

文章编号:1673-2049(2008)01-0055-05

# 动力基础频变参数模型及设计

王宏伟,陈 啸,刘 斌,朱浮声

(东北大学 资源与土木工程学院,辽宁 沈阳 110004)

**摘要:**为了改进现行动力机器基础设计理论模型,结合质量-弹簧-阻尼模型理论和半空间理论的特点,提出了更符合实际的频变参数模型。通过计算推导,获得了该模型的动力解答,进一步分析了模型的特征及其参数的影响;同时,指出现有质量-弹簧-阻尼定参模型在低频段低估了体系的动力响应,在高频段则过高地估计了体系的动力响应,频变参数模型的谐响应频率与外扰力频率之间存在的差值不大。最后,针对原设计规范存在的不足,提出大而轻的基础形式是一种更值得推荐的设计方案。该文为动力基础设计规范的改进和完善提供了参考。

**关键词:**动力基础;频变参数;半空间;瞬态振动

**中图分类号:**TU311.3 **文献标志码:**A

## Frequency Variable Parameters Model and Design of Dynamic Foundations

WANG Hong-wei, CHEN Xiao, LIU Bin, ZHU Fu-sheng

(School of Resources and Civil Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, Liaoning, China)

**Abstract:** In order to improve the theoretical model of the present dynamic machine foundation design, the characteristics of mass-spring-damper model and half-space model theory were combined, and a frequency variable parameters model with more accuracy was advanced. Through computational deduction, the dynamic solutions of the concerned model were obtained, and the model features and parameter effects were further analyzed. Meanwhile, authors pointed out that the dynamic response of the system was underestimated in low frequency domain, while overestimated in high frequency domain by the present mass-spring-damper parameter fixing model. Considering frequency variable parameters model, there existed a little differential value between harmonic response frequency and corresponding external excitation frequency. At last, according to the shortage of original design code, a design scheme with big and light foundations for the dynamic machines was recommended. It provides some feasible references for modification and improvement of the design code.

**Key words:** dynamic foundation; frequency variable parameter; half-space; transient vibration

## 0 引言

随着中国工程建设和工业技术的飞速发展,大

功率、高转速的动力机器的应用也越来越普遍,其中大部分机器为国外进口设备,虽然机器自身各方面的性能都得到了很大的提高,但各国的动力机器基

收稿日期:2008-01-28

基金项目:国家自然科学基金项目(50474018)

作者简介:王宏伟(1968-),男,辽宁沈阳人,工学博士研究生,E-mail:mcx8305@sina.com。

础设计采用的基本原理和计算模式不同<sup>[1]</sup>：美国、日本等采用弹性半空间理论模型；中国、印度等采用质量-弹簧-阻尼模型。中国现行的《动力机器基础设计规范》(GB 50040—96，以下简称规范)制定于1996年，把它用于现有的动力机器基础设计具有十分明显的不足<sup>[2-3]</sup>。因此，由设计不当引发的机器不良振动问题也日益突出：有的动力机器在安装就位时运行正常，但数月后，基础沉降急剧增大，过大的振动导致机器不能正常使用；有的动力机器在运行中导致基础周围地基土振陷，加速了不良振动的发展；有的基础设计虽然取了很大的安全系数，但运行时产生的振动仍不能满足规范要求<sup>[4]</sup>。这使研究人员不得不重新审视设计理论的正确性，本文中笔者基于此现状，以最常见的大块式基础为例进行研究。

1 规范法和半空间理论

1.1 规范法

规范法是以质量-弹簧-阻尼模型为理论基础，即把机器基础简化为有质量而无弹性的刚体，把地基简化为有弹性、黏性而无质量的弹簧和阻尼器。以面内振动为例，机器基础质量-弹簧-阻尼模型如图1所示。

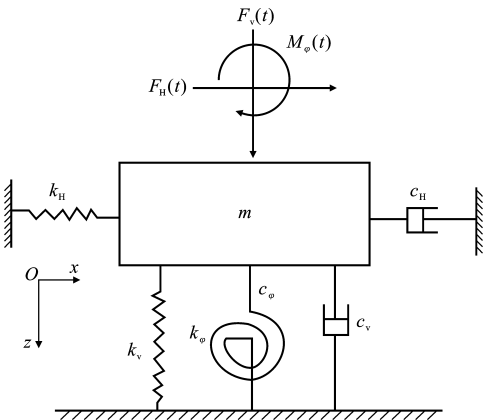


图1 机器基础质量-弹簧-阻尼模型

Fig.1 Mass-spring-damper Model of Machine Foundation

图1中： $m$ 为基组质量，是机器和基础的质量之和； $k_H$ 、 $c_H$ 分别为地基水平刚度系数和阻尼系数； $k_v$ 、 $c_v$ 分别为地基垂直刚度系数和垂直阻尼系数； $k_\varphi$ 、 $c_\varphi$ 分别为地基摇摆刚度系数和摇摆阻尼系数，以上地基参数都为定值参数； $F_H(t)$ 、 $F_v(t)$ 、 $M_\varphi(t)$ 分别为水平扰力、垂直扰力、摇摆扰力矩。

根据刚体振动理论，即可得各自由度上的振动解。规范法在此基础上，通过引入各种调节系数对模型进行修正和完善。由于模型参数的选取有较大

的主观性和随意性，常常使设计出的动力基础实测振幅与计算振幅存在较大差异，少则几倍，多则十几倍，对于大功率的高速动力机器，这种差异更为显著。究其原因，主要是对机器、基础、地基动力体系相互作用机理认识不深，为追求求解的方便而使分析模型过于简化，导致计算结果的偏差和失真。

