

文章编号:1673-2049(2007)01-0074-06

# 基于水平集方法的连续体结构拓扑优化

任晓辉, 封建湖

(长安大学 理学院, 陕西 西安 710064)

**摘要:**提出了一种用水平集函数作为设计变量求解连续体结构拓扑优化的方法。优化方法以结构的整体柔度最小为目标函数,以实体材料所占的体积为约束条件,综合采用有限元方法和优化准则法对问题进行求解。该方法与密度惩罚法相比,克服了锯齿形边界,得到了光滑的结构边界;与传统水平集方法相比,不用求解复杂的 Hamilton-Jacobi 方程,提高了计算效率。在对 Heaviside 函数正则化处理中,考虑了形状导数和拓扑导数信息,加快了收敛速度。用该方法对梁的拓扑优化设计进行了试算,得到了满意的优化结果。

**关键词:**拓扑优化;水平集方法;有限元方法;优化准则法;拓扑导数

**中图分类号:**TU311 **文献标志码:**A

## Topology Optimization of Continuum Structure Based on Level Set Method

REN Xiao-hui, FENG Jian-hu

(School of Science, Chang'an University, Xi'an 710064, Shaanxi, China)

**Abstract:** A topology optimization approach of continuum structure based on level set method was proposed. The objective function of the problem is the minimum compliance of the structure, and the constraint condition is the material volume. A finite element method and optimization criteria method were incorporated to solve the problem. Compared with solid isotropic material with penalization (SIMP), smooth structural boundaries could be obtained by the approach without zigzag boundaries. The computational efficiency could be saved without solving the complicated Hamilton-Jacobi equation, which was used in traditional level set method. On the process of regularizing the Heaviside function, the information of the shape derivative and the topological derivative of the optimal design were considered. Convergence velocity was accelerated. By using the method, topology optimization design for the beam was tried to calculate, and the satisfactory optimization results were obtained.

**Key words:** topology optimization; level set method; finite element method; optimization criteria method; topological derivative

## 0 引言

随着结构设计从传统的消极校验设计阶段(可行性设计)到现代的主动改善设计阶段(最优化设

计)的飞跃,结构优化设计正不断地改变着工程设计的思想,成为结构力学中最活跃的领域之一<sup>[1-4]</sup>。根据设计变量的类型,结构优化大致分为 3 个层次<sup>[5-6]</sup>:①结构截面尺寸优化,主要是通过调节杆件

的横截面积、梁的横截面数据、板壳的厚度分布等尺寸参数来改善结构特性的优化设计;②结构几何形状优化,主要是通过调节杆系结构中的节点坐标、连续体的边界几何形状的优化设计;③结构拓扑优化,主要是寻求结构的某种布局(如杆系结构中的节点布局、节点之间的杆件连接方式或连续体中开孔的数量及位置等),使其能够在满足一切有关应力、位移等约束条件下,让某种性能指标达到最优。其中结构拓扑优化能在工程结构设计的初始阶段为设计者提供一个新颖高效的概念性设计,使结构在布局上采用最优方案,与尺寸优化和形状优化相比能更显著地节省材料,取得更大的经济效益,也更易被工程设计人员所接受,已经成为目前结构优化设计研究领域的热点,许多成果已经在大型 CAE 软件中得到实现,并在工程界中得到了成功的应用;但由于它的复杂性,拓扑优化设计也被公认为是结构优化领域中困难更大、更具有挑战性的课题。

