

文章编号:1673-2049(2007)03-0019-06

带加强层的高层框架-变截面核心筒结构的自由振动分析

沈蒲生, 陈 宇

(湖南大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410082)

摘要: 在一些假定的基础上, 运用结构动力学关于分布参数体系的振动理论, 考虑核心筒变刚度和加强层弯曲变形的影响, 对带有水平加强层体系的高层框架-核心筒结构进行动力分析, 编制了计算机算法程序, 并根据核心筒与外排柱刚度之比、核心筒与水平加强层刚度之比以及加强层位置以上部分核心筒与加强层位置以下部分核心筒刚度之比的不同取值, 得出了该体系前 3 阶振型频率与加强层位置的关系, 为合理设计加强层提供了参考。

关键词: 自振频率; 加强层位置; 动力分析; 变截面

中图分类号: TU311.3 **文献标志码:** A

Free Vibration Analysis of Tall Frame and Changed-section Core Wall Structures with Outrigger

SHEN Pu-sheng, CHEN Yu

(School of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, Hunan, China)

Abstract: Based on some assumptions, the free vibration frequency of the structures with an outrigger was analyzed. And depended on different values of the stiffness ratio of core-column, the stiffness ratio of core-outrigger and the stiffness ratio of tube, the relation between the location of the outrigger and the free vibration frequency was inferred through a computer program. The equal-parameter distribution theory of the structural dynamics was used and the influences of core wall with changing stiffness and outrigger flexure were considered. The results give some reference for rational outrigger designing.

Key words: free vibration frequency; outrigger location; dynamic analysis; changed-section

0 引言

随着城市用地越来越紧张, 建筑不断向高层空间发展, 结构也变得越来越高耸, 这样的结构在水平荷载作用下侧向位移往往难以满足规范要求, 同时作为主要受力构件的核心筒所承受的弯矩过大。在这种情况下, 产生了水平加强层体系。水平加强层体系是通过刚臂来协调外排柱的变形, 从而使得外

排柱与核心筒共同参与抵抗水平荷载所引起的倾覆力矩, 可大大地减少建筑的侧移和核心筒的弯矩^[1-11]。自 20 世纪 60 年代以来, 这种结构形式较多地应用于高层建筑中, 取得了良好的社会效益和经济效益。各国学者对水平加强层体系进行了研究并取得了一定的成果, 本文中以设置一个加强层的高层建筑为例, 考虑核心筒变刚度和加强层弯曲变形的影响, 对其进行动力分析^[12-17]。

收稿日期: 2007-06-17

基金项目: 国家自然科学基金项目(50378035)

作者简介: 沈蒲生(1939-), 男, 江西新淦人, 教授, 博士生导师, E-mail: pssheng1@163.com。

1 计算模型

框架-核心筒结构设置水平加强层以后,由于其刚度很大,从而使一侧外排柱受压、一侧外排柱受拉,形成的反力矩作用于核心筒上,抵消了一部分核心筒各截面所承受的倾覆弯矩,并减少了结构侧移,同时提高了整个结构的抗侧移能力,因此加强层体系相当于在核心筒设置的加强层位置处作用了一个抗扭弹簧,在进行动力分析时,其计算模型如图 1 所示。

