

文章编号:1673-2049(2006)02-0041-05

# 考虑施工过程和收缩徐变的框架结构简化分析

沈蒲生,方 辉,夏心红,龚胡广,谭 征

(湖南大学 土木工程学院,湖南 长沙 410082)

**摘要:**研究了混凝土的收缩徐变对框架结构受力的影响。首先根据线性徐变的迭加原理,推导了混凝土构件截面在多级荷载作用下的徐变估算公式,该式可以考虑加载龄期、加载速度、构件厚度以及环境相对湿度对徐变的影响;然后给出了考虑施工过程和收缩徐变影响的框架结构竖向位移和位移差的计算方法。用该方法对一高层框架进行收缩徐变分析,结果表明:该方法简单实用,可以在超高层建筑结构设计中估算收缩徐变时使用,收缩徐变对框架结构的受力影响较大,在工程设计和施工中不能忽略其影响。

**关键词:**徐变;收缩;施工过程;框架结构;高层建筑

**中图分类号:**TU378.4 **文献标志码:**A

## Simplified Analysis for Frame Structure Considering Construction Process, Shrinkage and Creep

SHEN Pu-sheng, FANG Hui, XIA Xin-hong, GONG Hu-guang, TAN Zheng

(School of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, Hunan, China)

**Abstract:** Shrinkage and creep effects of concrete in frame structures were researched. Based on the superposition principle of linear creep, firstly, the calculation formulas of creep strain of member's cross-sections under multi-loading were deduced. The effects of loading-age, loading-rate, member thickness and surroundings relative humidity on the creep could be taken into account in these formulas. Then, the method to determine vertical displacement and displacement difference in frame structures was presented. The shrinkage and creep effects of a tall frame structure were analyzed by using this method. The results show that this method is simple and applicable in estimating shrinkage and creep for design of high-rise building structures. It is also shown that shrinkage and creep of concrete have great effects on the mechanical performances of frame structures, and can not be neglected in engineering design and construction.

**Key words:** creep; shrinkage; construction process; frame structure; high-rise building

## 0 引言

混凝土结构的收缩徐变可以达到其弹性变形的2~3倍。混凝土产生徐变的原因、影响徐变发展的因素等的研究已经比较成熟<sup>[1-8]</sup>。目前对混凝土徐

变研究的重心转到了如何利用已有的混凝土徐变理论来预测和计算结构的时变内力,寻找徐变对结构受力及变形性能的影响,以便在工程 and 设计中利用徐变的有利因素,避免或减小徐变对结构的不利影响<sup>[9-12]</sup>。笔者推导了高层建筑考虑施工过程的收缩

收稿日期:2006-02-21

基金项目:国家自然科学基金项目(50378035)

作者简介:沈蒲生(1939-),男,江西新淦人,教授,博士生导师,工学硕士,E-mail:pssheng1@163.com。

徐变简化分析方法。

## 1 徐变应变

大量的试验研究证明,混凝土截面应力与其极限强度的比值在 0.5 以下时,混凝土的徐变是线性的,此时迭加原理适用。在线性徐变的条件下,当截面承受  $n$  级荷载增量  $\Delta\sigma_i (i=1,2,\dots,n)$  时,截面在  $t (t \geq t_n)$  时刻的徐变应变为

$$\epsilon_c(t, t_0) = \sum_{i=1}^n \frac{\Delta\sigma_i}{E} \varphi(t, t_i) = \sum_{i=1}^n \frac{\Delta\sigma_i}{E} \times 2.35\gamma_{ai}\gamma_h\gamma_{ti}\gamma_\lambda \quad (1)$$

式中:  $\Delta\sigma_i$ 、 $\gamma_{ai}$ 、 $\gamma_h$ 、 $\gamma_{ti}$ 、 $\gamma_\lambda$  分别为第  $i (i=1,2,\dots,n)$  级荷载的荷载增量和加载龄期、构件厚度、持荷时间、环境相对湿度的徐变影响系数,取值见文献[13]。当  $t \rightarrow +\infty$  时,有  $\gamma_{ti} = 1$ , 所以截面承受  $n$  级荷载时的最终徐变应变为

$$\epsilon_c(+\infty, t_0) = 2.35\gamma_h\gamma_\lambda \sum_{i=1}^n \frac{\Delta\sigma_i}{E} \gamma_{ai} \quad (2)$$