## 1 连续体结构拓扑优化问题

结构拓扑优化的目的是在一定的外力和约束作用下,寻求具有最佳传力路径的结构布置形式。对于连续体结构的拓扑优化问题,优化的基本方法是:将设计域划分为有限单元,依据一定的算法删除部分区域,形成带孔的连续体,实现连续体的拓扑优化。这是一类基于单元描述的方法,本质上是一种 0-1 离散变量的组合优化问题,由于数学模型中目标函数与约束函数的不连续性,使得优化问题成为不可微和非凸的优化模型<sup>[7]</sup>。通常的做法是将离散变量的优化问题松弛为一个连续变量的优化问题,将基于连续变量的导数优化算法应用于优化中,用连续设计变量的优化模型代替原来离散变量的设计模型。这样连续设计变量可以取 0~1 中间的密度值。刚度问题拓扑优化中,常采取各种惩罚措施来压缩中间密度材料,主要有均匀化方法(Homogenization Method)和密度惩罚法<sup>[8]</sup>(Solid Isotropic Material with Penalization, SIMP),这也是目前采用较多的方法。基于单元描述的方法是一种高效的计算方法,已经在许多优化问题中得到成功的应用,但是它也存在着许多自身难以克服的缺点,这是由它采用的栅格模型所决定的。由于有限元网格既用来描述结构的拓扑形状,又用来对结构进行力学分析,这种耦合效果在考虑一些应力约束和振动约束的问题时,因为约束条件很难被合适地表达出来,处理起来相当困难。这种模型的另一缺点是,在描述

结构的几何形状信息时,边界的位置形状、法向量和边界的曲率不能直接表示出来,对于那些拓扑相关荷载问题,随着结构拓扑形状的变化,荷载的作用位置、大小和方向也在不断地变化,如静水压力问题,在这种模型下是很难解决的;同时由于栅格模型本身的原因,得到的最优结构边界是一种锯齿形边界,为了得到光滑的边界,不得不再进行形状优化,采用一种映射关系把栅格模型转化为一种光滑曲面模型,但是通常这种映射关系的处理不是很容易,而且计算量也比较大。

为了克服这些缺点,一些学者提出了面向结构几何形状描述的方法<sup>[9]</sup>,就是引入一种描述结构拓扑形状的隐式函数,即水平集函数,用它的零水平集来描述结构的边界;然后通过目标函数和约束函数的敏度分析,来改变水平集函数的取值,以得到不断变化的结构拓扑形状。这种方法称为水平集方法(Level Set Method)。与基于单元描述的方法相比,基于节点描述的方法最大的一个特点就是能够更直接地描述结构的几何拓扑形状,在结构演化过程中,所有边界的几何信息都隐含于水平集函数当中,这样对拓扑相关荷载和边界条件的处理将变得比较容易。传统的水平集方法是通过求解一个复杂的 Hamilton-Jacobi 方程来演化水平集函数的,由于 CFL 条件的限制,计算效率很低;同时由于水平集方法本质上是一个边界演化算法,只考虑了形状导数信息,孔洞的产生和结构拓扑的改变是通过原有边界的融合与分裂而得到的,这样就不可能在远离边界的实体内部产生新的孔洞或在孔洞内部产生新的实体。基于单元描述的方法中,材料的删除和生长是在整个设计域的任何区域都可以发生的,这就是水平集方法与基于单元描述的方法相比,其收敛速度往往很慢的原因。

笔者结合水平集方法和密度惩罚法的优缺点,给出了连续体结构拓扑优化问题的一种优化准则算法。在优化过程中,综合考虑了目标函数的形状导数和拓扑导数信息,极大地加快了收敛速度。数值试验表明,这种方法能够得到结构的光滑边界,而且自然地避免了棋盘格现象,同时还体现出完美的网格无关性,是一种高效、稳健的算法。

## 2 模型的建立

笔者考虑了小变形弹性体结构拓扑优化问题。给定一个设计域  $\Omega_{\text{des}}$ ,所有可能的设计都限制在  $\Omega_{\text{des}}$  内,本文的目标就是寻求一个边界为  $\Gamma$  的结构体  $D$

的最优设计。结构的拓扑形状是由隐式水平集函数  $\varphi(x)$  来描述的,2000 年 Sethian 和 Wiegmann 首次把水平集函数引入结构优化领域,并采用式(1)对结构的拓扑形式加以描述

$$\left. \begin{aligned} \varphi(x) > 0 \quad x \in D & \quad \text{结构的实体部分} \\ \varphi(x) = 0 \quad x \in \Gamma & \quad \text{结构的边界上} \\ \varphi(x) < 0 \quad x \in \Omega_{\text{des}}/D & \quad \text{结构的空洞部分} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

初始水平集函数的选择为一个符号距离函数,本文中  $\varphi(x)$  的取值被限定在  $[-\alpha, \alpha]$  ( $\alpha > 0$ ),即如果  $|\varphi(x)| > \alpha$ ,那么  $\varphi(x) = \text{asgn}[\varphi(x)]$ 。