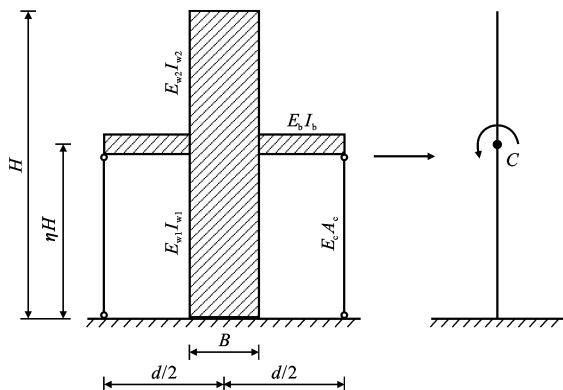


图 1 计算模型

Fig. 1 Calculation Model

2 基本假定

(1) 核心筒的横截面厚度在加强层处呈阶梯状变化,加强层以下外排柱的横截面沿建筑物高度方向不变。

(2) 忽略剪切变形与转动惯量的影响。

(3) 加强层与外排柱铰接,而与核心筒刚接,核心筒承受弯矩,外排柱内仅有轴力作用,而不承受弯矩。

笔者曾研究过核心筒剪切变形对加强层体系自振频率的影响,发现核心筒剪切变形的影响一般不超过 1%;对于目前加强层体系的高层建筑来说,核心筒抗侧刚度较大,它承受绝大部分剪力,外排柱剪力很小,水平荷载产生的绝大部分倾覆弯矩由核心筒、外排柱的轴向力所形成的总体弯矩来平衡,外排柱所承受的局部弯矩非常小。中国对框架-核心筒模型拟静力试验表明,楼板梁与外排柱采用铰接,结构刚度较之实际采用刚度降低幅度不超过 5%,故本节中的第 2、第 3 条假定较为合理,对结构整体受力分析影响不大。

3 理论推导

外排柱轴力 N 为

$$N = \frac{M}{d} \quad (1)$$

式中: M 为加强层作用于核心筒的约束弯矩; d 为两端外排柱之间的距离。

外排柱轴应力 σ 为

$$\sigma = \frac{N}{A_c} \quad (2)$$

式中: A_c 为一侧外排柱总截面面积。

外排柱轴应变 ϵ 为

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E_c} = \frac{N}{E_c A_c} \quad (3)$$

式中: E_c 为外排柱的弹性模量。

外排柱受轴力所产生的长度变形 Δ 为

$$\Delta = \int_0^{\eta H} \epsilon dx = \frac{N}{E_c A_c} \eta H = \frac{M \eta H}{E_c A_c d} \quad (4)$$

式中: η 为加强层所在位置的相对高度。

加强层与核心筒连接处由于外排柱轴向变形所引起的转角 θ_1 为

$$\theta_1 = \frac{\Delta}{d/2} = \frac{2M \eta H}{E_c A_c d^2} = \frac{M \eta H}{E_c A_c d^2 / 2} \quad (5)$$

加强层与核心筒连接处由于加强层弯曲变形所引起的转角 θ_2 为

$$\theta_2 = \frac{2}{E_b I_b} \left(\frac{1}{2} \times \frac{d}{2} \times \frac{M}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \right) = \frac{Md}{12 E_b I_b} \quad (6)$$

式中: E_b 为加强层弹性模量; I_b 为加强层转动刚度。

加强层与核心筒连接处的转角 θ 为

$$\theta = \theta_1 + \theta_2 = \frac{M \eta H}{E_c A_c d^2 / 2} + \frac{Md}{12 E_b I_b} \quad (7)$$

水平加强层的作用相当于在 $x = \eta H$ 处有一抗扭弹簧,其弹簧刚度 C 为

$$C = \frac{M}{\theta} = \frac{1}{\eta H / (E_c A_c d^2 / 2) + d / (12 E_b I_b)} \quad (8)$$

由结构动力学关于分布参数体系的振动理论可知,带有水平加强层体系的高层建筑振型函数为

$$\phi_{nj}(x) = A_{nj} \sin \alpha_n x + B_{nj} \cos \alpha_n x + C_{nj} \sinh \alpha_n x + D_{nj} \cosh \alpha_n x \quad (9)$$

式中: α_n 为频率参数; A_{nj} 、 B_{nj} 、 C_{nj} 、 D_{nj} 为常数。

在加强层位置以下部分的振型函数为

$$\phi_{n1}(x) = A_{n1} \sin \alpha_n x + B_{n1} \cos \alpha_n x + C_{n1} \sinh \alpha_n x + D_{n1} \cosh \alpha_n x \quad (10)$$