在高层建筑中,由于楼板形式基本上是相同的,大部分的施工都是重复进行,因此可以假定在每一时间间隔内,柱子和墙承受相同的荷载增量,即  $\Delta\sigma_i = \Delta\sigma (i=1,2,\dots,n)$ 。本文中引入平均加载龄期影响系数  $\gamma_{av}$ , 则式(2)可以改写为

$$\epsilon_c(+\infty, t_0) = 2.35\gamma_h\gamma_\lambda\gamma_{av}\sigma/E \quad (3)$$

式中:  $\sigma = n\Delta\sigma$ ;  $\gamma_{av}$  为平均加载龄期影响系数,可按式(4)取值(或由图 1 求得)

$$\gamma_{av} = 0.671 + 0.179e^{-0.0518t} + 0.244e^{-0.0055t} \quad (4)$$

设前  $i-1$  级荷载在  $t_i$  时刻完成的徐变占该荷载引起的截面最终徐变的比值为  $\gamma_i$ , 定义  $\gamma_i$  为平均持荷时间影响系数,则有

$$\gamma_i = \epsilon_c(t_i, t_0) / \epsilon_c(+\infty, t_0) \quad (5)$$

则有  $t_i$  时刻截面完成的徐变为

$$\epsilon_c(t_i, t_0) = \gamma_i \epsilon_c(+\infty, t_0) \quad (6)$$

平均持荷时间影响系数  $\gamma_i$  按式(7)计算(或由图 2 求得)

$$\gamma_i = 0.711 - 0.456e^{-0.0064t_i} \quad (7)$$

## 2 收缩应变

截面的收缩徐变推荐计算公式有很多种。笔者根据 ACI 规范的推荐公式,并只考虑影响收缩的几个主要因素,按式(8)计算截面的收缩应变

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{sh}(t) &= \gamma_i \epsilon_{sh,+\infty} \\ \epsilon_{sh,+\infty} &= 780 \times 10^{-6} \gamma_{cp} \gamma_\lambda \gamma_h \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

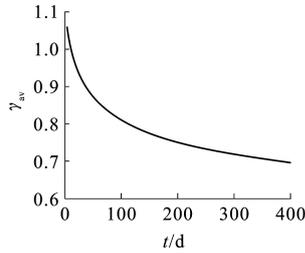


图 1 平均加载龄期

影响系数  $\gamma_{av}$

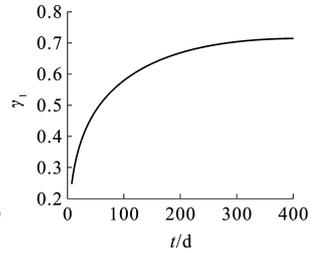


图 2 平均持荷时间

影响系数  $\gamma_i$

Fig. 1 Effect Coefficient  $\gamma_{av}$  of Average Loading-Age Fig. 2 Effect Coefficient  $\gamma_i$  of Average Loads Lasting Time

式中:  $\gamma_i$  为持续时间影响系数,  $\gamma_i = t / (35 + t)$  (潮湿养护),  $\gamma_i = t / (55 + t)$  (蒸汽养护);  $t$  为养护终了以后的天数;  $\gamma_{cp}$  为初始养护条件校正系数,按表 1 取值;  $\gamma_\lambda$  为环境相对湿度校正系数,  $\gamma_\lambda = 1.40 - 0.010\lambda$  ( $40 \leq \lambda \leq 80$ ),  $\gamma_\lambda = 3.00 - 0.030\lambda$  ( $80 \leq \lambda \leq 100$ ),  $\lambda$  为环境相对湿度,当  $\lambda < 40$  时,  $\gamma_\lambda > 1$ ;  $\gamma_h$  为平均厚度校正系数,  $\gamma_h = 1.2e^{-0.00472v/s}$ ,  $v/s$  为体积面积比。

