^[15]

$$\mathbf{P}_X^+ = \sum_n H(\hat{X}^{(n)}) \mathbf{p}_X^{(n)} \otimes \mathbf{p}_X^{(n)}, \quad \mathbf{P}_X^- = \mathbf{I} - \mathbf{P}_X^+ \quad (4)$$

$$\mathbf{Q}_X^+ = \mathbf{P}_X^+ + 2 \sum_{n, m > i} \frac{\langle \dot{\mathbf{X}}^{(n)} \rangle - \langle \dot{\mathbf{X}}^{(m)} \rangle}{\hat{X}^{(n)} - \hat{X}^{(m)}} \mathbf{p}_X^{(nm)} \otimes \mathbf{p}_X^{(nm)},$$

$$\mathbf{Q}_X^- = \mathbf{I} - \mathbf{Q}_X^+ \quad (5)$$

式中: 标记“ \otimes ”为二阶张量积; \mathbf{I} 为四阶一致性张量; $H(\cdot)$ 和 $\langle \cdot \rangle$ 分别为 HEAVISIDE 函数和 MCAULEY 函数; $\mathbf{P}_X^{(nm)}$ 为二阶对称张量, 表示为

$$\mathbf{P}_X^{(nm)} = \frac{1}{2} [\mathbf{p}_X^{(n)} \otimes \mathbf{p}_X^{(m)} + \mathbf{p}_X^{(m)} \otimes \mathbf{p}_X^{(n)}] \quad (6)$$

2 弹塑性损伤本构关系统一模型

2.1 本构关系的统一表达式

采用损伤变量 d^+ 、 d^- 描述受拉损伤和受剪损伤机制对材料应变能及阻尼耗能能力降低的影响。在连续损伤力学和弹塑性力学的理论框架内, 笔者分别建立了基于能量的混凝土弹塑性损伤本构模

型^[6~11]和基于损伤的材料阻尼模型, 分别表示为

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - d^+) \boldsymbol{\sigma}^+ + (1 - d^-) \boldsymbol{\sigma}^- = (\mathbf{I} - \mathbf{D}) : \boldsymbol{\sigma} \quad (7)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{\text{vis}} = (1 - d^+) \boldsymbol{\sigma}_{\text{vis}}^+ + (1 - d^-) \boldsymbol{\sigma}_{\text{vis}}^- =$$

$$(\mathbf{I} - \mathbf{D}_{\text{vis}}) : \boldsymbol{\sigma}_{\text{vis}} \quad (8)$$

式中: $\boldsymbol{\sigma}$ 、 $\boldsymbol{\sigma}_{\text{vis}}$ 分别为材料变形引起的 CAUCHY 应力张量和动力作用下材料变形率引起的阻尼应力张量; $\boldsymbol{\sigma}$ 、 $\boldsymbol{\sigma}_{\text{vis}}$ 分别为相应的有效应力张量和有效阻尼应力张量; $\boldsymbol{\sigma}^+$ 、 $\boldsymbol{\sigma}^-$ 和 $\boldsymbol{\sigma}_{\text{vis}}^+$ 、 $\boldsymbol{\sigma}_{\text{vis}}^-$ 分别为 $\boldsymbol{\sigma}$ 和 $\boldsymbol{\sigma}_{\text{vis}}$ 的正、负分量; 四阶对称张量 \mathbf{D} 、 \mathbf{D}_{vis} 分别为 CAUCHY 应力损伤张量和阻尼应力损伤张量, 表示为

$$\mathbf{D} = d^+ \mathbf{P}^+ + d^- \mathbf{P}^-, \quad \mathbf{D}_{\text{vis}} = d^+ \mathbf{P}_{\text{vis}}^+ + d^- \mathbf{P}_{\text{vis}}^- \quad (9)$$

式中: \mathbf{P}^+ 、 \mathbf{P}^- 和 $\mathbf{P}_{\text{vis}}^+$ 、 $\mathbf{P}_{\text{vis}}^-$ 分别为 $\boldsymbol{\sigma}$ 和 $\boldsymbol{\sigma}_{\text{vis}}$ 的正、负投影算子, 由式(4)给出。

同时 $\boldsymbol{\sigma}$ 、 $\boldsymbol{\sigma}_{\text{vis}}$ 也分别满足无损伤材料的弹塑性本构关系^[16]和粘弹性本构关系, 即

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}_0 : \boldsymbol{\varepsilon}^e = \mathbf{C}_0 : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^p) \quad (10)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{\text{vis}} = \beta_K \mathbf{C}_0 : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\text{vis}} \quad (11)$$

式中: \mathbf{C}_0 为材料的初始刚度张量; $\boldsymbol{\varepsilon}$ 、 $\boldsymbol{\varepsilon}^e$ 、 $\boldsymbol{\varepsilon}^p$ 分别为总应变张量、弹性应变张量和塑性应变张量; β_K 为 RAYLEIGH 刚度比例阻尼系数; $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\text{vis}}$ 为阻尼相关应变率张量, 取决于结构动力平衡方程的求解算法, 将在第 3 节中的数值算法部分给出。

