

文章编号:1673-2049(2005)04-0040-05

# 通用频率指纹库在固接梁损伤定位中的应用

张 杨,李国强

(同济大学 土木工程学院,上海 200092)

**摘要:**从理论上推导了基于梁的自振频率数据进行损伤定位的基本原理,得出了一些梁的基于频率数据定义的动力参数(任意两阶频率变化比)仅是损伤位置的函数,而与损伤的程度无关的结论。随后在理论推导的基础上,重点研究了利用任意两阶频率变化比作为损伤定位的参数,建立了两端固接梁损伤定位通用频率指纹库,建立的过程中还考虑了损伤程度对指纹库的影响。最后通过两个数值算例,验证了该指纹库用于固接梁损伤定位的有效性和通用性,从而为工程中任意固接梁的损伤定位找到了一个标尺。

**关键词:**损伤定位;自振频率;固接梁;频率指纹库;损伤因子

**中图分类号:**U445.7      **文献标志码:**A

## Application of universal bank of natural frequency indexes in damage location of beams with fixed ends

ZHANG Yang, LI Guo-qiang

(School of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** The theory of damage location of beams using data of natural frequencies was presented. Authors found out that several parameters of beams based on natural frequencies (ratio of changes in frequency, RCF) were only related to the damage location and uncorrelated to the extent of damages. After that, based on the theory of damage location, the way to establish a universal bank of natural frequency indexes for damage location of beams with fixed ends was presented, using the ratio of changes in frequency. The influences of the extent of damage were also discussed during the process. Finally, the effectiveness and universality of the bank were confirmed by two different numerical models of beams. Hence an approach for the damage location of beams with fixed ends was established.

**Key words:** damage location; natural frequency; beam with fixed end; bank of frequency index; damage factor

## 0 引言

工程结构在使用过程中,由于自然的、人为的各种作用,使得结构都存在不同程度的损伤,例如桥梁结构中的梁和桥面板,在长时间的使用过程中,由于

正常使用荷载,自然界的日照、冰雪冻融、生物侵蚀等作用,使得它们都存在不同程度的损伤。当这些损伤累积到一定的程度时,结构的性能会大幅下降,从而影响结构的正常使用,甚至可能酿成重大的工程事故,造成巨大的经济损失和人员伤亡。因此,对

这些结构进行损伤识别具有重要意义。

梁的损伤识别与定位是结构损伤识别的一项基本工作。在这一领域,最早是利用结构的自振频率来实现损伤的识别。1979年,ADAMS和CAWLEY首先提出通过测定结构在不同时期的频率,可以实现损伤的识别<sup>[1]</sup>,并得出了损伤仅引起刚度、阻尼的变化,一般可以忽略质量的改变;随后,他们又做了一系列的工作,得出了一些更为实用的结论。ADAMS和CAWLEY可以说是用频率法检测结构损伤的先驱者。之后,HEARN和STUBBS又在他们的基础上进行了一系列有意义的工作<sup>[2,3]</sup>。在中国也有许多学者对这一问题进行了广泛深入的研究和论证,证实了ADAMS和CAWLEY结论的正确性。如郭国会和易伟建<sup>[4]</sup>在2001年就利用频率数据进行了简支梁的损伤评估,并通过一个简支梁数值算例证明了利用频率数据进行损伤定位的可行性,同时利用不同单元损伤时的频变比曲线成功地实现了损伤的定位,此外还研究了损伤程度的影响。

固有频率的测试简单,精度高<sup>[5]</sup>,受测量噪声影响小。因此利用固有频率进行梁的损伤定位有望提高识别的精度。现有的研究成果表明:利用频率数据可以实现梁的损伤定位,但是目前缺乏的是一个通用性强的损伤定位标尺。因此研究此问题的工作主要是针对具体结构进行具体分析,提出一种具体的分析方法,从而解决实用性与通用性往往不很强的问题。笔者先基于理论,说明基于频率的结构损伤识别和定位参数,并且证明这些频率参数与结构损伤程度无关,而仅与损伤的位置有关;然后着重介绍固接梁损伤定位通用频率指纹库的建立过程,并通过两个数值算例验证该频率指纹库用于固接梁损伤定位的有效性、实用性和通用性。

