

文章编号:1673-2049(2007)01-0031-06

采空区煤柱-顶板系统失稳的力学分析

贺广零¹, 洪芳², 王艳苹³

(1. 同济大学 土木工程学院, 上海 200092; 2. 福建工程学院 土木工程系, 福建 福州 350014;
3. 北京核工业第二研究设计院, 北京 100840)

摘要:基于温克尔假设, 突破把坚硬顶板视为弹性梁的传统思想, 把坚硬顶板视为弹性板, 将煤柱等效为连续均匀分布的支撑弹簧, 从而形成煤柱-顶板相互作用系统; 同时, 将煤柱视为应变软化介质, 采用近似的 Weibull 分布描述它的损伤本构模型, 依据板壳理论和非线性动力学理论对采空区煤柱-顶板系统失稳机理进行了研究, 得出了系统失稳的突变机制, 并给出了系统失稳的数学判据和力学条件; 最后, 以马脊梁矿为工程实例进行分析。结果表明, 理论分析值与工程实测数据吻合较好, 为进一步研究煤柱-顶板相互作用系统和制定相关规范提供了重要参考。

关键词:采空区; 煤柱-顶板相互作用系统; 失稳; 突变理论; 力学分析

中图分类号: TU822.1 **文献标志码:** A

Mechanical Analysis of Instability of Coal Pillar and Roof System in Goaf

HE Guang-ling¹, HONG Fang², WANG Yan-ping³

(1. School of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Department of Civil Engineering, Fujian University of Technology, Fuzhou 350014, Fujian, China; 3. Beijing Institute of the Second Nuclear Industry, Beijing 100840, China)

Abstract: Based on the Winkler's hypothesis, the stiff roof was assumed as an elastic beam. It was totally different with the conventional idea that the stiff roof was assumed as an elastic plate, and the coal pillars were equal to continuously and uniformly distributed support springs. Then, the coal pillar and roof interaction system was formed. It was also assumed that the coal pillar was a strain-softening medium, and the damage constitutive model could be described by the approximate Weibull's distribution. Authors presented the instability mechanism of coal pillar and roof interaction system by using the plate mechanics and the nonlinear dynamics theory, then, the catastrophe mechanism of the system instability was gotten and the mathematical criterion and mechanical condition were given. Finally, taking Majiliang coal mine as an engineering example, the results show that a good agreement exists between the theoretical analysis value and engineering real test data which provides an important reference for the further research of the coal pillar and roof interaction system and constitution of relevant codes.

Key words: goaf; coal pillar and roof interaction system; instability; catastrophe theory; mechanical analysis

收稿日期: 2007-01-20

基金项目: 国家自然科学基金创新研究群体项目(50321803)

作者简介: 贺广零(1982-), 男, 湖南衡阳人, 工学博士研究生, E-mail: hglcool@126.com。

0 引言

采空区煤柱-顶板系统失稳是世界范围内煤矿矿井中最严重的灾害之一。尽管各国学者在此系统失稳发生机理、监测手段及控制等方面的研究取得了重大进展,但由于其本身极为复杂,到目前为止,远没有从根本上解决其有效预测和防治问题。章梦涛等^[1-2]提出煤柱-顶板系统失稳是一种材料失稳破坏现象,但没有对失稳发生的条件进行具体分析。文献^{[3]~[6]}中建立了煤柱-顶板系统失稳的突变模型,对系统损伤扩展耗散能量进行了分析,但只是定性地解释了系统失稳的机理。文献^[7]中取一个煤柱及其上部顶板作为一个单元进行了非线性稳定性分析,开辟了煤柱-顶板系统研究的新思路,然而,却忽略了单元与单元之间的相关性。从总体上来看,大部分学者都将顶板视为弹性梁。这种近似处理方法极大地简化了分析过程,但其局限性也非常明显,它既无法体现顶板的空效应,又无法体现顶板的各向异性,所得结果的可靠性不能不让人质疑。基于上述研究的局限性,笔者将坚硬顶板视为弹性板,将煤柱等效为连续均匀分布的弹簧,利用板壳理论和非线性动力学理论对采空区煤柱-顶板系统失稳机理进行了分析。