加强层位置以上部分的振型函数为

$$\phi_{n2}(x) = A_{n2} \sin \alpha_n x + B_{n2} \cos \alpha_n x + C_{n2} \sinh \alpha_n x + D_{n2} \cosh \alpha_n x \quad (11)$$

振动过程中,依据变形协调条件和边界条件可知,建筑物基底固结,位移、转角为 0,即 $x=0$ 时有

$$\phi_{n1}(0) = \phi'_{n1}(0) = 0 \quad (12)$$

在水平加强层处,即 $x=\eta H$ 处,加强层上部和下部的位移、转角、弯矩、剪力满足变形协调关系,即

$$\phi_{n1}(\eta H)=\phi_{n2}(\eta H) \quad (13)$$

$$\phi'_{n1}(\eta H)=\phi'_{n2}(\eta H) \quad (14)$$

$$E_{w1} I_{w1} \phi''_{n1}(\eta H)+C \phi'_{n1}(\eta H)=E_{w2} I_{w2} \phi''_{n2}(\eta H) \quad (15)$$

$$E_{w1} I_{w1} \phi'''_{n1}(\eta H)=E_{w2} I_{w2} \phi'''_{n2}(\eta H) \quad (16)$$

在建筑物顶部,即 $x=H$ 处,弯矩、剪力为 0,有

$$\phi''_{n2}(H)=\phi'''_{n2}(H)=0 \quad (17)$$

将式(10)~(17)联立,经化简消元可得一个超越方程,即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 0 \quad (18)$$

$$a_{11}=2R-2R \cosh \eta y_n \cos \eta y_n+2 \sinh \eta y_n \sin \eta y_n$$

$$a_{12}=2R(\sinh \eta y_n-\sin \eta y_n)[\cos y_n \cosh(1-\eta) y_n-\sin y_n \sinh(1-\eta) y_n]-[\sin \eta y_n+\sin y_n \cosh(1-\eta) y_n-\cos y_n \sinh(1-\eta) y_n] \cdot (\cos \eta y_n+\cosh \eta y_n-R \cos \eta y_n+R \cosh \eta y_n)$$

$$a_{13}=2R(\sinh \eta y_n-\sin \eta y_n)[- \sin y_n \cosh(1-\eta) y_n-\cos y_n \sinh(1-\eta) y_n]-[\cos \eta y_n+\sin y_n \sinh(1-\eta) y_n+\cos y_n \cosh(1-\eta) y_n] \cdot (\cos \eta y_n+\cosh \eta y_n-R \cos \eta y_n+R \cosh \eta y_n)$$

$$a_{21}=2 \sin \eta y_n \cosh \eta y_n+2 \cos \eta y_n \sinh \eta y_n$$

$$a_{22}=2R(\cosh \eta y_n-\cos \eta y_n)[- \cos y_n \cosh(1-\eta) y_n-\sin y_n \sinh(1-\eta) y_n]-[\cos \eta y_n+\cos y_n \cosh(1-\eta) y_n-\sin y_n \sinh(1-\eta) y_n] \cdot (\cos \eta y_n+\cosh \eta y_n-R \cos \eta y_n+R \cosh \eta y_n)$$

$$a_{23}=2R(\cosh \eta y_n-\cos \eta y_n)[- \sin y_n \cosh(1-\eta) y_n-\cos y_n \sinh(1-\eta) y_n]-[- \sin \eta y_n-\sin y_n \cosh(1-\eta) y_n-\cos y_n \sinh(1-\eta) y_n] \cdot (\cos \eta y_n+\cosh \eta y_n-R \cos \eta y_n+R \cosh \eta y_n)$$

$$a_{31}=(\eta i+\frac{p}{12}) y_n(1+R^2+\cos \eta y_n \cosh \eta y_n-$$

$$R^2 \cos \eta y_n \cosh \eta y_n)+(\cos \eta y_n \sinh \eta y_n+\sin \eta y_n \cosh \eta y_n)$$