表 1 初始养护条件校正系数  $\gamma_{cp}$

Tab. 1 Correction Coefficients  $\gamma_{cp}$  for Initial Curing Conditions

潮湿养护时间/d	1	3	7	14	28	90
$\gamma_{cp}$	1.20	1.10	1.00	0.93	0.86	0.75

## 3 柱的收缩徐变竖向位移

对一个层数为  $n$  的高层建筑,其第  $i$  层 ( $i=1, 2, \dots, n$ ) 楼面的竖向非弹性位移由以下几部分组成: ①前  $i-1$  级荷载在  $t_i \sim +\infty$  时间段产生的徐变  $\Delta_{c1}$ ; ②第  $i \sim n$  级荷载在  $t_i \sim +\infty$  时间段产生的徐变  $\Delta_{c2}$ ; ③第  $1 \sim i$  层构件在  $t_i \sim +\infty$  时间段产生的收缩  $\Delta_{sh}$ 。

### 3.1 $\Delta_{c1}$ 的计算

第  $j$  层 ( $j=1, 2, \dots, i-1$ ) 在前  $i-1$  级荷载作用下的最终竖向徐变变形为

$$\delta_{c1,j} = h_j \sum_{k=j}^{i-1} \frac{\Delta\sigma_k}{E} \times 2.35\gamma_{hj}\gamma_{kj}\gamma_{aj,k}(1-\gamma_{ij,k}) \quad (9)$$

式中:  $h_j$  为第  $j$  层楼高;  $\Delta\sigma_k$  为第  $k$  级荷载增量;  $\gamma_{hj}$  为第  $j$  层竖向构件徐变的厚度校正系数;  $\gamma_{kj}$  为第  $j$  层徐变的环境湿度修正系数;  $\gamma_{aj,k}$  为第  $k$  级荷载对第  $j$  层的龄期影响系数;  $\gamma_{ij,k}$  为第  $k$  级荷载对第  $j$  层的持荷时间影响系数。

如果在相同时间内荷载增量相等,则式(9)可以简化为

$$\delta_{c1,j} = 2.35h_j\gamma_{hj}\gamma_{kj}\gamma_{av,j}(1-\gamma_{i,j}) \frac{\sigma}{E} \quad (10)$$

式中: $\gamma_{av,j}$ 为第  $j$  层构件在  $t_{i-1}$  时刻的平均龄期校正系数; $\gamma_{1,j}$ 为第  $j$  层构件在  $j \sim (i-1)$  级荷载作用下,在  $t_i$  时刻完成的徐变占最终徐变的比值; $\sigma$  为  $j \sim (i-1)$  级荷载在构件中产生的应力之和,所以由前  $i-1$  级荷载产生的第  $i$  层的竖向最终徐变位移为

$$\Delta_{c1} = \sum_{j=1}^{i-1} \delta_{c1,j} \quad (11)$$

### 3.2 $\Delta_{c2}$ 的计算

第  $i \sim n$  级荷载在第  $j$  层 ( $j=1, 2, \dots, i$ ) 构件产生的最终徐变变形为

$$\delta_{c2,j} = h_j \sum_{k=i}^n \frac{\Delta \sigma_k}{E} \times 2.35 \gamma_{hj} \gamma_{lj} \gamma_{aj,k} \quad (12)$$

同样的,如果在相同时间内荷载增量相等,则式(12)可以简化为

$$\delta_{c2,j} = 2.35 h_j \gamma_{hj} \gamma_{lj} \gamma_{av,j} \frac{\sigma}{E} \quad (13)$$

式中: $\sigma$  为从第  $i$  层到顶层的荷载引起的截面应力增量。由  $i \sim n$  级荷载产生的第  $i$  层的竖向最终徐变位移为

$$\Delta_{c2} = \sum_{j=1}^i \delta_{c2,j} \quad (14)$$

### 3.3 $\Delta_{sh}$ 的计算

第  $i$  层荷载施加后,其下面各层的最终收缩变形为

$$\delta_{sh,j} = h_j \epsilon_{sh,+\infty,j} (1 - \gamma_{ij}) \quad j = 1, 2, \dots, i \quad (15)$$