1 力学简化模型

在采矿工程中,应用柱式采煤方法,采空区内会留下大量的煤柱,这些煤柱支撑着坚硬难冒顶板岩体。由于煤柱表面逐渐分化和脱落,使煤柱的有效刚度减小,当达到某一临界值时,在顶板上层岩土和顶板自重的作用下,顶板就会产生大面积的突然冒落,从而引发矿山灾害的发生。笔者从力学理论角度来研究煤柱-顶板的失稳机理,有助于在更深层次上认识坚硬难冒顶板大面积一次性冒落这一矿山压力现象的本质,以便寻求解决顶板冒落的工程控制问题。

采空区的几何区域近似地简化成为矩形区域,可将顶板岩体视为边界固定的弹性矩形平板。如图1所示建立坐标系 xOy , 设弹性矩形平板长度为 $2a$, 宽度为 $2b(b \leq a)$, 厚度为 h , 顶板岩体的弹性模量为 E , 泊松比为 ν , 体密度为 ρ , 抗拉强度极限为 σ_s 。设上层岩土介质对顶板上表面的压力为均布载荷 q_0 (图2)。

将每个煤柱视为相同的受压弹性直杆,其初始小变形时的弹性模量为 E_1 , 平均横截面积为 A , 高

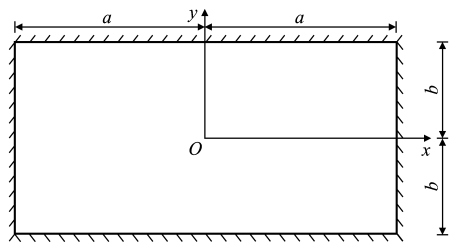


图1 顶板岩体简化为四边固支的弹性矩形平板

Fig. 1 Roof Rock Mass Simplified as an Elastic Rectangular Plate Fixed at Four Sides

度为 H 。假设煤柱是等距分布的,其总数目为 n ,可以将这些等距分布的弹性直杆近似地等效成连续分布的温克尔弹性基础^[8-13],记等效弹性系数为 k ,于是有 $nE_1A/H = 4abk$ 。这样得到等效弹性系数为

$$k = \frac{nE_1A}{4abH} \quad (1)$$

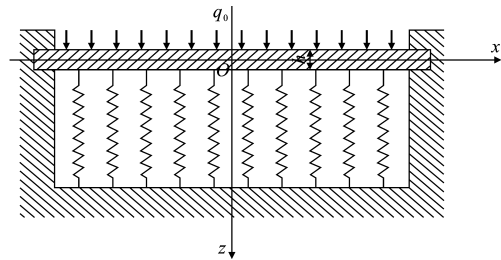


图2 煤柱-顶板系统简化力学模型

Fig. 2 Simplified Mechanical Model of Coal Pillar and Roof System

根据弹性基础上的平板弯曲理论,顶板下沉位移 $\omega(x, y)$ 满足如下基本方程

$$D \nabla^4 \omega + k\omega = q \quad (2)$$

式中: D 为板的抗弯刚度, $D = Eh^3/[12(1-\nu^2)]$;

∇^4 为双调和算子, $\nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}$ 。作用在顶板上的总均布载荷 q 可由岩土层对顶板的均布压力载荷 q_0 与其自重载荷 ρgh 叠加而成,即

$$q = q_0 + \rho gh \quad (3)$$

顶板在破坏前的边界条件固定,即

$$\left. \begin{aligned} \omega|_{x=\pm a} &= 0, \omega|_{y=\pm b} = 0 \\ \frac{\partial \omega}{\partial x} \Big|_{x=\pm a} &= 0, \frac{\partial \omega}{\partial y} \Big|_{y=\pm b} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