$$a_{32}=(\eta i+\frac{p}{12}) y_n R\{(1-R)[- \cosh(1-\eta) y_n \sin(1-\eta) y_n+\sinh(1-\eta) y_n \cos(1+\eta) y_n]+(1+R) \cdot (\cos y_n \sinh y_n-\sin y_n \cosh y_n)\}+R[\cos y_n \cdot \cosh(1-\eta) y_n-\sin y_n \sinh(1-\eta) y_n] \cdot (\cosh \eta y_n-\cos \eta y_n)$$

$$a_{33}=(\eta i+\frac{p}{12}) y_n R\{(1-R)[- \cosh(1-\eta) y_n \cos(1-\eta) y_n-\sinh(1-\eta) y_n \sin(1+\eta) y_n]+(1+R) \cdot (- \sin y_n \sinh y_n-\cos y_n \cosh y_n)\}+$$

$$R[- \sin y_n \cosh(1-\eta) y_n-\cos y_n \sinh(1-\eta) y_n](\cosh \eta y_n-\cos \eta y_n)$$

式中: y_n 为振动频率,是量纲一的量, $y_n=\alpha_n H$; i 为核心筒与外排柱刚度之比, $i=E_{w1} I_{w1}/(E_c A_c d^2/2)$; p 为核心筒与水平加强层刚度之比, $p=E_{w1} I_{w1} d/(E_b I_b H)$; R 为加强层位置以上部分核心筒与加强层位置以下部分核心筒刚度之比, $R=E_{w2} I_{w2}/(E_{w1} I_{w1})$ 。

4 理论分析

式(18)是一个关于 y_n 与 η 的方程,把 y_n 当作因变量,把 η 当作自变量,通过该方程便可得到 y_n 随着 η 的变化曲线,即振动频率随加强层位置的改变而变化的曲线。由于式(18)是一个非常复杂的非线性方程,必须借助计算机求解,而本文中采用了一种类似二分法的方式来逼近计算结果,可以保证收敛的精度和收敛的速度。

根据 i 、 p 及 R 的不同取值,本文中求得了前 3 阶振型频率与加强层位置的关系曲线,部分曲线如图 2~13 所示。

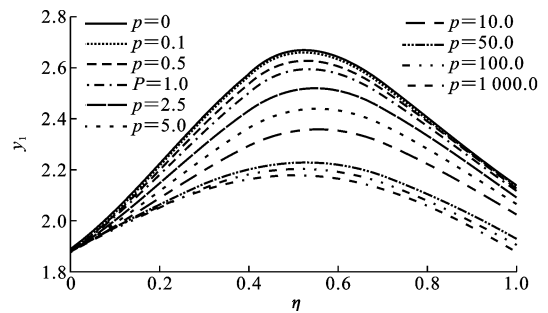


图 2 $i=0.5$ 且 $R=0.5$ 时第 1 阶振型频率与加强层位置关系

Fig. 2 Relation of the First Free Vibration Frequency and Outrigger Location when $i=0.5$ and $R=0.5$

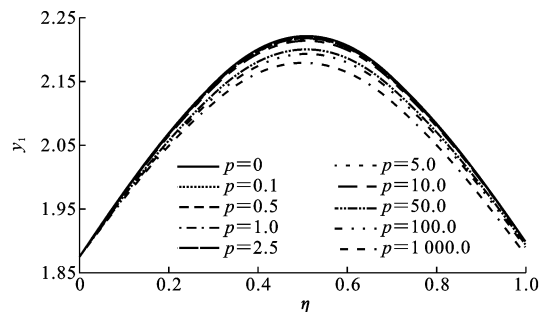


图 3 $i=10$ 且 $R=0.5$ 时第 1 阶振型频率与加强层位置关系

Fig. 3 Relation of the First Free Vibration Frequency and Outrigger Location when $i=10$ and $R=0.5$

