

文章编号:1673-2049(2007)04-0034-05

双参数地基推力长桩的水平位移解析解

张望喜, 易伟建, 陈友坤, 谢小安

(湖南大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410082)

摘要:基于双参数地基理论, 获得了双参数地基-桩系统的总势能泛函; 采用能量变分原理推导了双参数地基推力长桩平衡微分方程及相应的边界条件; 根据桩的抗弯刚度与地基参数相对大小的不同情况, 求得了双参数地基推力长桩的水平位移解析解。结果表明: 双参数地基模型可以模拟从离散介质到连续介质的各种地基土, 性能优于传统单参数地基, 考虑侧向连续性的双参数地基模型较好地模拟了桩周土体对推力长桩支承、约束及水平位移的影响; 推力和弯矩对推力长桩水平位移的影响同等重要, 在推力长桩受力分析中, 桩端推力和弯矩应同时考虑。

关键词:双参数地基; 推力长桩; 变分原理; 水平位移; 解析解

中图分类号: TU473.1

文献标志码: A

Analytical Solutions About Horizontal Displacement of Laterally Loaded Long-piles Under Double-parameter Foundation

ZHANG Wang-xi, YI Wei-jian, CHEN You-kun, XIE Xiao-an

(School of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, Hunan, China)

Abstract: Based on the theory of double-parameter foundation, total potential energy fonctionelle of double-parameter foundation and pile system was obtained. The equilibrium differential equation and corresponding boundary condition of laterally loaded long-piles under double-parameter foundation were deduced by means of energy variation principle. The analytical solutions about deflection of laterally loaded long-piles were obtained according to different relative values of pile flexural rigidity and foundation parameters. The results show that the double-parameter foundation model can simulate the different soils from discrete medium to continuous medium, whose performance excels the traditional single-parameter foundation model, which preferably simulate the influence of supporting, restraint and horizontal displacement of laterally loaded long-piles from surround soil. Moreover, the lateral force influencing to pile displacement was the same important as moment, and the lateral force and moment at the top end of piles should be considered simultaneously in the analysis of long-piles.

Key words: double-parameter foundation; laterally loaded long-pile; variation principle; horizontal displacement; analytical solution

0 引言

目前, 各国在计算推力长桩位移、侧土抗力和内

力时主要采用弹性地基系数法。根据地基抗力系数变化规律的不同假定, 可将其分为线弹性地基系数法(K法、m法)和非线性弹性地基系数法(C法、双

收稿日期: 2007-11-13

基金项目: 国家自然科学基金项目(50378034/E0807)

作者简介: 张望喜(1971-), 男, 湖北浠水人, 副教授, 工学博士, E-mail: wxizhang2000@163.com。

参数法等)。K法、m法已被纳入中国现行建筑和桥梁桩基设计规范^[1-3]。由于忽略了地基支承侧向连续性的影响,单参数地基模拟土(岩)体对推力长桩的支承无疑存在较大误差,为解决单参数推力长桩不能较好地模拟桩土相互作用的实际情况,笔者基于双参数地基理论,通过能量变分原理推导了双参数地基推力长桩平衡微分方程及相应的边界条件,并获得了双参数地基推力长桩水平位移解析解。虽然关于双参数地基理论的研究已取得很多成果,但双参数地基推力长桩的精确计算分析却很少,在已公开发表的刊物上并未见到。

1 平衡微分方程

为了得到双参数地基推力长桩的平衡微分方程,首先研究如图1所示的双参数地基-桩系统的总势能泛函 Π ^[4-6]

$$\Pi = \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 + \Pi_4 \quad (1)$$

式中: Π_1 为无限长桩的形变势能, $\Pi_1 = \frac{1}{2} \int_0^{+\infty} (-M \frac{d^2 w}{dz^2}) dz$; Π_2 为桩侧直接受压地基的形变势能, $\Pi_2 = \frac{1}{2} d \int_0^{+\infty} [Kw^2 + G(\frac{dw}{dz})^2] dz$; Π_3 为作用在桩上的均布荷载 q 的势能, $\Pi_3 = \frac{1}{2} \int_0^{+\infty} (-qw) dz$; Π_4 为桩侧其他地基的形变势能, $\Pi_4 = \frac{1}{2} \times$