从动力非线性有限元分析^[17]的角度出发, 可以直接在材料本构层次考虑阻尼的影响, 即将在外荷载作用下材料的总应力张量 $\boldsymbol{\sigma}_{\text{tot}}$ 表示为 CAUCHY 应力张量 $\boldsymbol{\sigma}$ 和阻尼应力张量 $\boldsymbol{\sigma}_{\text{vis}}$ 之和的形式, 得到弹塑性损伤本构关系的统一模型为

$$\left. \begin{aligned} \boldsymbol{\sigma}_{\text{tot}} &= \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\sigma}_{\text{vis}} = (1 - d^+) \boldsymbol{\sigma}_{\text{tot}}^+ + (1 - d^-) \boldsymbol{\sigma}_{\text{tot}}^- \\ \boldsymbol{\sigma}_{\text{tot}}^+ &= \boldsymbol{\sigma}^+ + \boldsymbol{\sigma}_{\text{vis}}^+ \\ \boldsymbol{\sigma}_{\text{tot}}^- &= \boldsymbol{\sigma}^- + \boldsymbol{\sigma}_{\text{vis}}^- \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

需要指出的是: 材料的本质属性仍然由 CAUCHY 应力张量 $\boldsymbol{\sigma}$ 控制, 阻尼应力张量 $\boldsymbol{\sigma}_{\text{vis}}$ 并不直接对其产生影响。

2.2 内变量及其演化法则

上述弹塑性损伤本构模型中, 塑性应变张量 $\boldsymbol{\varepsilon}^p$ 以及损伤变量 d^+ 、 d^- 均为内变量, 必须首先给出其演化法则。

式(10)中塑性应变张量 $\boldsymbol{\varepsilon}^p$ 的演化法则可以通过有效应力空间塑性力学的方法确定^[9~11], 然而考虑到大型(钢筋)混凝土结构非线性分析的需要, 在不影响计算精度的前提下, 建议采用简化公式

$$\left. \begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p &= b^p \boldsymbol{\sigma} \\ b^p &= E_0 [\xi^+ H(\dot{d}^+) + \xi^- H(\dot{d}^-)] \frac{\langle \boldsymbol{\varepsilon}^e : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \rangle}{\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\sigma}} \geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中: E_0 为材料初始弹性模量; ξ^+ 、 ξ^- 分别为描述混凝土受拉和受压塑性变形的模型参数, $0 \leq \xi^\pm \leq 1$, $\xi^\pm = 0, 1$ 分别对应于有效应力空间的线弹性和理想弹塑性。

将式(10)两边微分并将式(13)代入后,可得

$$\left. \begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\sigma}} &= \mathbf{C}_0 : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p) = \bar{\mathbf{C}}^{\text{ep}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \\ \bar{\mathbf{C}}^{\text{ep}} &= \mathbf{C}_0 - E_0 [\xi^+ H(\dot{\gamma}^+) + \xi^- H(\dot{\gamma}^-)] \cdot \\ &\quad H(\mathbf{I}_{\boldsymbol{\sigma}} : \Delta \boldsymbol{\varepsilon})(\mathbf{I}_{\boldsymbol{\sigma}} \otimes \mathbf{I}_{\boldsymbol{\sigma}}) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式中: $\bar{\mathbf{C}}^{\text{ep}}$ 为材料的有效弹塑性切线刚度张量; \mathbf{I}_x 为 \mathbf{X} 的单位张量, $\mathbf{I}_x = \mathbf{X} / \|\mathbf{X}\|$, \mathbf{I} 为二阶一致性张量, $\|\mathbf{X}\| = \sqrt{\mathbf{X} : \mathbf{X}}$ 为二阶张量 \mathbf{X} 的模。

遵循不可逆热动力学基本原理,基于与损伤变量 d^\pm 功共轭的热力学广义力——损伤能释放率 Y^\pm , 建议模型给出的损伤状态方程(损伤准则)^[9,11] 为

$$\left. \begin{aligned} G^\pm(Y^\pm, r^\pm) &= Y^\pm - r^\pm \leq 0 \\ Y^+ &= \sqrt{E_0(\boldsymbol{\sigma}^+ : \mathbf{A}_0 : \boldsymbol{\sigma}^+)} \\ Y^- &= \alpha \bar{I}_1 + \sqrt{3\bar{J}_2} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中: r^\pm 为损伤能释放率阈值; \mathbf{A}_0 为材料的初始柔度张量, $\mathbf{A}_0 = \mathbf{C}_0^{-1}$; \bar{I}_1 、 \bar{J}_2 分别为有效应力张量 $\boldsymbol{\sigma}$ 的第一不变量和偏量第二不变量; α 为材料参数, 对于混凝土, 一般可取 $\alpha = 0.1212$ 。

对于应变率无关材料, 当处于损伤加载状态时, 可以通过损伤一致性条件给出损伤能释放率阈值 r^\pm 的演化法则^[11~13]

$$\dot{G}^\pm(Y^\pm, r^\pm) = 0 \Rightarrow \dot{r}^\pm = \dot{Y}^\pm \geq 0 \quad (16)$$

对于应变率相关材料, 损伤一致性条件[式(16)]不再成立。类似于粘塑性流动法则中对塑性流动因子进行 PERZYNA 粘塑性规则化^[18] 的方法, 可以给出 r^\pm 的演化法则为

$$\dot{r}^\pm = \mu^\pm < \Phi^\pm, \Phi^\pm = G^\pm / r^\pm = (Y^\pm / r^\pm - 1)^{a^\pm} \quad (17)$$