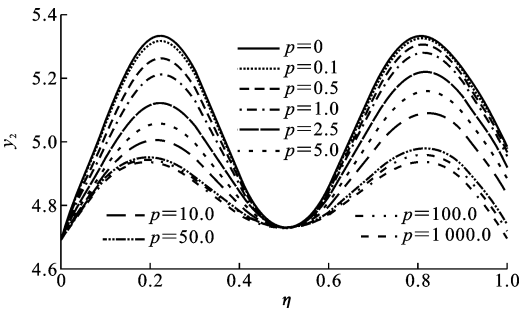


图 4 $i=0.5$ 且 $R=0.5$ 时第 2 阶振型频率与加强层位置关系

Fig. 4 Relation of the Second Free Vibration Frequency and Outrigger Location when $i=0.5$ and $R=0.5$

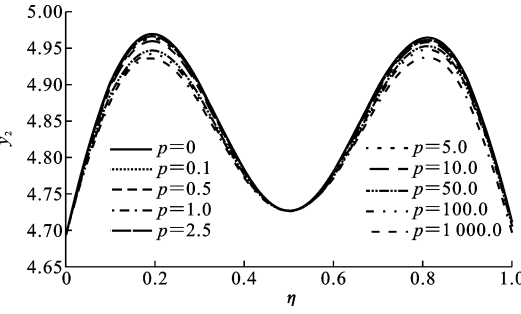


图 5 $i=10$ 且 $R=0.5$ 时第 2 阶振型频率与加强层位置关系

Fig. 5 Relation of the Second Free Vibration Frequency and Outrigger Location when $i=10$ and $R=0.5$

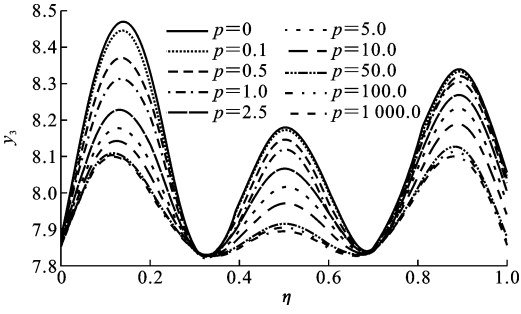


图 6 $i=0.5$ 且 $R=0.5$ 时第 3 阶振型频率与加强层位置关系

Fig. 6 Relation of the Third Free Vibration Frequency and Outrigger Location when $i=0.5$ and $R=0.5$

由图 2~13 可以看出：

(1) 无论 i 、 p 及 R 如何取值,第 1 阶振型频率、第 2 阶振型频率和第 3 阶振型频率与加强层位置关系曲线分别拥有 1、2、3 个波峰。也就是说,第 n 阶振型频率与加强层位置关系曲线拥有 N 个波峰。当加强层处于波峰所对应的位置时,该阶振型频率为极大值;对于第 2 阶振型、第 3 阶振型,当加强层的位置处于此阶振型的拐点附近,即图 2~13 中曲线的波谷时,结构的自振对是否设置有加强层并不

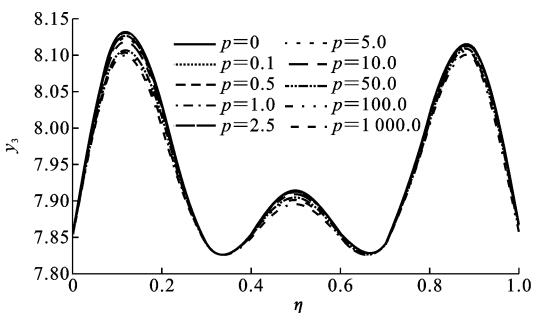


图 7 $i=10$ 且 $R=0.5$ 时第 3 阶振型频率与加强层位置关系

Fig. 7 Relation of the Third Free Vibration Frequency and Outrigger Location when $i=10$ and $R=0.5$