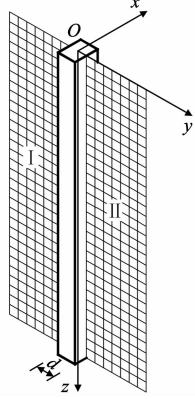


图1 双参数地基上的无限长桩

Fig.1 Unlimited Long-piles Under Double-parameter Foundation

$\int_{I+II} \{K\bar{w}^2 + G[(\frac{d\bar{w}}{dz})^2 + (\frac{d\bar{w}}{dy})^2]\} dz dy$; d 、 w 、 \bar{w} 分别为桩径、桩身变形、桩侧其他区域地基变形; M 、 K 、 G 分别为桩身所承受的弯矩、压缩基床系数及剪切基床系数。

令双参数地基-桩系统总势能的1阶变分为0,即 $\delta \Pi = 0$,经过运算可得

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{+\infty} (-\frac{d^2 M}{dz^2} + bKw - bG \frac{d^2 w}{dz^2} - q) \delta w dz + \\ & 2 \int_{\frac{d}{2}}^{+\infty} [K\bar{w} - G(\frac{d^2 \bar{w}}{dz^2} + \frac{d^2 \bar{w}}{dy^2})] \delta \bar{w} dz - \\ & M \delta \frac{dw}{dz} \Big|_{-\infty}^{+\infty} + (\frac{dM}{dz} + bG \frac{dw}{dz}) \delta w \Big|_{-\infty}^{+\infty} - \\ & 2 \int_{-\infty}^{+\infty} G \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \delta \bar{w} dz \Big|_{y=\frac{d}{2}} = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

考虑到在无穷远处转角和地基位移为0,以及地基位移的连续性 $w|_{y=\frac{d}{2}} = \bar{w}|_{y=\frac{d}{2}}$,有 $\delta w|_{y=\frac{d}{2}} = \delta \bar{w}|_{y=\frac{d}{2}}$,式(2)变为

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{+\infty} (-\frac{d^2 M}{dz^2} + bKw - bG \frac{d^2 w}{dz^2} - q - \\ & 2G \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \Big|_{y=\frac{d}{2}}) \delta w dz + 2 \int_{\frac{d}{2}}^{+\infty} [K\bar{w} - \\ & G(\frac{d^2 \bar{w}}{dz^2} + \frac{d^2 \bar{w}}{dy^2})] \delta \bar{w} dz = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

由式(3)可得

$$-\frac{d^2 M}{dz^2} + bKw - bG \frac{d^2 w}{dz^2} - q - 2G \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \Big|_{y=\frac{d}{2}} = 0 \quad (4)$$

$$K\bar{w} - G(\frac{d^2 \bar{w}}{dz^2} + \frac{d^2 \bar{w}}{dy^2}) = 0 \quad (5)$$

式(4)为双参数地基推力长桩的平衡方程,式(5)为双参数地基的平衡方程。利用式(5)及桩侧其他区域(非直接受压区)地基的边界条件,可得图1中地基区域I($y \leq -\frac{d}{2}$)和区域II($y \geq \frac{d}{2}$)的水平位移表达式

$$\bar{w} = \begin{cases} \bar{w}(z, -\frac{d}{2}) e^{\sqrt{\frac{K}{G}}(y+\frac{d}{2})} = w e^{\sqrt{\frac{K}{G}}(y+\frac{d}{2})} & \text{区域 I} \\ \bar{w}(z, \frac{d}{2}) e^{-\sqrt{\frac{K}{G}}(y-\frac{d}{2})} = w e^{-\sqrt{\frac{K}{G}}(y-\frac{d}{2})} & \text{区域 II} \end{cases} \quad (6)$$

将式(6)代入式(4)中,可得双参数地基无限长推力长桩的平衡微分方程

$$EI \frac{d^4 w}{dz^4} + K_c w - G_c \frac{d^2 w}{dz^2} = q \quad (7)$$

式中: K_c 为考虑桩侧地基影响后的桩侧地基等效压缩基床系数, $K_c = dK + 2\sqrt{KG}$; G_c 为考虑桩侧地基影响后的桩侧地基等效剪切基床系数, $G_c = dG$; EI 为桩的抗弯刚度。