式中: $\epsilon_{sh,+\infty,j}$  为第  $j$  层的最终收缩值,按式(8)计算; $\gamma_{ij}$  为施加第  $i$  层荷载时,相对于第  $j$  层构件的持荷影响系数,对于潮湿养护, $\gamma_{ij} = t/(35+t)$ ,可近似认为各层养护结束就加载,则有  $t = t_i - t_j$ 。那么第  $i$  层处的最终收缩变形为

$$\Delta_{sh} = \sum_{j=1}^i \delta_{sh,j} \quad (16)$$

所以,第  $i$  层构件不考虑钢筋影响时的最终非收缩徐变竖向位移为

$$\Delta = \Delta_{c1} + \Delta_{c2} + \Delta_{sh} \quad (17)$$

## 4 配筋率对收缩徐变的影响

考虑钢筋和混凝土之间的平衡和协调条件,可以得出钢筋和混凝土的应力变化为

$$\left. \begin{aligned} \Delta \sigma_s &= \frac{\sigma_c \epsilon_c + \epsilon_{sh}}{\rho \epsilon_c} F \\ \Delta \sigma_c &= \left( \sigma_c + \frac{\epsilon_{sh}}{\epsilon_c} \right) F \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

式中: $F = 1 - e^{-\frac{\rho n}{1+\rho n} \epsilon_c' E_c}$ ,  $E_c$  为混凝土的弹性模量,  $\rho$  为截面配筋率,  $n$  为钢筋和混凝土的弹性模量比,  $\epsilon_c'$  为单位应力作用下混凝土截面的最终徐变; $\sigma_c$  为混凝土

中的初始弹性应力; $\epsilon_{sh}$  为混凝土截面的收缩应变。

混凝土截面若考虑钢筋影响的最终收缩徐变应变等于钢筋的应变变化,可以直接从钢筋应力的变化求得

$$\Delta \epsilon = \Delta \sigma_s / E_s \quad (19)$$

## 5 竖向位移差对水平构件的影响

用第 3 节的方法估算出第  $i$  层相邻竖向构件的位移差  $\Delta_i$  以后,这一位移差在梁端产生的弯矩  $M_i$  和剪力  $V_i$  分别为  $6E_i I_i \Delta_i / L_i^2$  和  $12E_i I_i \Delta_i / L_i^3$ , 其中,  $E_i I_i$  和  $L_i$  分别为第  $i$  层梁的抗弯刚度和跨度。把由所有  $\Delta_i$  计算得到的各层梁端弯矩和剪力作为节点力反向施加在梁柱节点上,对结构进行整体受力分析,可以得到  $\Delta_i$  产生的结构内力。

由  $\Delta_i$  产生的结构内力也可以这样近似地求得:  $-M_i$  按抗弯刚度分配给节点周围的梁和柱,不再向杆件的远端传递;  $-V_i$  作用在梁柱节点下面所有的柱子上。

## 6 算例

### 6.1 算例概况

结构为两跨 20 层钢筋混凝土框架(图 3); 构件截面尺寸见表 2。屋面梁线荷载为  $5 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-1}$ , 楼面梁线荷载为  $6.5 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-1}$ ; 混凝土强度等级为 C40; 混凝土的弹性模量为  $3.25 \times 10^7 \text{ kPa}$ ; 钢筋弹性模量为  $20.65 \times 10^7 \text{ kPa}$ ; 梁柱截面配筋率为 2%; 环境相对湿度为 40%; 潮湿养护为 4 d; 施工速度为  $4 \text{ d} \cdot \text{层}^{-1}$ 。