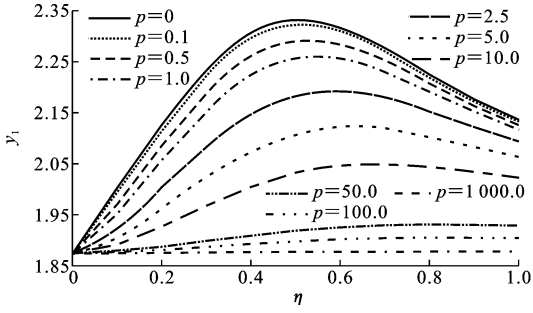


图 8 $i=0.5$ 且 $R=1$ 时第 1 阶振型频率与加强层位置关系

Fig. 8 Relation of the First Free Vibration Frequency and Outrigger Location when $i=0.5$ and $R=1$

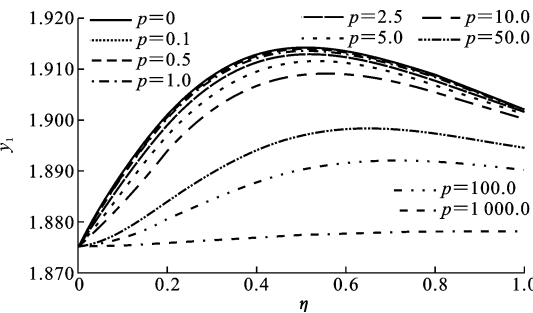


图 9 $i=10$ 且 $R=1$ 时第 1 阶振型频率与加强层位置关系

Fig. 9 Relation of the First Free Vibration Frequency and Outrigger Location when $i=10$ and $R=1$

敏感,此位置的加强层对该阶自振有失效的反应,从而削弱了加强层的作用,其效果得不到发挥。

(2) 当 i 、 p 值一定时, R 值越小,即加强层位置以上部分核心筒与加强层位置以下部分核心筒的刚度之比越小时,建筑物的自振频率越大。

(3) 当 i 值一定时, p 值越大,即核心筒与水平加强层刚度之比越大时, R 值的变化对其影响越大。特别是当 $p \geq 50$ 时,随着 R 值的减小,曲线由加强

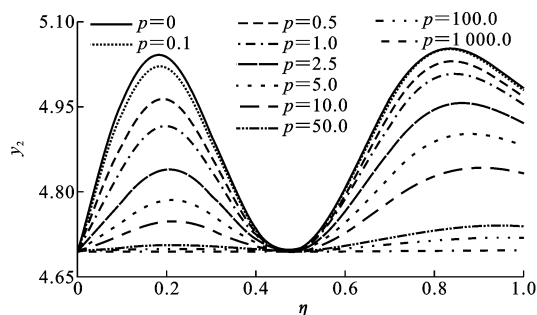


图 10 $i=0.5$ 且 $R=1$ 时第 2 阶振型频率与加强层位置关系

Fig. 10 Relation of the Second Free Vibration Frequency and Outrigger Location when $i=0.5$ and $R=1$

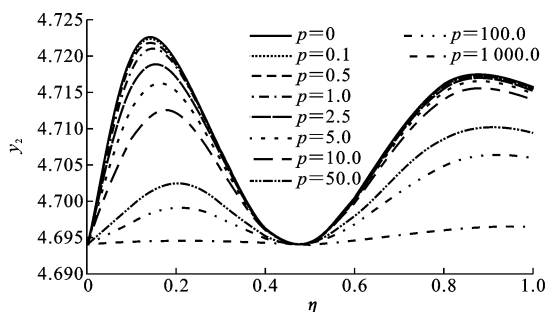


图 11 $i=10$ 且 $R=1$ 时第 2 阶振型频率与加强层位置关系

Fig. 11 Relation of the Second Free Vibration Frequency and Outrigger Location when $i=10$ and $R=1$

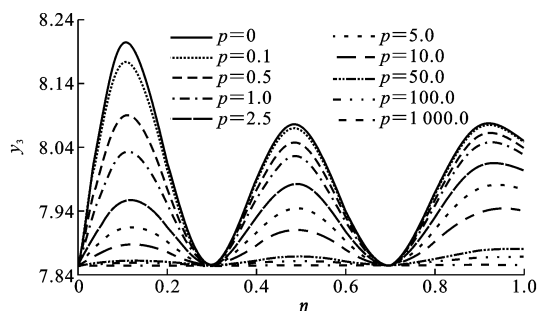


图 12 $i=0.5$ 且 $R=1$ 时第 3 阶振型频率与加强层位置关系

Fig. 12 Relation of the Third Free Vibration Frequency and Outrigger Location when $i=0.5$ and $R=1$