笔者考虑了连续体结构在给定的荷载和位移边界条件下,以整体体积的约束作为优化的约束条件,寻求使结构总体柔度(总应变能)最小的材料布局方式,使结构的刚度最大,抵抗变形的能力最强。从数学模型的角度看,就是在设计区域  $\Omega_{\text{des}}$  上找出满足式(1)条件的水平集函数  $\varphi(x)$  的值。

设整个结构的虚位移为  $\delta \mathbf{u}$ ,体内各点相应的虚应变为  $\delta \boldsymbol{\varepsilon}$ ,不考虑结构的体积力情况下,根据虚位移原理,外荷载  $\boldsymbol{\tau}$  对虚位移  $\delta \mathbf{u}$  所做的虚功  $\delta \mathbf{W}$  和结构总应变能的变分  $\delta U$  相等,即

$$\delta U = \int_{\Omega_{\text{des}}} H[\varphi(x)] \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega = \delta \mathbf{W} = \int_{\Gamma} \delta \mathbf{u}^T \boldsymbol{\tau} d\Gamma \quad \forall \delta \mathbf{u} \in U_0 \quad (2)$$

式中: $U_0$  为位移场容许空间; $H[\varphi(x)]$  为 Heaviside 阶跃函数

$$H[\varphi(x)] = \begin{cases} 1 & \varphi(x) \geq 0 \\ 0 & \varphi(x) < 0 \end{cases}$$

这样结构的整体柔度  $C$  可以表示为

$$C = U = \int_{\Omega} H(\varphi) \mathbf{E}_{ijkl} \boldsymbol{\varepsilon}_{ij}(\mathbf{u}) \boldsymbol{\varepsilon}_{kl}(\mathbf{u}) d\Omega = \int_{\Gamma} \mathbf{u}^T \boldsymbol{\tau} d\Gamma \quad (3)$$

式中: $\mathbf{E}_{ijkl}$  为四节点单元弹性张量; $\mathbf{u}$  为结构的位移场; $\boldsymbol{\tau}$  为作用在边界  $\Gamma$  上的分布荷载,假定荷载大小及作用位置固定。

如上所述,最小柔度问题的优化模型可以写为目标函数形式

$$\min C(\varphi) = \min \int_{\Gamma} \mathbf{u}^T \boldsymbol{\tau} d\Gamma = \min \int_{\Omega} H(\varphi) \mathbf{E}_{ijkl} \boldsymbol{\varepsilon}_{ij}(\mathbf{u}) \boldsymbol{\varepsilon}_{kl}(\mathbf{u}) d\Omega \quad (4)$$

s. t.

$$\left. \begin{aligned} \int_{\Omega} H(\varphi) \mathbf{E}_{ijkl} \boldsymbol{\varepsilon}_{ij}(\mathbf{u}) \boldsymbol{\varepsilon}_{kl}(\mathbf{v}) d\Omega &= \int_{\Gamma} \boldsymbol{\tau} \boldsymbol{\nu} \delta(\varphi) \cdot \\ |\nabla \varphi| d\Omega, \mathbf{u}|_{\Gamma_d} &= \mathbf{u}_0 \quad \forall \mathbf{v} \in U_0 \\ g &= \int_{\Omega_{\text{des}}} H(\varphi) d\Omega - V_0 \leq 0 \\ -\alpha &\leq \varphi \leq \alpha \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中: $\mathbf{u}_0$  为边界  $\Gamma$  的  $\Gamma_d$  部分的指定位移; $\mathbf{v}$  为位移场容件空间  $U_0$  的一个位移向量; $V_0$  为体积约束条件  $g$  中结构实体部分所占的体积。

### 3 离散化及数值求解过程

对于离散化及数值求解过程,笔者采用的求解策略是,首先求解有限元平衡方程,得到当前水平集函数  $\varphi(x)$  下的结构位移场  $\mathbf{u}$ ,从而得到当前结构的柔度值;然后通过优化准则法构造一个迭代格式来更新水平集函数  $\varphi(x)$ ,使得结构的整体柔度下降,重复以上两个步骤,直至收敛,最终得到了满足整体柔度最小结构的最优拓扑形状。