式中: Φ^\pm 为粘性损伤能释放率阈值流动函数; μ^\pm 为损伤能释放率阈值流动因子/($\text{N} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$); a^\pm 为材料常数。根据对文献[5]中试验的模拟分析, 在建议模型中, 式(17)中的材料参数分别取为: $\mu^+ = 2.1 \times 10^9 \text{ N}/(\text{s} \cdot \text{m})$, $\mu^- = 6.0 \times 10^{10} \text{ N}/(\text{s} \cdot \text{m})$, $a^+ = 5.5$, $a^- = 4.5$ 。

从第3节中的数值算法可以看出: 式(17)实际上包含了式(16)给出的应变率无关损伤和无损伤演化在内的损伤能释放率阈值 r^\pm 的通用演化法则。

根据上述损伤准则和损伤演化法则, 可给出损伤变量的表达式为^[10,13]

$$d^+ = 1 - \frac{r_0^+}{r^+} \left\{ (1 - A^+) + A^+ \cdot \right.$$

$$\left. \exp \left[B^+ \left(1 - \frac{r^+}{r_0^+} \right) \right] \right\} \quad (18)$$

$$\left. \begin{aligned} d^- &= 1 - \left\{ \frac{r_0^-}{r^-} (1 - A^-) + A^- \cdot \right. \\ &\quad \left. \exp \left[B^- \left(1 - \frac{r^-}{r_0^-} \right) \right] \right\} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

式中: A^+ 、 B^+ 和 A^- 、 B^- 分别为模型参数, 可以根据试验得到的单轴受拉和单轴受压应力—应变曲线加以标定; 初始损伤能释放率阈值 r_0^\pm 可以根据式(15)表示为

$$r_0^+ = f_0^+, r_0^- = (1 - \alpha) f_0^- \quad (20)$$

式中: f_0^+ 对应于单轴受拉状态下的线弹性极限强度, 一般取为单轴抗拉强度 f_t ; f_0^- 对应于单轴受压状态下的线弹性极限强度, 一般取为 $0.3f_c \sim 0.5f_c$, f_c 为单轴抗压强度。式(18)、(19)不仅适用于素混凝土, 还可以考虑钢筋混凝土中钢筋直径及配筋率的影响^[11]。

以上给出的基本公式和内变量演化法则构成了基于能量的混凝土弹塑性损伤本构关系统一模型: 可以描述材料的应变率效应, 同时能够在本构层次直接考虑阻尼的影响。

3 模型的数值实现算法

3.1 非线性动力平衡方程求解

任意时刻 t_{n+1} , 在地震动等外荷载 \mathbf{F}^{ext} 作用下, 利用 HHT- α 方法(参数为 $0 \leq \alpha_f \leq 1/3$, 当 $\alpha_f = 0$ 时, 退化为 NEWMARK- β 方法, 一般取 $\alpha_f = 0.05$ 以消除高频数值噪声且不影响计算精度)^[4], 结构的非线性动力平衡方程可以表示为^[3]

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}_{n+1} + \mathbf{F}_{n+1-\alpha_f} = \mathbf{F}_{n+1-\alpha_f}^{\text{ext}} \quad (21)$$

或其增量形式

$$[\mathbf{M} \frac{d\ddot{\mathbf{u}}_{n+1}}{du_{n+1}} + (1 - \alpha_f) \frac{d\mathbf{F}_{n+1}}{du_{n+1}}] \Delta \mathbf{u} = (1 - \alpha_f) \Delta \mathbf{F}^{\text{ext}} \quad (22)$$

式中: $\ddot{\mathbf{u}}$ 、 $\dot{\mathbf{u}}$ 、 \mathbf{u} 分别为结构相对于地震动时程 $\ddot{\mathbf{u}}_g$ 的相对加速度、相对速度和相对位移; $\mathbf{F}_{n+1-\alpha_f}^{\text{ext}}$ 表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{n+1-\alpha_f}^{\text{ext}} &= \alpha_f \mathbf{F}_n^{\text{ext}} + (1 - \alpha_f) \mathbf{F}_{n+1}^{\text{ext}} = \\ &\quad \alpha_f \mathbf{F}_n^{\text{ext}} + (1 - \alpha_f) \int_{\Omega} \mathbf{B}^T (\boldsymbol{\sigma}_{\text{tot}})_{n+1} d\Omega \end{aligned} \quad (23)$$

基于 NEWMARK 的线性加速度假定, 可以给出加速度增量、速度增量与位移增量之间的关系^[3], 则式(11)中的阻尼相关应变率张量 $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\text{vis}}$ 以及式(22)可以分别表示为

$$\begin{aligned} (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\text{vis}})_{n+1} &= \frac{\gamma}{\beta_f \Delta t} \Delta \boldsymbol{\varepsilon} + (1 - \frac{\gamma}{2\beta_f}) (\Delta \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\text{vis}})_n + \\ &\quad (1 - \frac{\gamma}{\beta_f}) (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\text{vis}})_n \end{aligned} \quad (24)$$

$$\bar{\mathbf{K}}^{\text{tan}} \Delta \mathbf{u} = \Delta \mathbf{P} \quad (25)$$