2 水平位移通解

双参数地基上的长桩平衡微分方程对应的齐次方程为

$$EI \frac{d^4 w}{dz^4} + K_c w - G_c \frac{d^2 w}{dz^2} = 0 \quad (8)$$

设 $w = e^{\lambda z}$,由韦达定理可知,式(8)的解与 $\Delta = (\frac{G_c}{EI})^2 - 4 \frac{K_c}{EI} = \frac{G_c^2 - 4K_c EI}{(EI)^2}$ 的正负密切相关,即双参数地基上长桩的解取决于桩的抗弯刚度和地基的基床系数的相对大小。根据桩的抗弯刚度与地基参数的相对大小情况,双参数地基上长桩的水平位移

通解分为以下 3 种情况。

(1) 当 $\Delta > 0$, 即 $G_c > \sqrt{4K_c EI}$ 时, 式(8)通解为

$$w = Ae^{\alpha z} + Be^{-\alpha z} + Ce^{\beta z} + De^{-\beta z}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{G_c + \sqrt{G_c^2 - 4K_c EI}}{2EI}}, \beta = \sqrt{\frac{G_c - \sqrt{G_c^2 - 4K_c EI}}{2EI}} \quad (9)$$

式中: A, B, C, D 为任意待定系数。

(2) 当 $\Delta = 0$, 即 $G_c = \sqrt{4K_c EI}$ 时, 式(8)通解为

$$w = (A + Bz)e^{\alpha z} + (C + Dz)e^{-\alpha z}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{G_c}{2EI}} \quad (10)$$

(3) 当 $\Delta < 0$, 即 $G_c < \sqrt{4K_c EI}$ 时, 式(8)通解为

$$w = e^{\alpha z} (A \cos \beta z + B \sin \beta z) + e^{-\alpha z} (C \cos \beta z + D \sin \beta z)$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{4K_c}{4EI} \sqrt{1 + \frac{G_c}{2EI} \sqrt{\frac{EI}{K_c}}}}$$

$$\beta = \sqrt{\frac{4K_c}{4EI} \sqrt{1 - \frac{G_c}{2EI} \sqrt{\frac{EI}{K_c}}}} \quad (11)$$

3 边界条件

引入等效压缩基床系数后, 双参数地基桩的边界条件可按平面问题进行分析。为得到如图 2 所示双参数地基上半无限桩的正确边界条件, 先研究该双参数地基-桩系统的总势能泛函 Π'

$$\Pi' = \Pi'_1 + \Pi'_2 + \Pi'_3 + \Pi'_4 \quad (12)$$

式中: Π'_1 为推力桩的形变势能, $\Pi'_1 = \frac{1}{2} \int_0^l (-M \frac{d^2 w}{dz^2}) dz$; Π'_2 为桩侧周地基的形变势能, $\Pi'_2 = \frac{1}{2} \int_0^l [K_c w^2 + G_c (\frac{dw}{dz})^2] dz$; Π'_3 为桩顶端作用荷载的势能, $\Pi'_3 = -P_1 w|_{z=0} - M_0 \frac{dw}{dz}|_{z=0}$; Π'_4 为桩

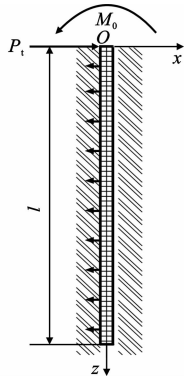


图 2 双参数地基上的推力桩

Fig. 2 Laterally Loaded Pile Under Double-parameter Foundation

$$\begin{bmatrix} \alpha^2 & \alpha^2 & \beta^2 & \beta^2 \\ \alpha^2 e^{\alpha l} & \alpha^2 e^{-\alpha l} & \beta^2 e^{\beta l} & \beta^2 e^{-\beta l} \\ \alpha^3 - \frac{G_c}{EI} \alpha & \alpha^3 + \frac{G_c}{EI} \alpha & \beta^3 - \frac{G_c}{EI} \beta & -\beta^3 + \frac{G_c}{EI} \beta \\ (\alpha^3 - \frac{G_c}{EI} \alpha) e^{\alpha l} & (-\alpha^3 + \frac{G_c}{EI} \alpha) e^{-\alpha l} & (\beta^3 - \frac{G_c}{EI} \beta) e^{\beta l} & (-\beta^3 + \frac{G_c}{EI} \beta) e^{-\beta l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{M_0}{EI} \\ 0 \\ \frac{P_1}{EI} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