至此,确定顶板下沉位移,在数学上可被归结为求解式(2)在边界条件式(4)的边界值问题。

根据顶板的下沉位移和边界约束条件情况,近似假设挠度具有如下解析解的形式

$$\omega = \frac{\omega_0}{a^4 b^4} (x^2 - a^2)^2 (y^2 - b^2)^2 \quad (5)$$

式中: ω_0 为顶板的最大下沉位移, $\omega_0 = \omega(0, 0)$ 。显

然,求解式(5)已自动满足边界条件式(4),将其代入方程式(2)的伽辽金弱形式方程

$$\int_{-a}^a \int_{-b}^b (D \nabla^4 \omega + k\omega - q)(x^2 - a^2)^2 \cdot (y^2 - b^2)^2 dx dy = 0 \quad (6)$$

可得顶板中面的最大下沉位移为

$$\omega_0 = \frac{441}{128} \times \frac{q}{2k + 9D[7/a^4 + 4/(a^2 b^2) + 7/b^4]} \quad (7)$$

2 全局塌陷的非线性动力失稳分析

2.1 非线性动力失稳模型

根据已有的研究^[14-15],从边缘形成塑性铰线到内部形成塑性铰线而成为机构,这是顶板破坏阶段。在顶板破坏阶段结束时,破裂的顶板中部区域的下陷会使其边缘沿水平向内滑移。本文中考虑一种极端危险的情形,即顶板边缘从采空区边界帮底脱落下来,从而失去边界帮底对顶板的支撑。此时,顶板的边缘成为自由边界,这是工程中最为担心发生的情况。破裂后顶板板块的内部变形能被全部释放,同时顶板板块的载荷和自重全由煤柱支撑,因此,可以将顶板板块当成受载荷和自重作用并受到煤柱支撑的刚性平板。这样作为一种简化的分析,可以令抗弯刚度 $D=0$,则方程式(2)退化为

$$k\omega = q \quad (8)$$

2.2 煤柱的本构关系及等效本构关系

在顶板破坏的初始阶段,顶板的最大下沉位移较小,故煤柱的压缩变形也较小,对煤柱可以采用线弹性的应力-应变关系;而煤柱失稳时其压缩变形会较大,因此应采用非线性本构关系(图 3)。试验表明,煤柱的应力-应变关系是具有弱化性质的非线性关系。Hudson 等曾用正态分布模型描述这种弱化性质^[16];潘一山等曾用负指数模型^[17];Qin 等则采用 Weibull 分布模型^[18]。因 Weibull 分布模型具有广泛的适用性,本文中用它来描述煤柱的应力-应变关系,即

$$\sigma = E_1 \epsilon \exp[-(\epsilon/\epsilon_0)^m] \quad (9)$$

式中: ϵ 为压缩应变, $\epsilon = w/H$, w 为压缩位移,它与顶板下沉位移相同; ϵ_0 为应力-应变曲线中峰值点的应变, $\epsilon_0 = w_0/H$, w_0 为应力峰值点所对应的压缩位移; m 为描述局部强度变化的曲线形状参数,称为

均匀性指标。当 $m=1$ 时,分布为指数型的;当 $m=5$ 时,很接近正态分布;当 $m \rightarrow \infty$ 时,强度变化趋近于 0,材料性质为理想脆性的(如玻璃)。由此可以看出, m 值越大,材料的均匀性及脆性程度越高,其应变软化性质就越明显。

由式(9)可知,作用在煤柱上的压力载荷 $P(P = \sigma A)$ 与压缩位移 w 之间的关系为 $P = K(w)w$,其中 $K(w)$ 为单个煤柱作为等效弹簧的刚度,它不是常量而与压缩位移 w 有关, $K(w) = \frac{E_1 A}{H} \exp[-(w/w_0)^m]$ 。由此可以近似地认为每个煤柱结构和材料性质是一样的,所受到的压力也是均等的,因此,若将等距分布的煤柱近似地等效成连续分布的弹性基础,则弹性基础的等效弹性系数可以表示为

$$k = k(w) = \frac{n}{4ab} K(w) = \frac{n E_1 A}{4ab H} \exp[-(w/w_0)^m] \quad (10)$$