式中: Δt 、 $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}$ 分别为相应的时间增量和应变张量增量; β_f 、 γ 为与 α_f 相关的参数, 即

$$\beta_f = \frac{1}{4}(1 + \alpha_f)^2, \quad \gamma = \frac{1}{2} + \alpha_f \quad (26)$$

此外, $\Delta \mathbf{P}$ 为拟静力外荷载向量; $\bar{\mathbf{K}}^{\text{tan}}$ 为结构的拟静力切线刚度矩阵, 表示为

$$\bar{\mathbf{K}}^{\text{tan}} = \frac{1}{\beta_f (\Delta t)^2} \mathbf{M} + (1 - \alpha_f) \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \left(\frac{d\boldsymbol{\sigma}_{\text{tot}}}{d\boldsymbol{\varepsilon}} \right)_{n+1} \mathbf{B} d\Omega \quad (27)$$

式中: $(d\boldsymbol{\sigma}_{\text{tot}}/d\boldsymbol{\varepsilon})_{n+1}$ 为算法一致性切线模量^[19], 其影响着非线性方程组式(21)的收敛精度。

对于 NEWMARK- β 方法, 即 $\alpha_f = 0$ 时, 式(24)简化为式(28)的梯形关系

$$\frac{(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\text{vis}})_{n+1} + (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\text{vis}})_n}{2} = \frac{\Delta \boldsymbol{\varepsilon}}{\Delta t} \quad (28)$$

从上述数值算法可以看出, 建议统一模型的非线性有限元数值实现包括两部分: ①在应变历史 $\boldsymbol{\varepsilon} \equiv \nabla^s \mathbf{u}(t)$ 以及增量步 n 的所有物理量已知(初始条件)的情况下, 更新增量步 $n+1$ 的总应力张量 $(\boldsymbol{\sigma}_{\text{tot}})_{n+1}$; ②给出与上述更新算法一致的切向模量(刚度) $(d\boldsymbol{\sigma}_{\text{tot}}/d\boldsymbol{\varepsilon})_{n+1}$ 。前者是本构模型数值实现的关键所在, 必须保证其算法的稳定性; 而后者则应尽量满足, 以保证算法收敛性和二阶收敛精度。同时还可以看出: 利用建议的混凝土弹塑性损伤本构关系统一模型, 直接在材料本构层次考虑阻尼的影响后, 结构动力非线性分析可以转化为常规的无阻尼结构动力学问题来处理, 其有限元方法数值实现^[17]十分方便。

3.2 应力更新算法

对应于增量步 $n+1$ (除特别标明外, 本节和 3.3 节中所有物理量均为增量步 $n+1$ 更新后的值, 为书写简便, 省略下标 $n+1$) 的应变张量增量 $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}$, 基于无条件稳定的后退欧拉法, 式(10)中的有效应力张量 $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ 可以更新为^[13]

$$\left. \begin{aligned} \bar{\boldsymbol{\sigma}} &= \zeta \bar{\boldsymbol{\sigma}}^{\text{trial}} \\ \bar{\boldsymbol{\sigma}}^{\text{trial}} &= \bar{\boldsymbol{\sigma}}_n + \mathbf{C}_0 : \Delta \boldsymbol{\varepsilon} \\ \zeta &= 1 - E_0 \frac{\xi^+ H(\dot{\gamma}^+) + \xi^- H(\dot{\gamma}^-)}{\|\bar{\boldsymbol{\sigma}}^{\text{trial}}\|} < \mathbf{I}_{\sigma}^{\text{trial}} : \Delta \boldsymbol{\varepsilon} > \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

式中: $\bar{\boldsymbol{\sigma}}^{\text{trial}}$ 为试算有效应力张量。

由于式(24)中的阻尼相关应变率张量 $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\text{vis}}$ 不涉及塑性变形, 有效阻尼应力张量 $\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{\text{vis}}$ 可以按式(11)、(24)计算得到。

有效应力张量 $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ 和有效阻尼应力张量 $\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{\text{vis}}$ 更新完毕后, 按式(2)将其分解为正、负分量部分, 并得到式(12)中的 $\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{\text{tot}}^+$ 、 $\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{\text{tot}}^-$, 然后可以根据式(15)计算损伤

能释放率 Y^\pm 。

对于应变率无关情况, 将式(16)对时间积分, 并考虑到初始条件 r_0^\pm , 则损伤能释放率阈值 r^\pm 更新为损伤能释放率 Y^\pm 的历史最大值, 即

$$r^\pm = \max \left\{ r_0^\pm, \max_{\tau \in [0, n+1]} Y_\tau^\pm \right\} \quad (30)$$

对于应变率相关情况, 根据无条件稳定且具有二次收敛精度的梯形算法, 由式(17)可知: 更新后的 r (此处省略上标“ \pm ”) 满足

$$\left. \begin{aligned} f(r) &= -r + r_n + \Delta t \mu < Y_{n+1/2} / r_{n+1/2} - 1 >^a = 0 \\ Y_{n+1/2} &= (Y_n + Y) / 2 \\ r_{n+1/2} &= (r_n + r) / 2 \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

显而易见, $a \neq 1$ 时, 式(31)为 r 的非线性方程, 可以利用 NEWTON-RAPHSON 算法给出迭代格式

$$\left. \begin{aligned} r^{k+1} &= r^k - f(r) / f'(r) \\ f'(r) &= -1 - 0.5 \Delta t a \mu Y_{n+1/2} < Y_{n+1/2} / r_{n+1/2} - 1 >^{a-1} / (r_{n+1/2})^2 \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