## 1 理论分析<sup>[6~8]</sup>

对梁类结构而言,可以运用广义坐标法或者有限元方法将它离散为具有N个自由度的体系。对于该体系而言,由动力学知识可得无阻尼情况下体系的运动方程为

$$\ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{K}\mathbf{y} = 0 \quad (1)$$

式中: $\mathbf{M}$ 为体系质量矩阵; $\mathbf{K}$ 为体系刚度矩阵; $\mathbf{y}$ 为位移列向量。

令式(1)的解的形式为 $\mathbf{y}_i = C\phi_i \sin(\omega_i t + \varphi)$ ,其中 $\phi_i$ 为位移幅值向量,代入式(1)得

$$(\mathbf{K} - \omega_i^2 \mathbf{M})\phi_i = 0 \quad (2)$$

即

$$(\mathbf{K} - \lambda_i \mathbf{M})\phi_i = 0 \quad (3)$$

式中: $\lambda_i = \omega_i^2$ 。

式(3)即为该体系的特征问题。根据摄动理论,当结构的刚度、质量发生小的改变时,式(3)可以写成

$$[(\mathbf{K} + \Delta\mathbf{K}) - (\lambda_i + \Delta\lambda_i)(\mathbf{M} + \Delta\mathbf{M})](\phi_i + \Delta\phi_i) = 0 \quad (4)$$

如引言中所述,结构的损伤一般可以认为仅引起刚度的改变,而质量的改变可以忽略;同时,对于轻微损伤情况,振型的改变量也是可以忽略的。于是,令 $\Delta\mathbf{M} = 0$ , $\Delta\phi_i = 0$ ,将式(4)展开,并忽略二阶小量,得

$$\Delta\lambda_i = \frac{\phi_i^T \Delta\mathbf{K} \phi_i}{\phi_i^T \mathbf{M} \phi_i} \quad (5)$$

一般情况下,有 $\Delta\mathbf{K} = \sum_n \Delta\mathbf{K}_n$ ,其中 $\Delta\mathbf{K}_n$ 为第n单元的刚度变化,代入式(5)得

$$\Delta\lambda_i = \frac{\sum_n \phi_i^T \Delta\mathbf{K}_n \phi_i}{\phi_i^T \mathbf{M} \phi_i} \quad (6)$$

对于单处损伤,有

$$\Delta\lambda_i = \frac{\phi_i^T \Delta\mathbf{K}_n \phi_i}{\phi_i^T \mathbf{M} \phi_i} \quad (7)$$

引入损伤因子 $\alpha_n$ ,令 $\Delta\mathbf{K}_n = \alpha_n \mathbf{K}_n$ ,代入式(7)得

$$\Delta\lambda_i = \alpha_n \frac{\phi_i^T \mathbf{K}_n \phi_i}{\phi_i^T \mathbf{M} \phi_i} \quad (8)$$

$$\Delta\lambda_j = \alpha_n \frac{\phi_j^T \mathbf{K}_n \phi_j}{\phi_j^T \mathbf{M} \phi_j} \quad (9)$$

式中: $\mathbf{K}_n$ 为仅与损伤位置n有关的结构刚度矩阵; $\alpha_n$ 为反映结构损伤程度的量。

于是

$$\frac{\Delta\lambda_i}{\Delta\lambda_j} = \frac{\phi_i^T \mathbf{K}_n \phi_i / (\phi_i^T \mathbf{M} \phi_i)}{\phi_j^T \mathbf{K}_n \phi_j / (\phi_j^T \mathbf{M} \phi_j)} \quad (10)$$

而 $\Delta\lambda = (\omega + \Delta\omega)^2 - \omega^2 \approx 2\omega\Delta\omega$ ,所以有

$$R_{CF_{ij}} = \frac{\Delta\omega_i}{\Delta\omega_j} = \frac{\Delta\lambda_i / \omega_i}{\Delta\lambda_j / \omega_j} = \frac{[\phi_i^T \mathbf{K}_n \phi_i / (\phi_i^T \mathbf{M} \phi_i)] / \omega_i}{[\phi_j^T \mathbf{K}_n \phi_j / (\phi_j^T \mathbf{M} \phi_j)] / \omega_j} \quad (11)$$