底以下地基的形变势能, $\Pi'_4 = \frac{1}{2} \int_l^{+\infty} [K_c w^2 + G_c (\frac{dw}{dz})^2] dz$; w, P_1, M_0 分别为桩身的水平位移、桩顶端所承受的集中力及弯矩。

桩底以下地基变形很小, 忽略 Π'_4 的影响, 则总势能 1 阶变分为 0, 即 $\delta \Pi' = 0$, 得

$$\int_0^l (-\frac{d^2 M}{dz^2} + K_c w - G_c \frac{d^2 w}{dz^2}) \delta w dz - M_0 \frac{dw}{dz} \Big|_0 - M_0 \frac{dw}{dz} \Big|_{z=0} - P_1 \delta w \Big|_{z=0} + (\frac{dM}{dz} + G_c \frac{dw}{dz}) \delta w \Big|_0^l = 0 \quad (13)$$

由式(13)可得

$$-\frac{d^2 M}{dz^2} + K_c w - G_c \frac{d^2 w}{dz^2} = 0 \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} (M - M_0) \Big|_{z=0} &= 0 \\ (\frac{dM}{dz} + G_c \frac{dw}{dz} + P_1) \Big|_{z=0} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$M \Big|_{z=l} = 0, (\frac{dM}{dz} + G_c \frac{dw}{dz}) \Big|_{z=l} = 0 \quad (16)$$

显然, 式(14)为如图 1 所示双参数地基推力长桩的平衡方程, 式(15)、(16)为如图 2 所示双参数地基桩问题的边界条件, 采用水平位移 w 表示为

$$\left. \begin{aligned} (-EI \frac{d^2 w}{dz^2} - M_0) \Big|_{z=0} &= 0 \\ (-EI \frac{d^3 w}{dz^3} + G_c \frac{dw}{dz} + P_1) \Big|_{z=0} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$$\left. \begin{aligned} -EI \frac{d^2 w}{dz^2} \Big|_{z=l} &= 0 \\ (-EI \frac{d^3 w}{dz^3} + G_c \frac{dw}{dz}) \Big|_{z=l} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

4 水平位移解析解

对双参数地基推力长桩的一般性问题(图 2), 根据式(17)、(18)给定的 4 个边界条件, 可惟一地确定式(8)~(10)中的 4 个待定系数, 并可得到推力长桩的水平位移表达式。

(1) 当 $\Delta > 0$, 即 $G_c > \sqrt{4K_c EI}$ 时, 式(9)的待定系数由式(19)给定

(2) 当 $\Delta = 0$, 即 $G_c = \sqrt{4K_c EI}$ 时, 式(10)的待定系数由式(20)给定

$$\begin{bmatrix} \alpha^2 & 2\alpha & \alpha^2 & -2\alpha \\ \alpha^2 e^{a\beta} & (2\alpha + \alpha^2 l) e^{a\beta} & \alpha^2 e^{-a\beta} & (-2\alpha + \alpha^2 l) e^{-a\beta} \\ \alpha^3 - \frac{G_c}{EI} \alpha & 3\alpha^2 - \frac{G_c}{EI} & -\alpha^3 + \frac{G_c}{EI} \alpha & 3\alpha^2 - \frac{G_c}{EI} \\ (\alpha^3 - \frac{G_c}{EI} \alpha) e^{a\beta} & [3\alpha^2 + \alpha^3 l - \frac{G_c}{EI} (1 + \alpha l)] e^{a\beta} & (-\alpha^3 + \frac{G_c}{EI} \alpha) e^{-a\beta} & [3\alpha^2 - \alpha^3 l - \frac{G_c}{EI} (1 - \alpha l)] e^{-a\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{M_0}{EI} \\ 0 \\ \frac{P_t}{EI} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