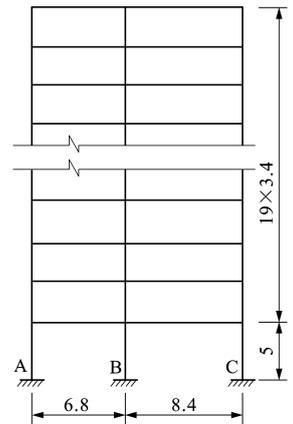


图 3 高层框架结构(单位:m)  
Fig. 3 Frame Structure of High-Rise Building (Unit:m)

表 2 构件截面尺寸

Tab. 2 Cross Section Sizes of Members m

楼层	柱		梁
	中柱	边柱	
1~5	1.0×1.0	0.8×0.8	0.3×0.8
6~12	0.8×0.8	0.6×0.6	
13~20	0.6×0.6	0.5×0.5	

### 6.2 计算结果

#### 6.2.1 楼层的收缩徐变竖向位移和位移差

按照本文介绍的方法计算出该算例各楼层的收

缩徐变竖向位移和位移差,部分楼层的计算结果如表 3 所示。

表 3 收缩徐变竖向位移和位移差 1

Tab. 3 Vertical Displacement and Displacement Difference 1 Caused by Shrinkage and Creep mm

楼层	位移			位移差
	A 柱	B 柱	C 柱	
5	5.227 4	4.410 8	5.319 1	0.908 3
10	9.808 8	8.334 8	10.034 4	1.699 6
15	13.655 3	12.186 5	14.017 1	1.830 6
20	16.439 1	15.138 1	16.900 9	1.762 8

由表 3 可以看出,顶层的收缩徐变位移最大达 16.900 9 mm;竖向位移差最大达 1.830 6 mm。各楼层中,B 柱顶层的收缩徐变位移是弹性竖向位移 1.17 mm<sup>[14]</sup> 的 10.4 倍。这是因为柱中应力较小(底层轴压比值为 0.054),导致与应力有关的弹性变形和徐变变形都很小,并且收缩变形不受应力影响,故此时大部分非弹性变形都是由收缩引起的。例如,顶层 B 柱的徐变竖向位移为 3.60 mm,而收缩竖向位移为 16.11 mm。

把楼层荷载增大 10 倍,使构件的轴压比增大(底层 B 柱轴压比值增大为 0.54),此时计算的顶层 B 柱非弹性竖向位移中,徐变位移为 36.04 mm,收缩位移仍为 16.11 mm,徐变位移约为弹性位移的 3.08 倍(不考虑钢筋影响时)。楼层荷载增大 10 倍后,考虑钢筋影响时部分楼层的竖向位移和位移差见表 4。

表 4 收缩徐变竖向位移和位移差 2

Tab. 4 Vertical Displacement and Displacement Difference 2 Caused by Shrinkage and Creep mm

楼层	位移			位移差
	A 柱	B 柱	C 柱	
5	8.318 0	9.365 7	9.234 8	1.047 7
10	17.415 4	19.506 4	19.672 0	2.091 0
15	25.849 9	30.712 6	29.467 5	4.862 7
20	36.621 7	39.710 8	36.621 7	3.089 1

由表 3、4 还可以看出,考虑施工过程的收缩徐变竖向位移在顶层最大,但楼层最大竖向位移差并不在顶层,而在总层数的 2/3~3/4 处。

### 6.2.2 配筋率对收缩徐变竖向位移的影响

把楼层荷载增大 10 倍,各楼层 B 柱收缩徐变位移随配筋率的变化如图 4 所示。

由图 4 可以看出,随着配筋率的增大,可以显著地减小收缩徐变位移。当截面配筋率为 5% 时,楼层的收缩徐变位移可以减小到截面配筋率为 0.2%

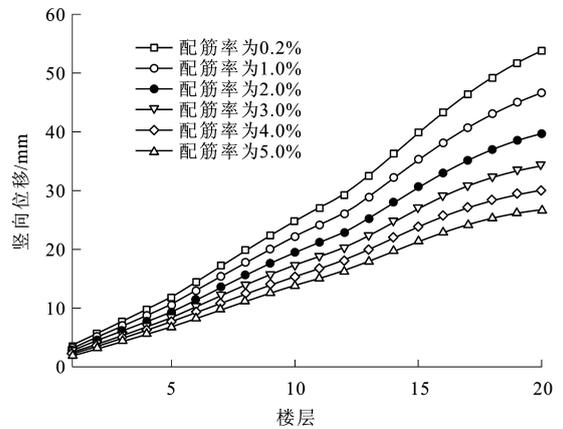


图 4 各楼层 B 柱收缩徐变竖向位移随配筋率的变化  
Fig. 4 Variation of Vertical Displacement Caused by Shrinkage and Creep of B Column at Each Floor vs Reinforcement Ratio