在有限元框架下,将初始设计域划分为均匀的四边形网格单元,然后采用相同的双线性形函数对位移场  $\mathbf{u}$  和水平集函数  $\varphi$  进行插值<sup>[10]</sup>,即

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{u}^h(x) &= \sum_{I=1}^4 N_I(x) \mathbf{u}_I \\ \varphi^h(x) &= \sum_{I=1}^4 N_I(x) \varphi_I \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中: $\mathbf{u}^h(x)$ 、 $\varphi^h(x)$  分别为单元中相对坐标  $x$  处的点位移和水平集函数; $N_I(x)$  为节点  $I$  所对应的插值形函数。

这样通过直接的数值积分方法求解有限元弹性平衡方程的弱形式<sup>[11]</sup>,即

$$\int_{\Omega} H[\varphi^h(x)] \mathbf{E}_{ijkl} \boldsymbol{\varepsilon}_{ij}(\mathbf{u}^h) \boldsymbol{\varepsilon}_{kl}(\mathbf{v}^h) d\Omega = \int_{\Gamma} \boldsymbol{\tau}^h \mathbf{v}^h d\Gamma \quad (7)$$

式中: $\mathbf{v}^h$  为空间  $U^h$  中的一个位移向量; $\mathbf{u}|_{\Gamma_d} = \mathbf{u}_0$ ,  $\forall \mathbf{v}^h \in U^h$ 。

求解式(7)可以得到结构的位移场  $\mathbf{u}^h(x)$ ,但是这样计算  $\mathbf{u}^h(x)$  通常比较繁琐。笔者借鉴密度惩罚法中的成功经验,认为每个单元的弹性模量是一个常量,它与单元 4 个节点上的水平集函数值有关,对于单元  $e$ ,有如下关系

$$\mathbf{E}_{ijkl}^e = \mathbf{E}_{ijkl}^0 \left[ \sum_{i=1}^4 H(\varphi_i^e) / 4 \right]^p \quad (8)$$

式中: $p$  ( $p \geq 1$ ) 为惩罚因子,一般取值为 3。对于实体单元,有  $H(\varphi_i) = 1, i = 1, 2, 3, 4$ ,从而  $\mathbf{E}_{ijkl}^e = \mathbf{E}_{ijkl}^0$ ;对于空洞单元,有  $H(\varphi_i) = 0, i = 1, 2, 3, 4$ ,从而  $\mathbf{E}_{ijkl}^e = 0$ ;对于过渡单元,  $0 < \mathbf{E}_{ijkl}^e < \mathbf{E}_{ijkl}^0$ 。数值试验表明,这样的处理不但可以简化运算,而且由于隐含了一种非局部化的效应,自然地避免了棋盘格现象和网格相关性等数值不稳定现象,效果非常理想。在这种格式下,单元  $e$  的刚度矩阵变为

$$\mathbf{K}_e = \left[ \sum_{i=1}^4 H(\varphi_i^e) / 4 \right]^p \iint_{V^e} \mathbf{B}^T \mathbf{D}^0 \mathbf{B} dV^e =$$

$$\left[ \sum_{i=1}^4 H(\varphi_i^e)/4 \right]^p \mathbf{K}_e^0 \quad (9)$$

式中:  $\mathbf{D}^0$  为四节点单元弹性张量  $\mathbf{E}_{ijkl}$  的矩阵形式;  $\mathbf{B}$  为单元应变矩阵。

首先求解有限元平衡方程, 就可以得到当前水平集函数  $\varphi(x)$  下的结构位移场  $\mathbf{U}$

$$\mathbf{KU} = \mathbf{F} \quad (10)$$

式中:  $\mathbf{K}$  为结构的总刚度矩阵,  $\mathbf{K} = \sum_{e=1}^{N_e} \bar{\mathbf{K}}_e$ ,  $N_e$  为设计域上的单元总数;  $\mathbf{F}$  为结构所受的外力荷载。