式中: f' 为 f 的导数。

损伤能释放率阈值 r^\pm 更新完毕后, 即可根据式(18)、(19)更新损伤变量 d^\pm , 并由本构关系式(12)更新总应力张量 $\boldsymbol{\sigma}_{\text{tot}}$ 。

3.3 算法一致性切线刚度

根据式(11)、(14), 可得

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\bar{\boldsymbol{\sigma}}}{d\boldsymbol{\varepsilon}} &= \bar{\mathbf{C}}^{\text{alg}} \\ \frac{d\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{\text{vis}}}{d\boldsymbol{\varepsilon}} &= \bar{\mathbf{C}}_{\text{vis}}^{\text{alg}} \\ \bar{\mathbf{C}}^{\text{alg}} &= \mathbf{C}_0 - \frac{(1-\zeta) \|\bar{\boldsymbol{\sigma}}^{\text{trial}}\|}{\mathbf{I}_{\sigma}^{\text{trial}} : \Delta \boldsymbol{\varepsilon}} \mathbf{I}_{\sigma}^{\text{trial}} \otimes \mathbf{I}_{\sigma}^{\text{trial}} \\ \bar{\mathbf{C}}_{\text{vis}}^{\text{alg}} &= \frac{\beta_K \gamma_f}{\beta_f \Delta t} \mathbf{C}_0 \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

式中: $\bar{\mathbf{C}}^{\text{alg}}$ 、 $\bar{\mathbf{C}}_{\text{vis}}^{\text{alg}}$ 分别为算法一致性的有效弹塑性切线刚度模量和有效阻尼切线刚度张量。

同样, 将式(7)、(8)两边分别对应应变张量 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 微分可得^[11]

$$\frac{d\bar{\boldsymbol{\sigma}}}{d\boldsymbol{\varepsilon}} = (\mathbf{I} - \boldsymbol{\omega}) : \bar{\mathbf{C}}^{\text{alg}} - [\bar{\boldsymbol{\sigma}}^+ \frac{dd^+}{d\boldsymbol{\varepsilon}} + \bar{\boldsymbol{\sigma}}^- \frac{dd^-}{d\boldsymbol{\varepsilon}}] \quad (34)$$

$$\frac{d\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{\text{vis}}}{d\boldsymbol{\varepsilon}} = (\mathbf{I} - \boldsymbol{\omega}_{\text{vis}}) : \bar{\mathbf{C}}_{\text{vis}}^{\text{alg}} - [\bar{\boldsymbol{\sigma}}_{\text{vis}}^+ \frac{dd^+}{d\boldsymbol{\varepsilon}} + \bar{\boldsymbol{\sigma}}_{\text{vis}}^- \frac{dd^-}{d\boldsymbol{\varepsilon}}] \quad (35)$$

式中: 四阶对称张量 $\boldsymbol{\omega}$ 、 $\boldsymbol{\omega}_{\text{vis}}$ 分别为损伤引起的有效弹塑性切线刚度退化张量和有效阻尼应力切线刚度退化张量, 分别表示为

$$\boldsymbol{\omega} = d^+ \mathbf{Q}^+ + d^- \mathbf{Q}^-, \quad \boldsymbol{\omega}_{\text{vis}} = d^+ \mathbf{Q}_{\text{vis}}^+ + d^- \mathbf{Q}_{\text{vis}}^- \quad (36)$$

式中: \mathbf{Q}^+ 、 \mathbf{Q}^- 和 $\mathbf{Q}_{\text{vis}}^+$ 、 $\mathbf{Q}_{\text{vis}}^-$ 分别为 $\dot{\bar{\boldsymbol{\sigma}}}$ 和 $\dot{\bar{\boldsymbol{\sigma}}}_{\text{vis}}$ 的正、负投影算子, 由式(5)给出。

对于应变率无关情况, $\dot{\epsilon}$ (此处省略上标“ \pm ”)按式(16)给出;对于应变率相关情况,根据式(31)、(32)给出的更新算法, $\dot{\epsilon}$ 可以表示为

$$\dot{\epsilon} = \lambda_r \dot{Y} \quad \left\{ \begin{array}{l} \lambda_r = \frac{\Delta t \mu a \langle Y_{n+1/2} / r_{n+1/2} - 1 \rangle^{a-1} r_{n+1/2}}{2(r_{n+1/2})^2 + \Delta t \mu a \langle Y_{n+1/2} / r_{n+1/2} - 1 \rangle^{a-1} Y_{n+1/2}} \end{array} \right. \quad (37)$$

式中: λ_r 为系数; \dot{Y} 根据式(15)给出

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{Y}^+ = \frac{E_0}{2Y^+} (\bar{\sigma} : \mathbf{A}_0 : \mathbf{Q}^+ + \bar{\sigma}^+ : \mathbf{A}_0) : \dot{\bar{\sigma}} \\ \dot{Y}^- = (\alpha \mathbf{I} + \frac{3}{2\sqrt{3J_2}} \mathbf{s}) : \dot{\bar{\sigma}} \end{array} \right. \quad (38)$$