(3) 当 $\Delta < 0$, 即 $G_c < \sqrt{4K_c EI}$ 时, 式(11)的待定系数由式(21)给定

$$\begin{bmatrix} \alpha^2 - \beta^2 & 2\alpha\beta & \alpha^2 - \beta^2 & -2\alpha\beta \\ \alpha^3 - 3\alpha\beta^2 - \frac{\alpha G_c}{EI} & 3\alpha^2\beta - \beta^3 - \frac{\beta G_c}{EI} & 3\alpha\beta^2 - \alpha^3 + \frac{\alpha G_c}{EI} & 3\alpha^2\beta - \beta^3 - \frac{\beta G_c}{EI} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{M_0}{EI} \\ 0 \\ \frac{P_t}{EI} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} K_{31} &= \alpha^2 e^{a\beta} \cos \beta l - 2\alpha\beta e^{a\beta} \sin \beta l - \beta^2 e^{a\beta} \cos \beta l \\ K_{32} &= \alpha^2 e^{a\beta} \sin \beta l + 2\alpha\beta e^{a\beta} \cos \beta l - \beta^2 e^{a\beta} \sin \beta l \\ K_{33} &= \alpha^2 e^{-a\beta} \cos \beta l + 2\alpha\beta e^{-a\beta} \sin \beta l - \beta^2 e^{-a\beta} \cos \beta l \\ K_{34} &= \alpha^2 e^{-a\beta} \sin \beta l - 2\alpha\beta e^{-a\beta} \cos \beta l - \beta^2 e^{-a\beta} \sin \beta l \\ K_{41} &= (\alpha^3 - 3\alpha\beta^2 - \frac{\alpha G_c}{EI}) e^{a\beta} \cos \beta l + (\beta^3 - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &3\alpha^2\beta + \frac{\beta G_c}{EI}) e^{a\beta} \sin \beta l \\ K_{42} &= (\alpha^3 - 3\alpha\beta^2 - \frac{\alpha G_c}{EI}) e^{a\beta} \sin \beta l + (3\alpha^2\beta - \\ &\beta^3 - \frac{\beta G_c}{EI}) e^{a\beta} \cos \beta l \\ K_{43} &= (3\alpha\beta^2 - \alpha^3 + \frac{\alpha G_c}{EI}) e^{-a\beta} \cos \beta l + (\beta^3 - \\ &3\alpha^2\beta + \frac{\beta G_c}{EI}) e^{-a\beta} \sin \beta l \\ K_{44} &= (3\alpha\beta^2 - \alpha^3 + \frac{\alpha G_c}{EI}) e^{-a\beta} \sin \beta l + (3\alpha^2\beta - \\ &\beta^3 - \frac{\beta G_c}{EI}) e^{-a\beta} \cos \beta l \end{aligned}$$

基于上述 3 种情况下的双参数地基推力长桩的水平位移表达式, 可以对推力长桩进行应力分析与设计。

对于半长桩, 当 z 趋于无穷大时, 桩的水平位移和曲率等于 0, 则式(9)中常数 A 和 C 、式(10)中常数 A 和 B 以及式(11)中常数 A 和 B 须为 0。此时, 可得推力长桩的水平位移表达式。

(1) 当 $\Delta > 0$, 即 $G_c > \sqrt{4K_c EI}$ 时, 式(9)变为

$$\begin{aligned} w &= B e^{-\alpha z} + D e^{-\beta z} \\ B &= \frac{1}{EI} \frac{M_0 (EI\beta^3 - G_c\beta) - P_t EI\beta^2}{(EI\alpha^3 - G_c\alpha)\beta^2 - (EI\beta^3 - G_c\beta)\alpha^2} \\ D &= \frac{1}{EI} \frac{M_0 (EI\alpha^3 - G_c\alpha) - P_t EI\alpha^2}{EI(EI\beta^3 - G_c\beta)\alpha^2 - (EI\alpha^3 - G_c\alpha)\beta^2} \end{aligned} \quad (22)$$