式中: $R_{CF_{ij}}$ 为第i阶和第j阶的频率变化之比。由式(11)可以看出: $R_{CF_{ij}}$ 与结构损伤的程度无关,仅与损伤的位置相关。因此,可以通过动力参数 $R_{CF_{ij}}$ 的变化来识别出损伤的位置,这就是利用频率法进行损伤识别的原理。

还可以通过类似的方法找出其他的动力参数来作为损伤识别与定位的指纹,在本文中,笔者仅就上述指纹建立固接梁损伤定位的通用指纹库。

## 2 频率指纹库的建立

在本文中,采用有限元软件 ANSYS 对固接梁进行分析,然后基于模式识别的思想,分析在各种不同损伤位置时频率指纹的变化情况,从而得出用于损伤定位的频率指纹库。

笔者采用的计算模型见图 1,图 1 中  $x$  为损伤单元的位置,  $l$  为梁的跨度(此处  $l=1 \text{ m}$ ),  $\bar{m}$  为单位长度梁的质量。其中梁的截面为  $b \times h = 0.01 \text{ m} \times 0.01 \text{ m}$  的矩形, 截面面积  $A = 0.0001 \text{ m}^2$ , 惯性矩  $I = bh^3/12 = 8.33333 \times 10^{-10} \text{ m}^4$ , 弹性模量  $E = 2.068 \times 10^{11} \text{ Pa}$ , 材料的密度  $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ 。损伤通过降低材料的弹性模量来实现,设损伤单元的弹性模量  $E_d = (1-\alpha)E$ , 此处称  $\alpha$  为损伤因子。于是可以通过控制  $\alpha$  的大小来模拟不同的损伤程度。分析中采用 BEAM3 梁单元,将全梁划分为 40 个单元,损伤因子  $\alpha = 0.5$ ,依次分析求得梁无损伤时和在不同位置存在损伤时的前 5 阶自振频率,代入式(11),从而得出  $R_{CF_{ij}}$  随损伤位置的不同而变化的曲线。为便于应用,取  $R_{CF_{ij}}$  的对数  $\ln R_{CF_{ij}}$  作为曲线的纵坐标。

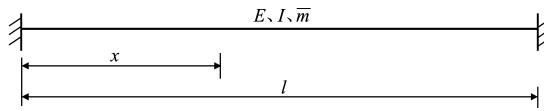


图 1 固接梁分析模型

Fig. 1 Analysis model of beam with fixed ends

图 2 为固接梁的前 5 阶频率变化之比,均采用对数坐标系。从图 2 中可以看出:  $R_{CF_{21}}$ 、 $R_{CF_{32}}$  用于定位效果较好。但是单一指纹对于梁的某些部位的损伤不是很敏感,因此考虑将两类参数联合起来应用,以实现损伤的定位,这样将有助于改善识别结果。推荐采用的是联合  $R_{CF_{21}}$  与  $R_{CF_{32}}$ , 见图 2(f)。

上述理论推导得到的结论是有前提的,即结构发生轻微损伤,以使得进行结构摄动分析时二阶以上的量可忽略不计。换句话说:所得的结论实质上是一个近似结论,因此有必要了解指纹与结构损伤程度的相关性。

由于结构的损伤是通过材料弹性模量的降低来模拟的,因此,由  $E_d = (1-\alpha)E$ , 分别令  $\alpha = 0.5$ 、 $0.4$ 、 $0.3$ 、 $0.2$ 、 $0.1$ , 重复本节上面的分析过程,可以得到不同的损伤程度下的指纹曲线。图 3 为固接梁 5 种损伤工况下的频率变化之比。从图 3 中可以看出:损伤因子  $\alpha$  取不同的值,梁的频率变化比  $R_{CF_{ij}}$  的变化并不大,曲线变化趋势也完全相同。