显然,这种等效的弹性基础是不同于通常的温克尔线性弹性基础的,它具有指数型非线性性质。

采用式(9)来描述煤柱的本构关系与实际情况吻合较好,当然这也在数学上带来了相当的复杂性。为了既能满足实际工程的精度需要,又能在数学上有一定的简化,本文中使用三次非线性软弹簧模型的 $\sigma\epsilon$ 曲线(图 4)来近似地拟合 Weibull 分布模型的 $\sigma\epsilon$ 曲线,即假设

$$\sigma = \tilde{E}_1 \epsilon + \tilde{E}_3 \epsilon^3 \quad (11)$$

式中: \tilde{E}_1 、 \tilde{E}_3 分别为通过曲线拟合来确定的材料参数, $\tilde{E}_1 > 0$, $\tilde{E}_3 < 0$ 。

由式(9)可知:当煤柱压缩应变 $\epsilon = m^{-1/m} \epsilon_0$ 时,压缩应力 σ 取峰值 $[\sigma_m] = E_1 \epsilon_0 (m\epsilon)^{-1/m}$,即在峰值点的应力为 $[\sigma_m]$,应变 $\epsilon = [\sigma_m] e^{1/m} / E_1$;再由式(11)可知:当 $\epsilon = [\tilde{E}_1 / (-3\tilde{E}_3)]^{1/2}$ 时, σ 取峰值 $2\tilde{E}_1 [\tilde{E}_1 / (-3\tilde{E}_3)]^{1/2} / 3$ (图 4 中的 Q 点)。令由式(9)、(11)给出的两条 $\sigma\epsilon$ 曲线在峰值处的应力和应变均相同,得到

$$\left. \begin{aligned} \tilde{E}_1 &= \frac{3E_1}{2e^{1/m}} \\ \tilde{E}_3 &= -\frac{1}{2e^{3/m}} \left(\frac{E_1}{[\sigma_m]^2} \right)^3 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

如果取 $m = 1/\ln \frac{3}{2} \approx 2.5$,则有

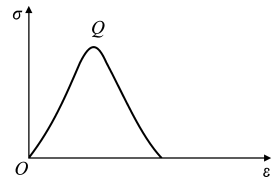
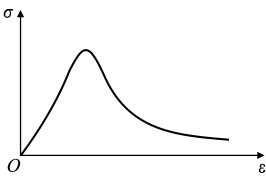


图 4 煤柱的软弹簧近似 $\sigma\epsilon$ 关系

Fig. 4 Relation of Approximate σ and ϵ of Soft Spring of Coal Pillar

图 3 煤柱的 $\sigma\epsilon$ 关系
Fig. 3 Relation of σ and ϵ of Coal Pillar



$$\left. \begin{aligned} \tilde{E}_1 &= E_1 \\ \tilde{E}_3 &= -\frac{4}{27} \times \frac{(E_1)^3}{[\sigma_m]^2} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

这样,三次非线性软弹簧模型式(11)与 Weibull 分布模型式(9)的初始弹性模量相同,应力的峰值也相同,而且应力取峰值时的应变也相同。由此可以说,三次非线性软弹簧模型式(11)是 Weibull 分布模型式(9)的一个较好的等效模型。

2.3 非线性动力失稳机制

将等距分布的煤柱等效成连续分布的弹性基础,但不再是温克尔线性弹性基础,而是由式(11)确定的三次非线性软弹簧弹性基础,其弹性基础的等效弹性系数为

$$k = k(\omega) = k_1 + k_3 \omega^2 \quad (14)$$

其中一次等效弹性系数与温克尔线性弹性基础弹性系数相同

$$k_1 = \frac{nE_1 A}{4abH} \quad (15)$$

三次等效弹性系数为

$$k_3 = \frac{n\tilde{E}_3 A}{4abH^3} = -\frac{4(E_1)^3}{27H^2[\sigma_m]^2} k_1 < 0 \quad (16)$$