然后采用优化准则法对水平集函数的节点值进行更新。优化准则法是一种间接优化方法, 不直接优化目标函数, 而是通过引入优化问题的拉格朗日函数

$$L = C(\varphi) + \lambda g(\varphi) + \lambda_1 h \quad (11)$$

式中:  $\lambda, \lambda_1$  为拉格朗日乘子,  $\lambda$  是标量,  $\lambda \geq 0$ ,  $\lambda_1$  是矢量元素, 两者均可取任意值;  $h = \mathbf{KU} - \mathbf{F} = 0$ 。把数学上最优解应满足的 Kuhn-Tucker 条件作为最优结构应满足的准则, 即设  $C(\varphi)$  和  $g(\varphi)$  在可行集上点  $\bar{\varphi}$  处可微,  $h$  在  $\bar{\varphi}$  处连续可微, 如果  $\bar{\varphi}$  是局部最优解, 则应满足

$$\nabla C(\bar{\varphi}) + \lambda \nabla g(\bar{\varphi}) + \lambda_1 \nabla h(\bar{\varphi}) = 0 \quad (12)$$

最后通过优化准则构造迭代格式更新设计变量和拉格朗日乘子, 有关理论见文献[12]。准则法的突出特点是对设计变量修改较大, 收敛速度快, 迭代次数少且与结构大小及复杂程度无关。本文中使用的 Belytschko 提及的一种启发式迭代格式

$$\varphi_i^{k+1} = \begin{cases} \alpha & (\varphi_i^k + \alpha) A_i^{\zeta} - \alpha > \alpha \\ -\alpha & (\varphi_i^k + \alpha) A_i^{\zeta} - \alpha < -\alpha \\ (\varphi_i^k + \alpha) A_i^{\zeta} - \alpha & \text{其他} \end{cases} \quad (13)$$

式中:  $A_i^k = \frac{\partial C(\varphi)}{\partial \varphi_i} / (\lambda \frac{\partial g}{\partial \varphi_i})$ ;  $\zeta (0 < \zeta < 1)$  为阻尼系数, 为了使算法稳定, 一般取  $\zeta = 0.5$ 。  $A_i^k$  中的拉格朗日乘子  $\lambda$  在每步迭代时, 可以应用二分法根据结构的体积约束条件确定。

为了求得  $A_i^k$ , 首先考虑优化问题的目标函数  $C(\varphi)$ 。由上述可知, 目标函数  $C(\varphi)$  可以离散为

$$C(\varphi) = \int_{\Omega} H(\varphi) \mathbf{E}_{ijkl} \boldsymbol{\varepsilon}_{ij}(\mathbf{u}) \boldsymbol{\varepsilon}_{kl}(\mathbf{u}) d\Omega = \sum_{e=1}^{N_e} \left[ \sum_{i=1}^4 H(\varphi_i^e)/4 \right]^p \mathbf{E}_{ijkl}^0 (\mathbf{u}^e)^T \mathbf{K}_e^0 \mathbf{u}^e \quad (14)$$

这样目标函数  $C(\varphi)$  对设计变量  $\varphi_I$  的灵敏度为

$$\frac{\partial C(\varphi)}{\partial \varphi_I} = -\frac{1}{4} \sum_{e=1}^{N_e} \mathbf{E}_{ijkl}^0 p \left[ \sum_{m=1}^4 H(\varphi_m^e)/4 \right]^{p-1} \cdot$$

$$H'(\varphi_I) (\mathbf{u}^e)^T \mathbf{K}_e^0 \mathbf{u}^e \quad (15)$$

式中:  $N_I$  为节点  $I$  处公共点的单元的总数。

同样对于体积约束条件  $g$  的离散形式, 可以表示为

$$g = \int_{\Omega} H(\varphi) d\Omega - V_0 = \sum_{e=1}^{N_e} \left[ \sum_{m=1}^4 H(\varphi_m^e)/4 \right] v_e - V_0 \quad (16)$$

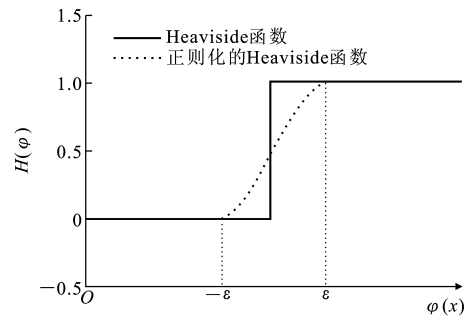
式中:  $v_e$  为单元  $e$  的体积参数。那么体积约束  $g$  对设计