(2) 当 $\Delta = 0$, 即 $G_c = \sqrt{4K_c EI}$ 时, 式(10)变为

$$\begin{aligned} w &= (C + Dz) e^{-\alpha z} \\ C &= \frac{2P_t EI\alpha - M_0 (3EI\alpha^2 - G_c)}{(EI\alpha^2 + G_c) EI\alpha^2} \\ D &= \frac{P_t EI\alpha - M_0 (EI\alpha^2 - G_c)}{(EI\alpha^2 + G_c) EI\alpha} \end{aligned} \quad (23)$$

(3) 当 $\Delta < 0$, 即 $G_c < \sqrt{4K_c EI}$ 时, 式(11)变为

$$\begin{aligned} w &= e^{-\alpha z} (C \cos \beta z + D \sin \beta z) \\ C &= [1/(EI)] [2EI P_t \alpha - M_0 (3EI\alpha^2 - EI\beta^2 - G_c)] / [2\alpha^2 (3EI\beta^2 - EI\alpha^2 + G_c) + (\alpha^2 - \beta^2) (3EI\alpha^2 - EI\beta^2 - G_c)] \\ D &= [1/(\beta EI)] [EI P_t (\alpha^2 - \beta^2) - M_0 \alpha (3EI\beta^2 - EI\alpha^2 + G_c)] / [2\alpha^2 (3EI\beta^2 - EI\alpha^2 + G_c) + (\alpha^2 - \beta^2) (3EI\alpha^2 - EI\beta^2 - G_c)] \end{aligned} \quad (24)$$

当剪切基床系数趋于 0 时, 双参数地基退化为单参数地基, 推力长桩的水平位移表达式同式(24),

此时 $\alpha = \beta = \sqrt[4]{\frac{K_c}{4EI}} = \sqrt[4]{\frac{bK}{4EI}}$, 与已有结果一致。

5 算例分析

算例取 C30 钢筋混凝土推力长桩, 其弹性模量 $E = 3.0 \times 10^{10}$ Pa, 桩径 1.0 m, 中等密实、密实和极密实 3 种土体压缩基床系数 K 分别近似取为 1.0×10^7 、 5.0×10^7 、 1.0×10^8 Pa · m⁻¹, 剪切基床系数 G 分别取对应压缩基床系数的 5%、10%、20%。地表处桩所承受的水平推力和弯矩分别为 100 kN 和 100 kN · m, 分别计算推力和弯矩单独或共同作用下, 双参数和单参数地基推力长桩的水平位移, 结果见图 3。

从图 3 可以看出, 双参数地基模型能较好地模拟桩周围土体对推力长桩水平位移的影响, 土体越密实, 即地基土越接近于连续介质, 单参数地基模型效果越差, 其只不过是双参数地基的一个特例。比