将式(14)、(16)代入式(8),得到如下三次代数方程

$$\omega^3 + \alpha\omega + \beta = 0 \quad (17)$$

$$\alpha = k_1/k_3 = -\frac{27H^2[\sigma_m]^2}{4(E_1)^2} < 0 \quad (18)$$

$$\beta = -q/k_3 = \frac{27abH^3[\sigma_m]^2 q}{n(E_1)^3 A} > 0 \quad (19)$$

式中: α 为常参数; β 为控制参数。

三次代数方程式(17)的解依赖于 α 和 β ,即有 $\omega = \omega(\alpha, \beta)$,其为如图5所示的流形曲面。根据突变理论,方程式(17)的解与尖点突变模型有关。流形曲面在控制参数平面的投影称之为分岔点集,方程式(17)的分岔点集的方程为

$$4\alpha^3 + 27\beta^2 = 0 \quad (20)$$

式(20)即为煤柱-顶板系统失稳的数学判据。

将式(18)、(19)代入式(20),得到煤柱-顶板系统的失稳力学条件为

$$A \leq [A] = \frac{4abq}{n[\sigma_m]} \quad (21)$$

由式(21)可知,当煤柱的有效横截面积 A 逐渐减小到其临界值 $[A]$ 时,由于常参数 $\alpha < 0$,控制参数 $\beta > 0$ 随着有效横截面积 A 的减小而增大,即可穿越分岔点集(图6)。根据突变理论,顶板的塌陷位移(煤柱的压缩位移)将产生突跳,顶板产生极限点失

稳,煤柱-顶板系统完全塌陷。

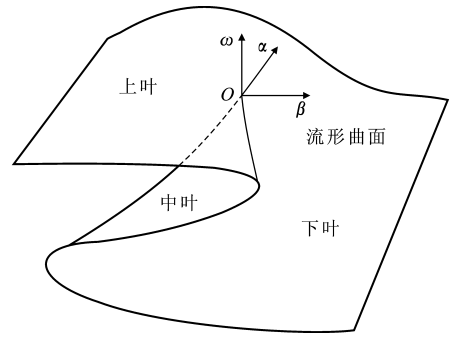


图5 流形曲面

Fig. 5 Manifold Curved Surface

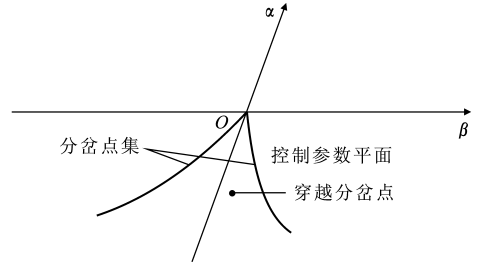


图6 控制参数平面上的分岔点集

Fig. 6 Bifurcation Point Set in Control Parameter Plane

3 工程实例计算

以马脊梁矿为工程实例进行分析。根据该矿的岩层和煤层工程地质及采空区的实际情况^[19],已知地表下的岩土层厚为 $h_0 = 23.43$ m,其密度为 $\rho_0 = 1800 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ 。坚硬顶板厚度 $h = 45.56$ m,密度 $\rho = 2430 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$,取重力加速度 $g = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ 。近似地将采空区视为矩形区域,则坚硬顶板其长度为 $2a = 620$ m,宽度为 $2b = 500$ m。顶板岩石为粗砂岩,其弹性模量为 $17.3 \sim 45.4 \text{ GPa}$,泊松比为 $0.12 \sim 0.36$ 。因顶板岩石非常坚硬,其弹性模量应取上限值 $E = 45.4 \text{ GPa}$,泊松比取平均值 $\nu = 0.24$ 。顶板岩石抗拉强度极限 $[\sigma_s] = 10.37 \text{ MPa}$ 。在煤柱未分化的初始阶段,煤柱群系的总横截面积占采空区面积的比率为 $\eta = 19.4\%$,煤柱的高度 $H = 6.32$ m,其弹性模量 $E_1 = 1.29 \text{ GPa}$,峰值抗压强度 $[\sigma_m] = 19.9 \text{ MPa}$ 。