变量  $\varphi_I$  的灵敏度为  $\frac{\partial g}{\partial \varphi_I} = \frac{1}{4} \sum_{e=1}^{N_I} H'(\varphi_I) v_e$ 。

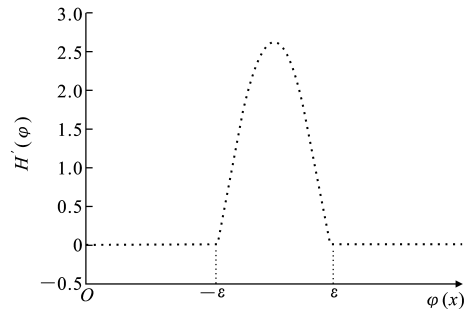
笔者对灵敏度的计算中用到了 Heaviside 阶跃函数  $H(\varphi)$  的导函数  $H'(\varphi)$ , 所以在实际计算中应该引入小量  $\varepsilon$  对其进行光滑处理, 以便微分运算能够正常进行。为了能够在整个设计域中引入拓扑导数信息, 笔者取  $\varepsilon > \alpha$ 。例如取如下的正则化的 Heaviside 函数(图 1)

$$H(\varphi) = \begin{cases} \Delta_{\min} & \varphi \leq -\varepsilon \\ \frac{1}{2} (1 + \sin \frac{\pi \varphi}{2\varepsilon}) & -\varepsilon < \varphi < \varepsilon \\ 1 & \varphi \geq \varepsilon \end{cases} \quad (17)$$

$$H'(\varphi) = \begin{cases} 0 & \varphi \leq -\varepsilon \\ \frac{\pi}{4\varepsilon} \cos \frac{\pi \varphi}{2\varepsilon} & -\varepsilon < \varphi < \varepsilon \\ 0 & \varphi \geq \varepsilon \end{cases} \quad (18)$$



(a) Heaviside 函数及其正则化函数



(b) 正则化的 Heaviside 函数的导函数

图 1 正则化 Heaviside 函数及其导函数

Fig. 1 Regularized Heaviside Function and Its Derivatives

4 算 例

笔者在 Matlab 中通过几个经典的拓扑优化算例来验证本文算法的有效性。对于正则化 Heaviside 函数中的磨光参数,取  $\epsilon=0.2\min(\Delta x,\Delta y)$ ,而水平集函数  $\varphi$  的上下限取为  $\pm 0.1\min(\Delta x,\Delta y)$ ,其中  $\Delta x$  和  $\Delta y$  分别为有限元网格在  $x$  和  $y$  方向上的尺寸。这种处理显著地提高了算法的计算效率,加快了拓扑优化的收敛。在本文的计算中,实体材料的弹性模量取为  $E=1$ ,泊松比取为  $\nu=0.3$ 。

算例 1:悬臂梁的优化。图 2 所示的左端固定的单位厚度的悬臂梁,其初始设计区域取长宽比为  $8:5$ ,分别考虑在自由端中点和下部承受一个竖直向下的单位集中力  $F$ 。约束条件分别为结构实体材料体积不超过设计区域体积的  $30\%$  和  $40\%$ ,求满足结构的柔度最小目标下的最优拓扑。计算网格取为  $80\times 50$ ,结果见图 3[(a)~(c)自由端中点受集中力,(d)~(f)自由端下部受集中力]。密度惩罚法得到的结果见图 4。

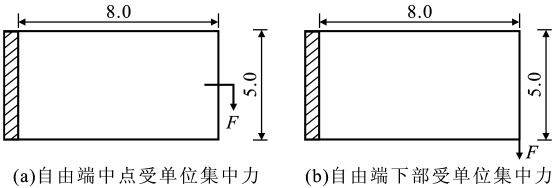


图 2 悬臂梁模型(单位:cm)

Fig. 2 Cantilever Beam Model(Unit:cm)