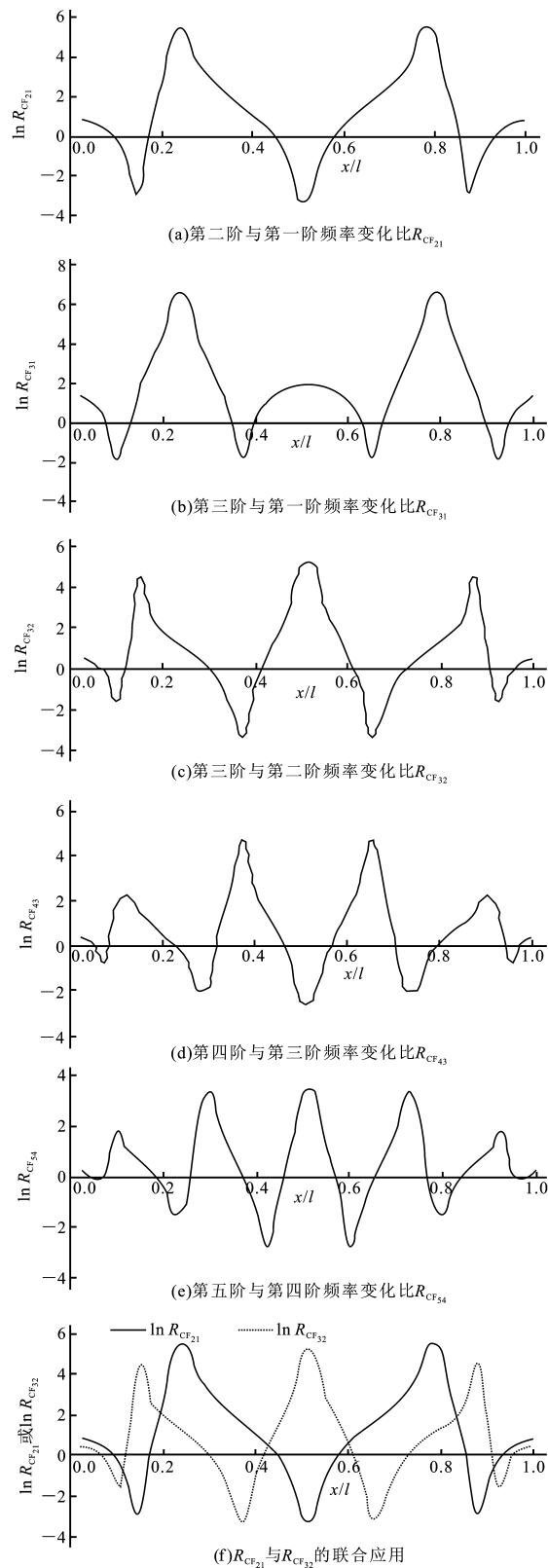


图 2 固接梁的前 5 阶频率变化之比

Fig. 2 RCF of beam with fixed ends using the first five frequencies

由于损伤定位时并不知道损伤的程度,因此较合理的指纹库应该是图 3 中 5 种损伤工况的综

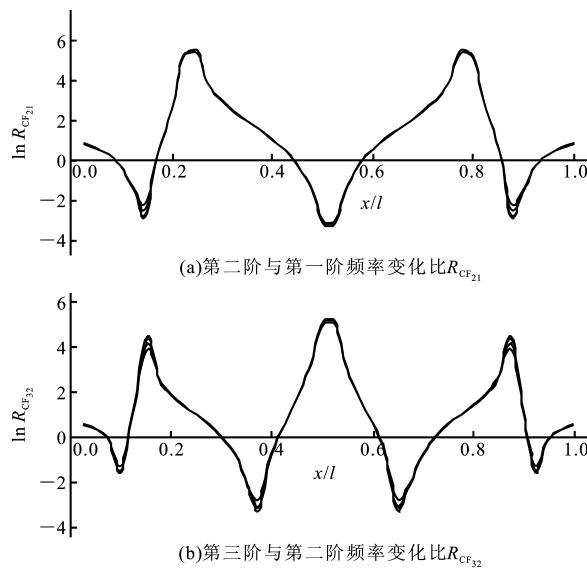


图3 固接梁不同损伤工况下的频率变化比

Fig. 3 RCF of beam with fixed ends under different extent of damage

合,也就是取平均值。于是,将图3得到的结果取平均值,就可以得到固接梁损伤定位的通用频率指纹库,如图4所示。

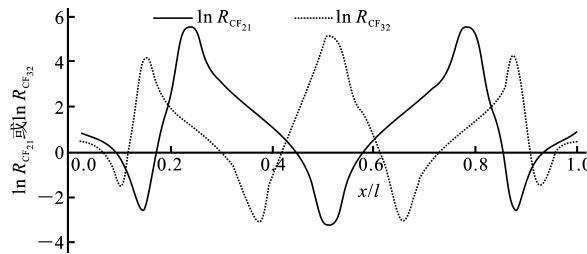


图4 固接梁损伤定位通用频率指纹库

Fig. 4 Universal bank of natural frequency indexes for damage location of beams with fixed ends

### 3 算例

第2节详细介绍了固接梁的损伤定位通用频率指纹库的建立过程,现验证该指纹库的有效性,特别是其通用性。笔者采用两个数值算例进行验证。

(1)梁1的跨度 $l=2\text{ m}$ ,梁的截面尺寸为 $b \times h = 0.05\text{ m} \times 0.1\text{ m}$ ,其余各种参数与第2节中相同。假定损伤位于梁的 $x=0.65\text{ m}$ 处,用第2节中得到的频率指纹库进行识别。期望识别出的损伤位置为 $x/l=0.325$ 。