作用在顶板上总的均布载荷

$$q = q_0 + \rho gh = 1.5 \text{ MPa} \quad (22)$$

其中岩土层对顶板的载荷 $q_0 = \rho_0 gh_0 = 0.4 \text{ MPa}$,它约占总载荷的 27.6% 。

顶板的抗弯刚度

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} = 379.66 \times 10^{12} \text{ Pa} \cdot \text{m}^3 \quad (23)$$

煤柱群系的总横截面积 $S = nA = \eta(4ab)$, 由式(1)可算出与煤柱群系相等效的温克尔弹性基础的弹性系数

$$k = \frac{nAE_1}{4abH} = \frac{SE_1}{4abH} = 39.6 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{-1} \quad (24)$$

由式(7)可得,顶板的最大下沉位移 ω_0 与煤柱面积比率 η 之间的关系式为

$$\omega_0(\eta) = \frac{441}{128} \times \frac{q}{2\eta E_1 / H + 9D[7/a^4 + 4/(a^2b^2) + 7/b^4]} = \frac{1}{79.08\eta + 2.12} \quad (25)$$

在煤柱未分化和脱落的初始阶段,有 $\eta = 19.4\%$, 由式(25)可得

$$\omega_0 = 0.057 \text{ m} \quad (26)$$

即顶板的最大下沉位移约为 6 cm, 由此可知, 初始阶段顶板的下沉位移相对于顶板厚度来说是很小的, 为顶板厚度的 0.13%。这与工程实测结果非常接近^[20]。由解析解式(5)可给出顶板的下沉位移曲面, 如图 7 所示。

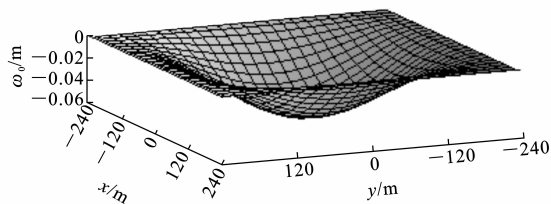


图 7 煤柱未分化的初始阶段顶板的下沉位移曲面

Fig. 7 Submerged Displacement Curved Surface of Roof in Initial Period of Unpolarization Coal Pillar

顶板最大下沉位移 ω_0 随煤柱面积比率 η 的变化已由式(25)给出, 绘成曲线如图 8 所示。由图 8 可以看出, 当煤柱表面的分化和脱落而使煤柱有效面积逐渐减小时, 即当 η 减小时, 将会导致顶板最大下沉位移 ω_0 快速地增大。如果煤柱群系的总横截面积 S 减小 20%, 则顶板最大下沉位移 ω_0 将比原来增大大约 20%; 如果 S 减小 30%, 则 ω_0 将增大大约 36%; 如果 S 减小 50%, 则 ω_0 将增大 78%。

工程中最为担心发生的极端危险情形是顶板边缘从帮底滑脱而失去支撑, 成为自由边界的情形。在此情形下, 由式(21)可知煤柱面积比率为

$$\eta \leq [\eta]_{cr} = \frac{q}{[\sigma_s]} = 7.5\% \quad (27)$$

则顶板-煤柱发生突然失稳坍塌。

4 结 语

(1) 笔者突破将坚硬顶板视为弹性梁的传统思

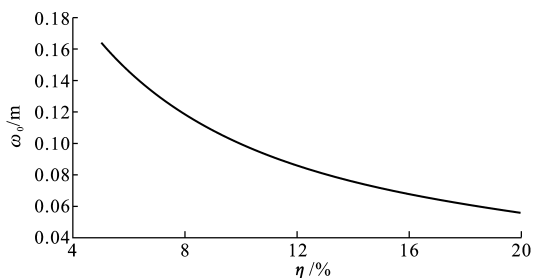


图 8 顶板最大下沉位移 ω_0 随煤柱面积比率 η 的变化

Fig. 8 The Largest Submerged Displacement of Roof ω_0 Varying with Coal Pillar Square Ratio η