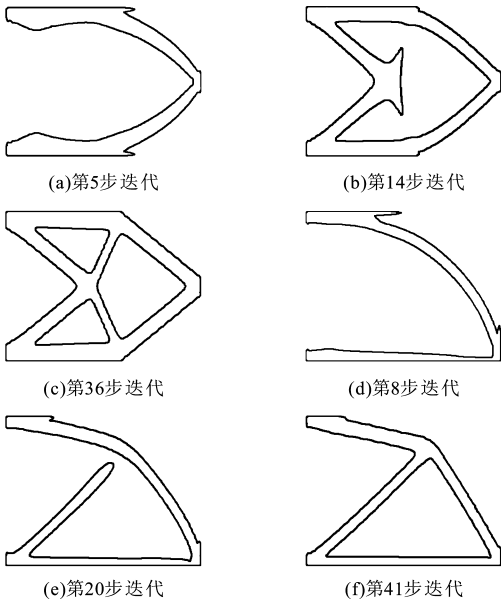


图 3 悬臂梁拓扑优化过程

Fig. 3 Process of Topology Optimization for Cantilever Beam

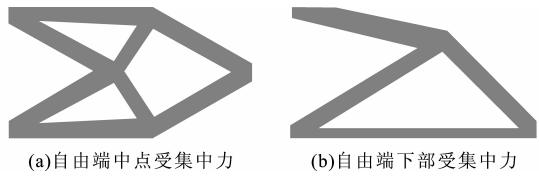


图 4 根据密度惩罚法得到的悬臂梁最优拓扑结构  
Fig. 4 Optimal Topology Structure of Cantilever Beam  
Obtained by SIMP

算例 2:MBB(Miniature Bending Beam)的优化。图 5 所示的 MBB,其左下角固定支撑,右下角受滚动铰链约束,设计区域取长宽比为  $160:40$ ,梁上部中点处受单位集中荷载。约束条件为结构实体材料体积不超过设计区域体积的  $50\%$ ,求满足结构的柔度最小目标下的最优拓扑。考虑结构的对称性,仅对具有对称边界条件的  $1/2$  结构进行离散处理,优化完成后再根据对称性复原,这样处理节约了  $50\%$  的计算量。计算网格取为  $80\times 40$ ,结果见图 6。密度惩罚法得到的结果见图 7。

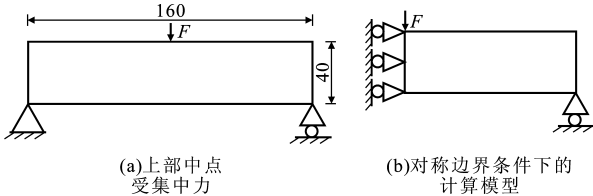


图 5 MBB 模型(单位:cm)

Fig. 5 MBB Model(Unit:cm)

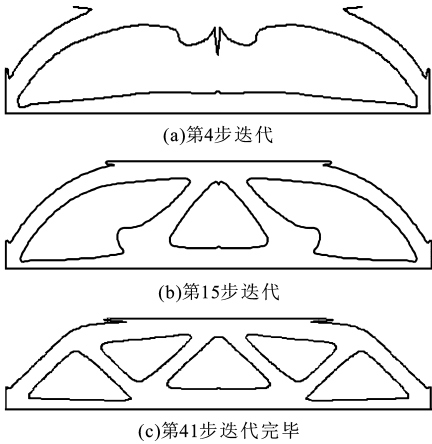


图 6 MBB 的拓扑优化过程

Fig. 6 Process of Topology Optimization for MBB



图 7 根据密度惩罚法得到的 MBB 最优拓扑结构  
Fig. 7 Optimal Topology Structure of MBB  
Obtained by SIMP

从以上两例的结果,对比图 3 与图 4、图 6 与图 7,可以清楚地看到,笔者提出的方法与密度惩罚法获得的结果基本一致,但本文方法得到的结构边界轮廓更加光滑,避免了基于单元描述方法的锯齿形边界,同时没有表现出明显的棋盘格现象,而且相对于传统的水平集方法来说,收敛速度大大加快,一般只需 30~40 步的迭代就可以得到最优解。