层位置的变化对建筑物的自振频率影响不大这样一条近似直线曲线变成其建筑物自振频率受加强层位置变化影响比较明显的这样一条曲线。

(4)当 i 值越大,即核心筒与外排柱刚度之比越大时,随着 R 值的减小, p 值对曲线的影响越来越小,不同 p 值所对应的曲线渐渐靠近,最终重合在一起。这说明 i 值很大而 R 值不大时,加强层刚度的增大对提高自振频率十分有限。盲目加大加强层

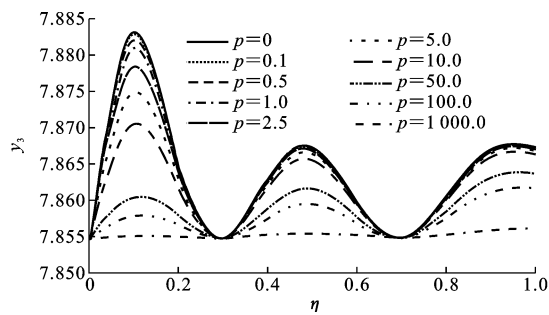


图 13 $i=10$ 且 $R=1$ 时第 3 阶振型频率与加强层位置关系

Fig. 13 Relation of the Third Free Vibration Frequency and Outrigger Location when $i=10$ and $R=1$

刚度不会使其作用有效加强,相反还可能由于刚度增大带来其他不利影响,因此在设计中应注意选择设置“有限刚度”的加强层。而在分析中,不能忽略加强层刚度为“有限刚度”的影响。

(5)当 p 值一定时,不论 R 值如何变化, i 值越小,建筑物的自振频率越大。这说明外排柱的刚度对带有加强层体系的高层建筑的动力性能影响很大,外排柱的刚度越大,自振频率就越大,因此,当增加加强层的刚度对增强其作用不十分理想时,可以选择适当增加外排柱的刚度。

5 结 语

(1)建立带加强层高层框架-核心筒结构的计算简化模型时不宜假设加强层刚度为无穷大,而应考虑加强层为“有限刚度”的影响,同时,在设计中宜采用“适宜刚度”的加强层。

(2)带加强层高层体系的振动特性与加强层的刚度和位置、外排柱刚度、核心筒的刚度以及核心筒自身沿高度方向变截面的大小密切相关,因此在设计加强层时,应综合考虑它们的影响。

参考文献:

References:

- [1] 熊 军,刘彦青,赵喜庆.高层建筑水平加强层体系的自由振动分析[J].四川建筑科学研究,1998,24(1): 22-24.
XIONG Jun,LIU Yan-qing,ZHAO Xi-qing. The Free Vibration Analysis of Tall Building with an Outrigger [J]. Building Science Research of Sichuan,1998, 24 (1):22-24.
- [2] 熊 军,赵喜庆.高层建筑水平加强层体系考虑加强层弯曲影响的自由振动分析[J].四川建筑科学研究, 2000,26(3):5-8.