想, 把坚硬顶板当作弹性板, 并将煤柱等效为连续均匀分布的支撑弹簧(用 Weibull 分布描述), 依据板壳理论和非线性动力学理论对采空区煤柱-顶板系统失稳机理进行了研究, 同时给出了系统失稳的数学判据。

(2) 将煤柱-顶板系统失稳的数学判据转化为力学条件。由该条件可以看出, 影响系统失稳的主要因素有: 顶板和上覆土层的重力荷载; 单位面积煤柱的数量和煤柱的峰值应力。依据该系统失稳力学条件即可进行煤柱-顶板系统失稳预报。

(3) 以马脊梁矿为工程实例进行分析, 发现理论分析结果与实测结果吻合较好, 有力地论证了本文中理论分析的正确性, 为进一步研究煤柱-顶板相互作用系统和制定相关规范提供了重要参考。

参考文献:

References:

- [1] 章梦涛. 冲击地压失稳理论及数值计算[J]. 岩石力学与工程学报, 1987, 6(3): 197-204.
ZHANG Meng-tao. Instability Theory and Numerical Simulation of Rock Burst[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1987, 6(3): 197-204.
- [2] 章梦涛, 徐曾和, 潘一山. 冲击地压和突出的统一失稳理论[J]. 煤炭学报, 1991, 16(4): 48-53.
ZHANG Meng-tao, XU Zeng-he, PAN Yi-shan. Uniform Instability Theory for Rock Burst and Bump[J]. Journal of China Coal Society, 1991, 16(4): 48-53.
- [3] 潘岳. 矿井断层冲击地压的折迭突变模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2001, 20(1): 43-48.
PAN Yue. Fold Catastrophe Model of Mining Fault Rock Burst[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2001, 20(1): 43-48.
- [4] 谭云亮. 矿山岩层运动非线性动力学特征研究[D]. 沈阳: 东北大学, 1996.
TAN Yun-liang. Research on the Nonlinear Dynamic Characteristic of Mining Overburden Movement[D].