## 5 结 语

笔者基于水平集方法对连续体结构拓扑优化设计问题进行了研究,给出了一种高效、稳健的设计算法。本文中综合采用有限单元法与优化准则法对问题进行了求解,在计算中利用平均化技术获得了单元的刚度值,同时合理地考虑了目标函数的拓扑导数信息,使得算法的计算效率有了显著的提高,而且避免了棋盘格式和网格依赖性等数值不稳定现象。本文中提出的方法可以应用到多工况荷载、多维问题情况,而且对于涉及多种材料的设计问题也有一定的启发。

### 参考文献:

### References:

[1] 刘伯权,潘元. 框架-抗震墙结构抗震墙抗弯刚度的优化研究[J]. 建筑科学与工程学报,2005,22(1):55-57.  
LIU Bo-quan, PAN Yuan. Study on Optimum Bending Rigidity of Seismic Wall in Frame-shear Wall Structure[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2005, 22(1): 55-57.

[2] 张如杭,王元清,石永久,等. 深肋组合扁梁肋部混凝土受力分析[J]. 建筑科学与工程学报,2005,22(3):59-62.  
ZHANG Ru-hang, WANG Yuan-qing, SHI Yong-jiu, et al. Stress Distribution Analysis of Concrete in Deep Deck Flange of Composite Slim Beam[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2005, 22(3): 59-62.

[3] 周庆,邹银生. 现浇混凝土空心楼盖受力特性研究[J]. 建筑科学与工程学报,2005,22(4):57-60.  
ZHOU Qing, ZOU Yin-sheng. Research on Force Resistance Properties of Cast-in-situ Hollow Concrete Floor[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2005, 22(4): 57-60.

[4] 冯振宇,王忠民,樊丽俭. 粘弹性点支承粘弹性桩的动力稳定性分析[J]. 中国公路学报,2006,19(1):67-70.  
FENG Zhen-yu, WANG Zhong-min, FAN Li-jian. Dynamic Stability Analysis of Visco-elastic Pile with Point Visco-elastic Supports[J]. China Journal of Highway and Transport, 2006, 19(1): 67-70.

[5] 周克民,李俊峰,李霞. 结构拓扑优化研究方法综述[J]. 力学进展,2005,35(1):69-76.  
ZHOU Ke-min, LI Jun-feng, LI Xia. A Review on Topology Optimization of Structures[J]. Advances in Mechanics, 2005, 35(1): 69-76.

[6] 向天宇,赵人达. 结构损伤识别的双重网格算法[J]. 中国公路学报,2006,19(4):94-97.  
XIANG Tian-yu, ZHAO Ren-da. Dual Mesh Method for Structure Damage Detection[J]. China Journal of Highway and Transport, 2006, 19(4): 94-97.

[7] 罗震,陈立平,黄玉盈,等. 连续体结构的拓扑优化设计[J]. 力学进展,2004,34(4):463-476.  
LUO Zhen, CHEN Li-ping, HUANG Yu-ying, et al. Topological Optimization Design for Continuum Structures[J]. Advances in Mechanics, 2004, 34(4): 463-476.

[8] SIGMUND O. A 99 Line Topology Optimization Code Written in Matlab[J]. Structural Multidisciplinary Optimization, 2001, 21(2):120-127.

[9] SETHIAN J A, WIEGMANN A. Structural Boundary Design via Level Set and Immersed Interface Methods[J]. Journal of Computational Physics, 2001, 163(2): 489-528.

[10] 郭旭,赵康. 基于拓扑描述函数的连续体结构拓扑优化方法[J]. 力学学报,2004,36(5):520-526.  
GUO Xu, ZHAO Kang. A New Topology Description Function Based Approach for Structural Topology Optimization[J]. Acta Mechanica Sinica, 2004, 36(5): 520-526.

[11] BELYTSCHKO T, XIAO S P, PARIMI C. Topology Optimization with Implicit Functions and Regularization[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2003, 57(8):1 177-1 196.

[12] 王春会. 连续体结构拓扑优化设计[D]. 西安:西北工业大学,2005.  
WANG Chun-hui. Topology Optimization Design of Continuum Structures[D]. Xi'an:Northwestern Polytechnical University, 2005.