式中: \mathbf{s} 为 $\bar{\sigma}$ 的偏量应力张量。

从式(37)可以看出:当参数 μ 取极限,即 $\mu \rightarrow 0$ 或 $\mu \rightarrow +\infty$ 时,分别可以得到 $\dot{\epsilon} = 0$ (此时损伤不发展,对应于无损伤弹塑性情况)和 $\dot{\epsilon} = \dot{Y}$ (对应于应变率无关情况)。

于是,根据损伤变量的表达式(18)、(19),可得

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\epsilon^\pm}{d\epsilon} = h^\pm \frac{dr^\pm}{d\epsilon} = h^\pm \lambda_r^\pm \frac{dY^\pm}{d\epsilon} \\ h^+ = \frac{(1-A^+)r_0^+}{(r^+)^2} + A^+ \frac{B^+ r^+ + r_0^+}{(r^+)^2} \cdot \exp[B^+(1-\frac{r^+}{r_0^+})] \\ h^- = \frac{(1-A^-)r_0^-}{(r^-)^2} + \frac{A^- B^-}{r_0^-} \exp[B^-(1-\frac{r^-}{r_0^-})] \end{array} \right. \quad (39)$$

式中: h^\pm 为损伤演化函数。

将式(38)、(39)代入到式(34)、(35)中,可得

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\sigma}_{\text{tot}}^+ \frac{d\epsilon^+}{d\epsilon} = \mathbf{R}_{\text{tot}}^+ : \bar{\mathbf{C}}^{\text{alg}} \\ \bar{\sigma}_{\text{tot}}^- \frac{d\epsilon^-}{d\epsilon} = \mathbf{R}_{\text{tot}}^- : \bar{\mathbf{C}}^{\text{alg}} \\ \mathbf{R}_{\text{tot}}^+ = \frac{h^+ \lambda_r^+ E_0}{2Y^+} \bar{\sigma}_{\text{tot}}^+ \otimes (\bar{\sigma} : \mathbf{A}_0 : \mathbf{Q}^+ + \bar{\sigma}^+ : \mathbf{A}_0) \\ \mathbf{R}_{\text{tot}}^- = h^- \lambda_r^- [\bar{\sigma}_{\text{tot}}^- \otimes (\alpha \mathbf{I} + \frac{3}{2\sqrt{3J_2}} \mathbf{s})] \end{array} \right. \quad (40)$$

于是,由式(12)可以给出建议模型的算法一致性切线模量(刚度)为

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\bar{\sigma}_{\text{tot}}}{d\epsilon} = \frac{d\bar{\sigma}}{d\epsilon} + \frac{d\bar{\sigma}_{\text{vis}}}{d\epsilon} = (\mathbf{I} - \boldsymbol{\omega} - \mathbf{R}_{\text{tot}}) : \bar{\mathbf{C}}^{\text{alg}} + (\mathbf{I} - \boldsymbol{\omega}_{\text{vis}}) : \bar{\mathbf{C}}_{\text{vis}}^{\text{alg}} \\ \mathbf{R}_{\text{tot}} = \mathbf{R}_{\text{tot}}^+ + \mathbf{R}_{\text{tot}}^- \end{array} \right. \quad (41)$$

4 应用实例

根据第3节中的数值算法,笔者编制了建议统一模型的非线性有限元数值实现的程序,对文献[20]~[22]中给出的混凝土单轴重复受拉、单轴重

复受压、双轴应力等静力试验,以及在不同的应变率作用下混凝土单轴受拉和单轴受压等试验^[4]进行了数值模拟^[6~11]。分析结果表明:建议统一模型可以较好地描述刚度退化、强度软化、双轴受压强度的提高、双轴拉压软化效应,以及卸载后存在的不可恢复变形等典型的静力非线性行为,还能够描述混凝土材料在动力作用下的应变率效应,即随着应变率的增加,材料的非线性程度随之降低,单轴抗拉和单轴抗压强度则随之提高,且单轴受拉下应变率效应的影响较单轴受压要明显。

为了考虑动力作用下应变率效应对材料强度提高的影响,根据多次参数优化分析的结果,文献[23]中将混凝土的单轴抗拉强度 $f_t = 2.41$ MPa 人为提高20%,即取 $f_t = 2.90$ MPa,对 KOYNA 混凝土重力坝在横向和竖向地震动作用下的非线性行为进行了数值模拟。显然,此后验性的方法具有相当的主观性。

为验证建议统一模型在结构动力非线性分析方面的有效性,笔者没有提高混凝土的单轴抗拉强度,即仍然取 $f_t = 2.41$ MPa,其他材料参数和文献[23]中的完全一样,分别为:密度 $\rho_0 = 2\,643$ kg/m³,弹性模量 $E_0 = 31\,027$ MPa,泊松比 $\nu_0 = 0.20$,单轴抗压强度 $f_c = 24.1$ MPa,材料阻尼取其第一振型临界阻尼的3%,即 $\xi = 0.03$,同样对 KOYNA 混凝土重力坝进行了非线性动力时程分析。除文中已经给出的参数外,分析中采用的其他模型参数取值分别为: $f_0^+ = 2.41$ MPa, $f_0^- = 10.0$ MPa, $A^+ = 1.0$, $B^+ = 0.13$, $A^- = 1.0$, $B^- = 0.18$, $\xi^+ = \xi^- = 0.2$ 。在分析中,与文献[23]一致,坝体和基础之间假定为刚性连接,混凝土坝体部分网格由760个4节点(2×2)平面应力单元组成,地震动引起的水对坝体的压力则通过经典的附加质量法模拟^[24]。图1给出了本文中坝顶水平相对位移时程与文献[23]中所得结果的对比,图1中,向水库下游移动为正向位移。