- Shenyang: Northeast University, 1996.
- [5] 尹光志, 代高飞, 万玲, 等. 岩石微裂纹演化的分岔混沌与自组织特征[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(5): 635-639.
- YIN Guang-zhi, DAI Gao-fei, WAN Ling, et al. Characteristics of Bifurcation, Chaos and Self-organization of Evolution of Micro-cracks in Rock [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(5): 635-639.
- [6] 徐曾和, 徐小荷, 唐春安. 坚硬顶板下煤柱岩爆的尖点突变理论分析[J]. 煤炭学报, 1995, 20(5): 485-491.
- XU Zeng-he, XU Xiao-he, TANG Chun-an. Analysis of a Cusp Catastrophe Bump of Coal Pillar Under Hard Rocks[J]. Journal of China Coal Society, 1995, 20(5): 485-491.
- [7] 秦四清, 王思敬. 煤柱-顶板系统协同作用的脆性失稳与非线性演化机制[J]. 工程地质学报, 2005, 13(4): 437-446.
- QIN Si-qing, WANG Si-jing. Instability Leading to Rockbursts and Nonlinear Evolutionary Mechanisms for Coal-pillar-and-roof System[J]. Journal of Engineering Geology, 2005, 13(4): 437-446.
- [8] 俞茂宏, ODA Y, 盛谦, 等. 统一强度理论的发展及其在土木水利等工程中的应用和经济意义[J]. 建筑科学与工程学报, 2005, 22(1): 24-41.
- YU Mao-hong, ODA Y, SHENG Qian, et al. Development of Unified Strength Theory and Its Applications in Civil Engineering and Its Economic Significance [J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2005, 22(1): 24-41.
- [9] 刘忠, 沈蒲生, 陈钺. 惯性荷载和地震荷载作用下单桩横向非线性动力响应简化分析[J]. 中国公路学报, 2005, 18(3): 66-69.
- LIU Zhong, SHEN Pu-sheng, CHEN Cheng. Simplified Analysis for Lateral Nonlinear Dynamic Response of Single Pile Under Inertial and Seismic Loads[J]. China Journal of Highway and Transport, 2005, 18(3): 66-69.
- [10] 赵明华, 曾昭宇, 刘晓明, 等. 考虑轴向横向荷载共同作用的基桩可靠度[J]. 建筑科学与工程学报, 2005, 22(2): 57-60.
- ZHAO Ming-hua, ZENG Zhao-yu, LIU Xiao-ming, et al. Reliability of Pile Foundation Under Vertical and Lateral Loads [J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2005, 22(2): 57-60.
- [11] 徐芝伦. 弹性力学: 下册[M]. 3 版. 北京: 高等教育出版社, 1992.
- XU Zhi-lun. Elasticity Mechanics: Volume 2 [M]. 3rd ed. Beijing: Higher Education Press, 1992.
- [12] 易伟建, 杨随新. 软土地基上的土-结构动力相互作用[J]. 建筑科学与工程学报, 2005, 22(2): 61-65.
- YI Wei-jian, YANG Sui-xin. Soil-structure Dynamic Interaction Based on Soft Soil Foundation [J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2005, 22(2): 61-65.
- [13] 吴建营, 李杰. 混凝土弹塑性损伤本构关系统一模型[J]. 建筑科学与工程学报, 2005, 22(4): 15-21.
- WU Jian-ying, LI Jie. Unified Elasto-plastic Damage Constitutive Relations Model for Concrete [J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2005, 22(4): 15-21.
- [14] 钱鸣高, 石平五. 矿山压力与岩层控制[M]. 北京: 中国矿业大学出版社, 2003.
- QIAN Ming-gao, SHI Ping-wu. Mining Pressure and Strata Control [M]. Beijing: China University Press of Mining and Technology, 2003.
- [15] 派克 R, 根勃尔 W L. 钢筋混凝土板[M]. 上海: 同济大学出版社, 1992.
- PARK R, GAMBE W L. Reinforced Concrete Plate [M]. Shanghai: Tongji University Press, 1992.
- [16] HUDSON J A, FAIRHURST C. Tensile Strength, Weibull's Theory and a General Statistical Approach to Rock Failure [C]// TEENI M. The Proceedings of the Southampton 1969 Civil Engineering Materials Conference; Part 2. London: Wiley-interscience, 1971.
- [17] 潘一山, 章梦涛. 用突变理论分析冲击矿压发生的物理过程[J]. 阜新矿业学院学报, 1992, 11(1): 12-18.
- PAN Yi-shan, ZHANG Meng-tao. Analysis on the Physical Process of Rock Bursts by Catastrophe Theory [J]. Journal of Fuxin Mining Institute, 1992, 11(1): 12-18.
- [18] QIN Si-qing, WANG Si-jing, LONG Hui, et al. A new Approach to Estimating Geo-stresses from Laboratory Kaiser Effect Measurement [J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Science, 1999, 36(8): 1 073-1 077.
- [19] 仪垂祥. 非线性科学及其在地学中的应用[M]. 北京: 气象出版社, 1995.
- YI Chui-xiang. Nonlinear Science and Its Application in Geotechnology [M]. Beijing: China Meteorological Press, 1995.
- [20] 宋永津. 控制煤层坚硬难冒顶板技术[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 2001.
- SONG Yong-jin. The Technology of Controlling Coal Stiff Roof Difficult to Cave [M]. Beijing: China Coal Industry Publishing House, 2001.