时收缩徐变位移的 1/2 左右。

图 5 为楼层收缩徐变竖向位移差随配筋率的变化。由图 5 可以看出,配筋率显著地改变着结构的非弹性竖向位移差,随着配筋率的增大,楼层收缩徐变的竖向位移差减小。

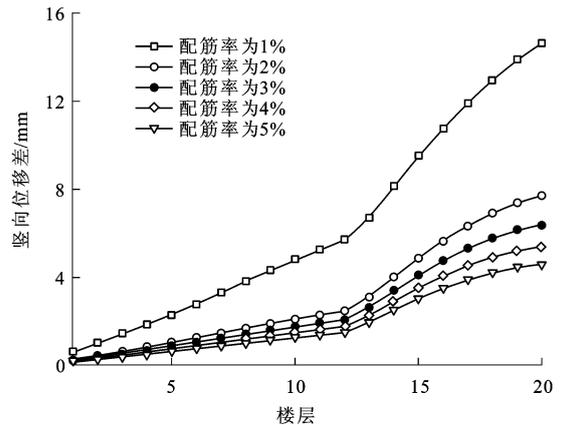


图 5 各楼层收缩徐变竖向位移差随配筋率的变化  
Fig. 5 Variation of Vertical Displacement Difference Caused by Shrinkage and Creep at Each Floor vs Reinforcement Ratio

### 6.2.3 竖向收缩徐变位移差对水平构件的影响

由于收缩徐变产生的竖向位移差,可以在水平构件中产生很大的附加弯矩和附加剪力。当楼面荷载为原荷载的 10 倍,配筋率为 2% 时,由收缩徐变位移差引起的 AB 跨附加梁端弯矩  $M_{AB}$  和附加剪力  $V_{AB}$  如图 6 所示。由图 6 可以看出,收缩徐变可以引起很大的梁端附加弯矩和附加剪力;越往顶层附加弯矩和附加剪力越大,但该方法没有考虑梁和板的收缩徐变对结构受力的影响。文献[15]中指出,由于收缩徐变引起的附加弯矩会由于水平构件的徐变而迅速

减小,并建议由位移差引起的弯矩最大值,可取假定水平构件内徐变不引起内力减小时的计算值的 1/2。

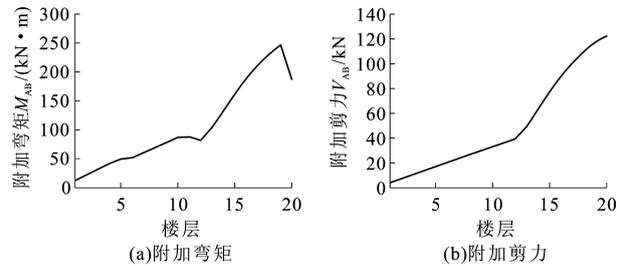


图 6 收缩徐变位移差引起的梁的附加内力

Fig. 6 Additional Internal Forces of Beam Displacement Difference Caused by Shrinkage and Creep