根据未损伤模型和损伤模型,可以求得两种模型梁的自振频率,代入式(11),可得梁1的动力参数为: $R_{CF_{21}}=12.222$ , $R_{CF_{32}}=0.455$ 。从而可得: $\ln R_{CF_{21}}=2.503$ , $\ln R_{CF_{32}}=-0.789$ 。

利用如图4所示的通用频率指纹库进行损伤识

别的结果如图5所示。由图5可见:利用该指纹库准确地识别出了损伤位置,即 $x/l=0.325$ ;此外,与损伤位置对称处,即 $x/l=0.7$ 也被判为损伤的位置,此为误判。这说明基于频率的指纹库无法识别出对称边界条件梁的对称位置的损伤,这是该指纹库的局限性所在。

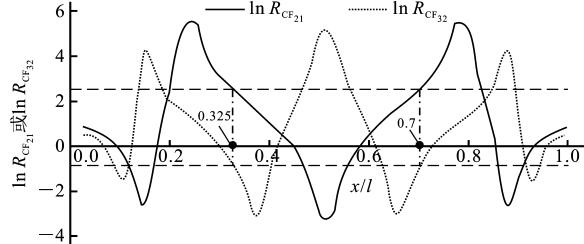


图5 梁1损伤识别与定位

Fig. 5 Damage detection and location of beam 1

(2)为了验证该指纹库的通用性,取梁2的跨度 $l=6.8\text{ m}$ ,梁的截面尺寸为 $b \times h = 0.25\text{ m} \times 0.6\text{ m}$ (仅作为验证)。假定损伤位于梁的 $x=2.7\text{ m}$ 处,因此期望识别出的损伤位置为 $x/l=0.4$ 。同样应用式(11),可以得出梁2的动力参数为: $R_{CF_{21}}=3.029$ , $R_{CF_{32}}=0.416$ 。从而可以得出: $\ln R_{CF_{21}}=1.108$ , $\ln R_{CF_{32}}=-0.877$ 。

利用如图4所示的通用频率指纹库进行损伤识别的结果如图6所示。由图6可见:利用该指纹库也准确识别出了损伤的位置,即 $x/l=0.4$ ,但同样也存在对称位置上的误判。