从图1中可以看出:二者分析结果吻合相当好。这表明:笔者建议的混凝土弹塑性损伤本构关系统一模型不仅能够直接在材料本构层次考虑阻尼,而且可以直接描述动力作用下应变率效应对材料非线性行为的影响;同时,其数值算法是稳定有效的。

为了考察动力作用下应变率效应对结构非线性分析的影响,在不提高混凝土抗拉强度的情况下,利用本节中上述同样的参数,图2给出了不考虑应变率效应所得结果与笔者分析结果的对比。图3则给出了两种分析得到的 KOYNA 大坝最终受拉损伤

的分布云。

从图 2、3 中可以看出:由于没有考虑应变率对材料损伤程度、非线性程度降低以及动力强度提高的影响,不考虑应变率效应的混凝土本构模型将会过高预测损伤引起的材料强度软化和刚度退化的影响,这样导致了位移分析结果偏小,在设计时是偏于不安全的。

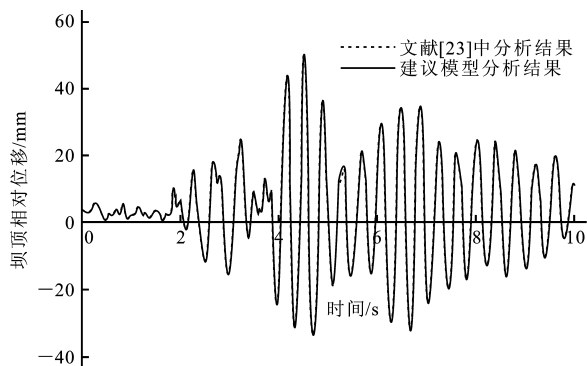


图 1 KOYNA 大坝坝顶相对位移分析结果

Fig. 1 Analytical results of relative displacement on the top of KOYNA dam

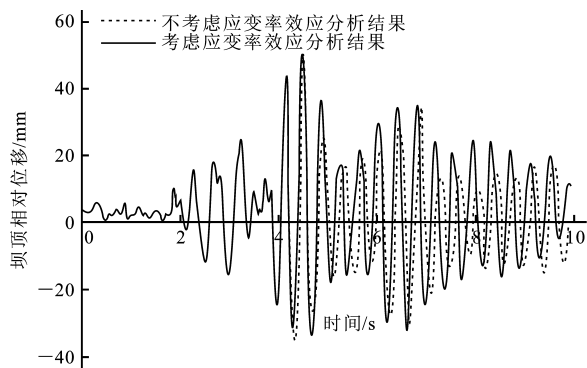


图 2 应变率效应对坝顶相对位移分析结果的影响

Fig. 2 Influence of strain rate effect on analytical results of relative displacement on the top of dam

5 结 语

(1)通过对损伤能释放率阈值进行 PERZYNA 粘性规则化处理以及引入粘弹性—损伤阻尼应力,笔者建立了基于能量的弹塑性损伤本构关系统一模型,并详细给出了无条件稳定,收敛性和收敛速度有保证的非线性有限元数值实现算法。

(2)笔者给出的建议统一模型能够很好地描述包括动力作用下的应变率效应在内的混凝土典型非线性行为,可以应用于大型(钢筋)混凝土结构的静力和动力非线性分析。

(3)进一步的工作将包括:三维受压应力特别是高静水压力状态下混凝土材料非线性特性的考虑,

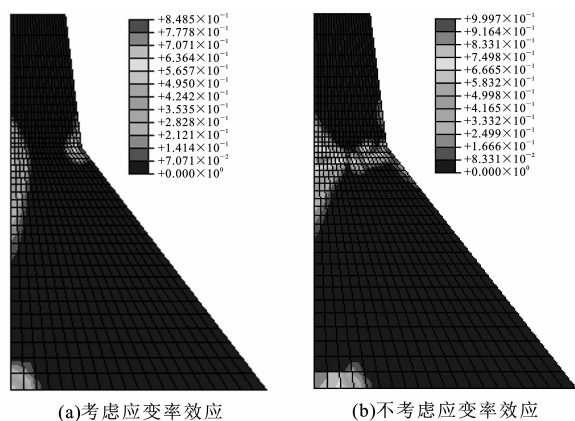


图 3 应变率效应对受拉损伤的影响

Fig. 3 Influence of strain rate effect on tensile damage

基于细观力学的随机混凝土弹塑性损伤本构模型研究等。

参考文献:

- [1] YAZDANI S, SCHREYER H L. Combined plasticity and damage mechanics model for plain concrete[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1990, 116(7): 1 405—1 450.
- [2] CERVERA M, OLIVER J, MANZOLI O. A rate-dependent isotropic damage model for the seismic analysis of concrete dams[J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1996, 25(9): 987—1 010.
- [3] CLOUGH R W, PENZIEN J. Dynamics of Structures (2nd Edition) [M]. New York: McGraw-Hill Education, 1993.
- [4] HUGHES T J R. The Finite Element Method [M]. New Jersey: Prentice-Hall Inc., 1987.
- [5] SURARIS W, SHAH S P. Rate-sensitive damage theory for brittle solids[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1984, 110(9): 985—997.
- [6] LI J, WU J Y. Energy-based CDM model for nonlinear analysis of confined concrete structures[A]. Proceedings of ISCC-2004[C]. California: Press of University of Southern California, 2004. 198—204.
- [7] WU J Y, LI J. A new energy-based elastoplastic damage model for concrete[A]. Proc. of XXI International Conference of Theoretical and Applied Mechanics [C]. Netherland: Kluwer Academic Publishers, 2004. 234—235.
- [8] 吴建营, 李 杰. 混凝土的连续损伤模型和弥散裂缝模型[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2004, 32(11): 1 428—1 432.
- [9] 李 杰, 吴建营. 混凝土弹塑性损伤本构模型研究 I: 基本公式[J]. 土木工程学报, 2005, 38(9): 14—20.
- [10] 吴建营, 李 杰. 混凝土弹塑性损伤本构模型研究 II:

- 数值计算和试验验证[J]. 土木工程学报, 2005, 38(9): 21—27.
- [11] WU J Y, LI J, FARIA R. An energy based plastic-damage model for concrete[A]. Proc. Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería [C]. Granada; España, 2005. 327—335.
- [12] SIMO J C, JU J W. Strain- and Stress-based continuum damage models-I formulation [J]. International Journal of Solids Structures, 1987, 23(7): 821—840.
- [13] FARIA R, OLIVER J, CERVERA M. A strain-based plastic viscous-damage model for massive concrete structures[J]. International Journal of Solids Structures, 1998, 35(14): 1 533—1 558.
- [14] FARIA R, OLIVER J, CERVERA M. On isotropic scalar damage models for the numerical analysis of concrete structures[A]. CIMNE Monograph[C]. Barcelona: CIMNE, 2000. 422—426.
- [15] KRAJCINOVIC D. Damage Mechanics (2nd Edition) [M]. Netherland: Elsevier Science BV, 2003.
- [16] JU J W. On energy-based coupled elastoplastic damage theories; constitutive modeling and computational aspects[J]. International Journal of Solids Structures, 1989, 25(7): 803—833.
- [17] ZIENKIEWICZ O C, TYLOR R. The Finite Element Method (5th Edition) [M]. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2000.
- [18] PERZYNA P. Fundamental problems in viscoplasticity[J]. Advances in Applied Mechanics, 1966, 9(2): 244—368.
- [19] SIMO J C, HUGHES T J R. Computational Inelasticity[M]. New York: Springer-Verlag, 1998.
- [20] KUPFER H, HILES DORF H K, RUSCH H. Behavior of concrete under biaxial stress[J]. ACI Journals, 1969, 66(8): 656—666.
- [21] TAYLOR R L. FEAP, a Finite Element Analysis Program[M]. Berkeley: Department of Civil Engineering, 1992.
- [22] KARSAN I D, JIRSA J O. Behavior of concrete under compressive loadings[J]. Journal of Structure Division, 1969, 95(12): 2 535—2 563.
- [23] LEE J, FENVES G L. A plastic-damage concrete for earthquake analysis of dams [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1998, 27(9): 937—956.
- [24] WESTERGAARD H M. Water pressures on dams during earthquakes[J]. Transactions of the American Society of Civil Engineers, 1938, 98(4): 418—433.

“2006 年中国交通土建工程学术交流会”会讯

“2006 年第二届中国交通土建工程学术交流会”经过一年的筹备工作,将于 2006 年 4 月在成都西南交通大学举行。本次交流会在筹备之初面向交通土建工程领域的从业人士进行论文征集,将于 2006 年 3 月中旬出版《2006 年中国交通土建工程学术论文集》,预计出版的论文集约 1000 页,分为上、下两册,收录论文 200 余篇,具有极高的学术价值。

目前,组委会正积极组织参会代表来蓉参加会议,已有来自铁道第二勘察设计院、中铁西南科学研究院、成都地铁有限责任公司、中铁二局股份有限公司、中铁八局有限公司等单位代表报名参加此次会议;上届共有广州地铁总公司、中铁隧道股份有限公司、上海浦东新区建设(集团)有限公司、北京城建集团有限责任公司、北京市政工程总公司、中铁大桥勘测设计院、广州地下铁道设计研究院、中铁隧道集团有限公司深圳地铁指挥部等单位的近 200 名代表参会。

为了让各位代表能在 2006 年中国交通土建工程学术暨建设成果交流会上“满载而归”,组委会向交通土建工程领域的专家、学者们发出了邀请,王梦恕、陈新等院士将出席本次交流会,同时,也特别邀请到中国铁道部副部长,铁道部相关司、局领导,中国铁道学会理事长,成都地铁有限公司计划发展部部长等领导到会。届时,业内专家及相关领导将在会上发言并做专题报告,相信本次交流会将成为近年来中国交通土建领域内少有的高层次会议。

如需参会,请咨询西南交通大学科技产业集团产业促进中心。

电话:(028)87634738 87601177

网址:<http://key.swjtu.edu.cn>