## 7 结 语

(1) 提出的高层建筑考虑施工过程和收缩徐变影响的竖向位移简化计算方法,简单实用。

(2) 配筋率对竖向收缩徐变位移影响很大,配筋越大,收缩徐变位移和位移差越小。

(3) 收缩徐变位移差可以在水平构件中引起很大的附加弯矩和附加剪力,在实际工程设计中应尽量考虑收缩徐变对结构受力和变形的影响。

## 参考文献:

### References:

- [1] BAZANT Z P, WITTMANN F H. Creep and Shrinkage in Concrete Structures [M]. New York: John Wiley & Sons, 1982: 129-358.
- [2] GHALI A, FAVRE R. Concrete Structure: Stresses and Deformations [M]. New York: Chapman and Hall, 1986.
- [3] 惠荣炎, 黄国兴, 易冰若. 混凝土的徐变 [M]. 北京: 中国铁道出版社, 1988.
- HUI Rong-yan, HUANG Guo-xing, YI Bing-ruo. Concrete Creep [M]. Beijing: China Railway Publishing House, 1988.
- [4] 周 履, 陈永春. 收缩徐变 [M]. 北京: 中国铁道出版社, 1994.
- ZHOU Lu, CHEN Yong-chun. Shrinkage and Creep [M]. Beijing: China Railway Publishing House, 1994.
- [5] 杜国华, 毛昌时, 司徒妙龄. 桥梁结构分析 [M]. 上海: 同济大学出版社, 1994.
- DU Guo-hua, MAO Chang-shi, SITU Miao-ling. Analysis of Bridge Structures [M]. Shanghai: Tongji University Press, 1994.
- [6] 王勋文, 潘家英. 按龄期调整有效模量法中老化系数  $\chi$  的取值问题 [J]. 中国铁道科学, 1996, 17(3): 12-23.
- WANG Xun-wen, PAN Jia-ying. Determination of Aging

Coefficients in Age-Adjusted Effective Module Method [J]. China Railway Science, 1996, 17(3): 12-23.

- [7] 沈蒲生. 高层建筑结构疑难释义 [M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2003.
- SHEN Pu-sheng. Explanations for Questions of High-Rise Buildings [M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2003.
- [8] 陈富生, 邱国桦, 范 重. 高层建筑钢结构设计 [M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2000.
- CHEN Fu-sheng, QIU Guo-hua, FAN Zhong. Design of High-Rise Building Steel Structures [M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2000.
- [9] 赵宪忠. 考虑施工因素的钢筋混凝土高层建筑时变反应分析 [D]. 上海: 同济大学, 2000.
- ZHAO Xian-zhong. Time-Dependent Analysis of High-Rise RC Buildings with Construction Imperfection and Procedure Effects [D]. Shanghai: Tongji University, 2000.
- [10] 林 欢. 矩阵递推法在高层框架施工模拟计算中的应用 [J]. 建筑结构, 1989, 19(1): 16-21.
- LIN Huan. Application of Matrix Sequential Method in the Simulating Construction Process of Tall Frame Structures [J]. Building Structure, 1989, 19(1): 16-21.
- [11] SAVITA M, ASFAM M, NAGPAL A K. Consistent Procedure for Creep and Shrinkage Effects in RC Frames [J]. Journal of Structural Engineering, 2001, 127(7): 726-732.
- [12] 郭军庆, 王雪韵, 雷自学, 等. 加芯混凝土框架柱轴压比限值试验研究 [J]. 建筑科学与工程学报, 2005, 22(4): 45-49.
- GUO Jun-qing, WANG Xue-yun, LEI Zi-xue, et al. Experimental Research on Limit Value of Axial Compression Ratio for Concrete Frame Columns with Central Reinforcement [J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2005, 22(4): 45-49.
- [13] ACI 209R-92, Prediction of Creep, Shrinkage and Temperature Effects in Concrete Structures [S].
- [14] 沈蒲生, 方 辉. 高层框架施工过程的模拟分析方法与近似方法的比较 [J]. 建筑结构, 2006, 36(2): 48-50.
- SHEN Pu-sheng, FANG Hui. Analysis Method of Tall Frame Building Considering Construction Process Effect [J]. Building Structure, 2006, 36(2): 48-50.
- [15] 史密斯 B S, 库尔 A. 高层建筑结构分析与设计 [M]. 北京: 地震出版社, 1993.
- SMITH B S, COULL A. High-Rise Building Structures: Analysis and Design [M]. Beijing: Seism Press, 1993.