- XIONG Jun, ZHAO Xi-qing. The Free Vibration Analysis of Tall Building with an Outrigger Which Bending Was Thought Over[J]. Building Science Research of Sichuan, 2000, 26(3): 5-8.
- [3] 楼梦麟, 李守继. 低矮小开口剪力墙自由振动问题的半解析解[J]. 建筑科学与工程学报, 2006, 23(3): 50-53.
- LOU Meng-lin, LI Shou-ji. Semi-analytical Solution for Free Vibration of Short Shear Wall with Small Openings[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2006, 23(3): 50-53.
- [4] 孟海, 姚谦峰, 黄炜. 密肋复合墙体弹性刚度试验及计算分析[J]. 建筑科学与工程学报, 2006, 23(3): 14-20.
- MENG Hai, YAO Qian-feng, HUANG Wei. Analysis of Experiment and Calculation of Elastic Rigidity of Multi-rib Slab Composite Wall[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2006, 23(3): 14-20.
- [5] 沈蒲生. 高层建筑结构疑难释义[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2003.
- SHEN Pu-sheng. Explanation of Questions for Tall Building Structures[M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2003.
- [6] 王锁军, 王元清, 吴杰, 等. 组合梁刚度对组合框架的抗震性能影响分析[J]. 建筑科学与工程学报, 2006, 23(1): 39-44.
- WANG Suo-jun, WANG Yuan-qing, WU Jie, et al. Analysis of Composite Beam Rigidity Influencing Seismic Properties of Composite Frame[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2006, 23(1): 39-44.
- [7] 沈蒲生. 高层建筑结构设计[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2006.
- SHEN Pu-sheng. Design of Tall Building Structures[M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2006.
- [8] 易伟建, 张颖. 混凝土框架结构抗震设计的弯矩增大系数[J]. 建筑科学与工程学报, 2006, 23(2): 46-51.
- YI Wei-jian, ZHANG Ying. Moment Magnification Factor in Anti-seismic Design of Concrete Frame Structure[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2006, 23(2): 46-51.
- [9] 克拉夫 R, 彭津 J. 结构动力学[M]. 王光远, 译. 2 版. 北京: 高等教育出版社, 2006.
- CLOUGH R, PENZIEN J. Dynamics of Structures[M]. Translated by WANG Guang-yuan. 2nd ed. Beijing: Higher Education Press, 2006.
- [10] 黄世敏, 魏琰, 衣洪建, 等. 高层建筑中水平加强层最优位置的研究[J]. 建筑科学, 2003, 19(2): 4-6.
- HUANG Shi-min, WEI Lian, YI Hong-jian, et al. Study on Optimum Location of Horizontal Strengthened Stories for High-rise Structures[J]. Building Science, 2003, 19(2): 4-6.
- [11] 刘伯权, 潘元. 框架-抗震墙结构抗震墙抗弯刚度的优化研究[J]. 建筑科学与工程学报, 2005, 22(1): 55-57.
- LIU Bo-quan, PAN Yuan. Study on Optimum Bending Rigidity of Seismic Wall in Frame-shear Wall Structure[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2005, 22(1): 55-57.
- [12] 赵西安. 现代高层建筑结构设计[M]. 北京: 科学出版社, 2000.
- ZHAO Xi-an. Design of Modern High-rise Building Structures[M]. Beijing: Science Press, 2000.
- [13] 沈蒲生, 孟焕陵. 框筒结构梁柱截面基于剪力滞最小的合理高度[J]. 建筑科学与工程学报, 2005, 22(3): 16-19.
- SHEN Pu-sheng, MENG Huan-ling. Reasonable Section Height of Beam and Column Based on the Minimum Shear Lag in Framed Tube Structures[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2005, 22(3): 16-19.
- [14] 徐培福, 傅学怡, 王翠坤. 复杂高层建筑结构设计[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2005.
- XU Pei-fu, FU Xue-yi, WANG Cui-kun. Design of Complex Tall Building Structures[M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2005.
- [15] 沈蒲生, 刘杨. 水平地震作用下框支剪力墙结构的变形研究[J]. 建筑科学与工程学报, 2005, 22(1): 58-63.
- SHEN Pu-sheng, LIU Yang. Distortion Research of Shear Wall Structure Supported on Frame Under Earthquake Actions[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2005, 22(1): 58-63.
- [16] CHOPRA A K. Dynamics of Structures-theory and Applications to Earthquake Engineering[M]. 2nd ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2005.
- [17] 谭浩强, 田淑清. FORTRAN 语言-FORTRAN77 结构化程序设计[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
- TAN Hao-qiang, TIAN Shu-qing. FORTRAN Language and Structured Programming in FORTRAN77[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.