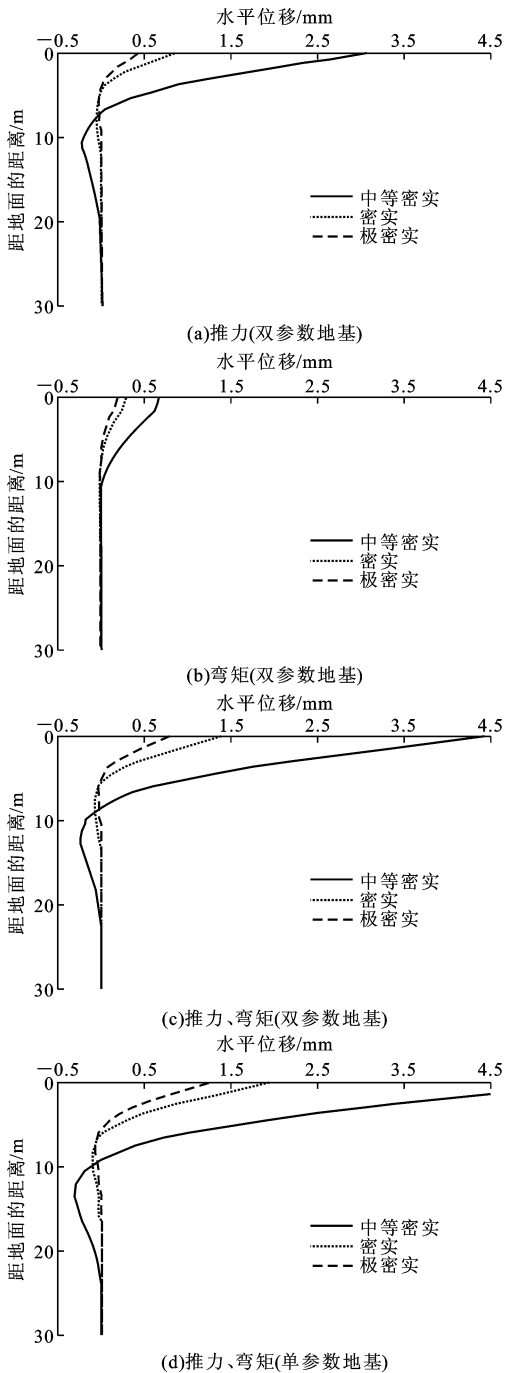


图3 推力桩水平位移曲线

Fig. 3 Horizontal Displacement Curves of Laterally Loaded Pile

较图 3(a)、(b)可知,推力与弯矩对推力长桩水平位移的影响同等重要,在推力长桩受力分析中,既要考虑推力又要考虑弯矩。求得桩的水平位移后,进而可求桩的内力,用于设计与分析。

6 结 语

(1)与单参数(Winkler)地基相比,采用考虑侧向连续性的双参数地基更能模拟土体对推力长桩的

支承与约束,单参数地基推力长桩只不过是双参数地基推力长桩的一个理想特例。

(2)通过能量变分原理,得出双参数地基推力长桩的平衡微分方程以及相应的边界条件,进而可求出桩身水平位移解析解,并进一步计算桩身内力与应力。

(3)基于算例分析结果可知,推力与弯矩对推力长桩水平位移的影响同等重要,在推力长桩受力分析中,既要考虑推力又要考虑弯矩。

参考文献:

References:

- [1] 戴自航,沈蒲生. 推力长桩计算的综合刚度双参数法半数值解[J]. 福州大学学报:自然科学版,2004,32(6): 742-745.
DAI Zi-hang, SHEN Pu-sheng. Semi-numerical Solution of Laterally Loaded Piles by the Bi-parameters Method with Composite Stiffness [J]. Journal of Fuzhou University: Natural Science, 2004, 32(6): 742-745.
- [2] 宋东辉,徐 晶. 半无限弹性体地基上水平荷载桩的静力分析[J]. 土木工程学报,2004,37(11):89-96.
SONG Dong-hui, XU Jing. Static Analysis of Horizontal-load-bearing Piles in a Semi-infinite Elastic Foundation[J]. China Civil Engineering Journal, 2004, 37(11): 89-96.
- [3] 王 成,邓安福. 水平荷载桩桩土共同作用全过程分析[J]. 岩土工程学报,2001,23(4):476-480.
WANG Cheng, DENG An-fu. Complete Analysis of Pile-soil Interaction for Laterally Loaded Pile[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2001, 23(4): 476-480.
- [4] SELCADURAI A P S. Elastic Analysis of Soil-foundation Interaction[M]. Toronto:Elsevier Scientific Publishing Co,1979.
- [5] 胡海昌. 弹性力学的变分原理及其应用[M]. 北京:科学出版社,1981.
HU Hai-chang. Variation Principle and Its Application in Elastic Mechanics[M]. Beijing:Science Press,1981.
- [6] 张望喜,易伟建. 双参数地基上厚薄板通用元与地基参数识别的挠度反分析[J]. 工程力学,2003,20(6):46-51.
ZHANG Wang-xi, YI Wei-jian. Generalized Conforming Element of Thick-thin Slab on Double-parameter Foundation and Deflection Reverse Analysis for Foundation Parameter Identification [J]. Engineering Mechanics, 2003, 20(6): 46-51.