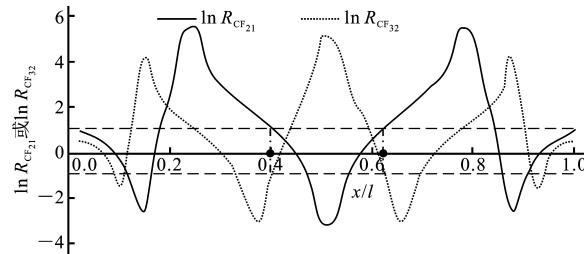


图6 梁2损伤识别与定位

Fig. 6 Damage detection and location of beam 2

以上两个算例表明:利用本文的通用频率指纹库可以有效地识别出固接梁的损伤位置;同时,该指纹库是具有通用性的,即对工程中的任意固接梁都适用。

### 4 结语

(1)笔者从理论上说明了用自振频率数据进行梁损伤定位的原理,得出梁的某些频率参数仅是损伤位置的函数,而与损伤的程度无关,并重点研究了利用任意两阶的频率变化比作为损伤定位的参数,

建立固接梁损伤定位通用指纹库的过程,最后用两个数值算例验证了该指纹库用于固接梁损伤定位的有效性和通用性。

(2)尽管本文的频率法定位损伤有许多的优越性,但它同样存在许多局限性,如算例中两个梁的损伤情况,用频率法进行定位无法识别在梁的对称位置是否也存在损伤,这时必须借助其他的方法来进一步识别,以排除频率法无法确定的损伤位置。另外,工程损伤诊断获取的信号中包含的噪声对于该指纹库的定位精度也有一定的影响,但由于自振频率测量的精度较高,因此该因素影响不大。

(3)此外,工程结构中的梁不能简单地处理成两端固接。考虑到实际梁边界条件的复杂性,合理的处理方法是将梁的边界看作是弹性边界,再针对弹性边界建立通用的频率指纹库,这还有待于进一步的研究。

#### 参考文献:

[1] CAWLEY P, ADAMS R D. The location of defects in

structures from measurements of the natural frequencies[J]. Journal of Strain Analysis, 1979, 14(2): 49—57.

- [2] STUBBS N, BROOME T H, OSEGUEDA R. Nondestructive construction error detection in large space structures[J]. AIAA, 1990, 28(11): 146—152.
- [3] HEARN G, TESTA R B. Modal analysis for damage detection in structures[J]. Journal of Structural Engineering, 1991, 117(10): 3 042—3 063.
- [4] 郭国会,易伟建.基于频率进行简支梁损伤评估的数值研究[J].重庆建筑大学学报,2001,23(2):17—21.
- [5] 刘文峰,柳春图,应怀樵.通过频率改变率进行损伤定位的方法研究[J].振动与冲击,2004,23(2):17—30.
- [6] 俞载道.结构动力学基础[M].上海:同济大学出版社,1987.
- [7] 梁远森.板类结构局部激振检测的理论与试验研究[D].上海:同济大学,2003.
- [8] 楼国彪.框架结构局部激振检测方法[D].上海:同济大学,1999.

## 《建筑科学》2006 年征订通知

《建筑科学》是建设部主管,中国建筑科学研究院主办的国内外公开发行的建筑科学综合性科技期刊;为中国科技核心期刊、建设部优秀科技期刊、全国中文建筑科学类核心期刊。2006 年,《建筑科学》除保留建筑设计、建筑结构、地基基础、工程抗震、加固改造、防火防灾、建材监测、工程事故防范和处理、暖通空调、建筑物理、建筑软件开发等方面的研究成果和相应的实践经验,以及与建筑有关的规范、标准、计算机应用、国外经验等反映工程技术内容的栏目外,还将增加建筑论坛、规范动态、管理之窗等栏目;主要读者对象为:从事科研、设计、施工、监理、质量监督的技术和管理人员以及大专院校的师生。

《建筑科学》为双月刊,大 16 开本,96 页胶印,内外彩页,印刷精美,每逢双月 20 日出版;每期定价 8.00 元,全年定价 48.00 元。全国各地邮局均可订阅,邮发代号 2-381;错过邮局订阅时间,可直接汇款至编辑部办理订阅手续。

开户行:北京建设银行北三环支行

账 号:11001021200059000005

账 户:中国建筑科学研究院

电 话:(010)84272776

地 址:北京市北三环东路 30 号

邮 编:100013

网 址:<http://jzkx.chinajournal.net.cn>

E-mail:busc@263.net