1.2 半空间理论

与质量-弹簧-阻尼模型相比，半空间理论是严格意义上对原基础-地基体系的数学推导，它把地基视为均质弹性的无限半空间，通过波动理论寻找基础的振动解答。以竖向振动为例，其分析模型见图2。图2中， $Q_0 e^{i(\omega t + \varphi)}$ 为竖向动载， $t$ 为时间， $\omega$ 为外扰力圆频率， $\varphi$ 为频率差； $G$ 、 $\rho$ 、 $\mu$ 分别为地基剪切模量、质量密度和泊松比； $r_0$ 为基础半径。

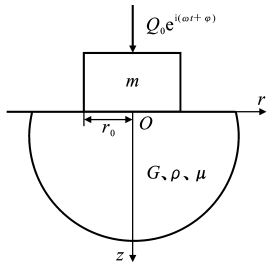


图2 机器基础半空间模型

Fig.2 Half-space Model of Machine Foundation

通过复杂的数学推导，可得出半空间模型下的刚度和阻尼分别为

$$\left. \begin{aligned} K_z &= G r_0 F_1 \\ C_z &= \sqrt{G \rho} r_0^2 F_2 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中： $F_1$ 、 $F_2$ 为 $a_0$ 的函数，且 $a_0 = \omega r_0 / v_s$ ， $v_s$ 为剪切波速。

2 频变参数模型

2.1 模型的建立

由文献[1]可知，对于各种振动，半空间模型中的刚度 $K_i$ 和阻尼 $C_i$ 具有如下统一形式

$$\left. \begin{aligned} K_i &= K_0 - K_1 \omega^2 \\ C_i &= C_0 + C_1 \omega \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中： $K_0$ 、 $K_1$ 、 $C_0$ 、 $C_1$ 为待定系数，它们与基础形式、地基性质和扰力类型有关。

把质量-弹簧-阻尼模型中定值参数，即刚度系数和阻尼系数换成对应的频变参数 $K_i$ 和 $C_i$ ，可以得出动力基础的频变参数模型。在外扰力 $P e^{i\omega t}$ 作用下有

$$m \ddot{x}(t) + (C_0 + C_1 \omega) \dot{x}(t) + (K_0 - K_1 \omega^2) x(t) = P e^{i\omega t} \quad (3)$$

式中： $x(t)$ 、 $\dot{x}(t)$ 、 $\ddot{x}(t)$ 分别为位移、速度、加速度响应。对于零初始条件，系统有解

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) + x_3(t) \quad (4)$$

$$x_1(t) = \frac{1}{2} \frac{PM}{\sqrt{\Delta}A} e^{-\frac{1}{2} \frac{C_0 + C_1 \omega - \sqrt{\Delta}}{m} t} \quad (5)$$

$$x_2(t) = -\frac{1}{2} \frac{PN}{\sqrt{\Delta}A} e^{-\frac{1}{2} \frac{C_0 + C_1 \omega + \sqrt{\Delta}}{m} t} \quad (6)$$

$$x_3(t) = -P \sqrt{B^2 + C^2} e^{i\omega t} e^{i\varphi} \quad (7)$$

$$\Delta = C_0^2 + 2C_0C_1\omega + C_1^2\omega^2 - 4mK_0 + 4mK_1\omega^2$$

$$\frac{1}{A} = B + iC$$

$$B = \frac{m\omega^2 + K_1\omega^2 - K_0}{(m\omega^2 + K_1\omega^2 - K_0)^2 + (C_0\omega + C_1\omega^2)^2}$$

$$C = \frac{C_0\omega + C_1\omega^2}{(m\omega^2 + K_1\omega^2 - K_0)^2 + (C_0\omega + C_1\omega^2)^2}$$

$$M = 2m\omega i + C_0 + C_1\omega + \sqrt{\Delta}$$

$$N = 2m\omega i + C_0 + C_1\omega - \sqrt{\Delta}$$

$$\varphi = \arctan \frac{C}{B}$$

式(4)~(7)即为频变参数体系在零初始条件下的振动位移解。它由3个振动分量叠加组成:  $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ 和 $x_3(t)$ ,其中 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 中的衰减因子  $e^{-\frac{1}{2} \frac{C_0 + C_1 \omega - \sqrt{\Delta}}{m} t}$ 、 $e^{-\frac{1}{2} \frac{C_0 + C_1 \omega + \sqrt{\Delta}}{m} t}$ 使这2个振动分量具有瞬态振动特性,随着时间 $t$ 的增大, $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 将不断减小; $x_3(t)$ 为振幅  $A_f = P \sqrt{B^2 + C^2}$ 、谐响频率  $\omega_f = \omega + \varphi$  的稳态谐和振动。

## 2.2 模型特征

在给定参数下的时程响应见图3。由图3可见,当时间足够长时,瞬态振动分量对整个振动的影响可忽略不计,即可用稳态振动的解  $x_3(t)$  代替频变参数振动解。因此,有

$$x(t) \approx x_3(t) = -P \sqrt{B^2 + C^2} e^{i(\omega + \varphi)t} \quad (8)$$

现进一步分析频变参数体系振动解的特性及与定参体系的区别和联系。

频变参数体系的振幅

$$A_f = P \sqrt{B^2 + C^2} \quad (9)$$

把参数 $B$ 和 $C$ 的表达式代入式(9),得

$$A_f = \frac{P}{\sqrt{(m\omega^2 + K_1\omega^2 - K_0)^2 + (C_0\omega + C_1\omega^2)^2}} \quad (10)$$

$$\text{定义: } a = \frac{K_1}{m}, b = \frac{C_1}{m}, y = \frac{C_0}{2\sqrt{mK_0}}, u = \frac{\omega}{\omega_0},$$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{K_0}{m}}$ , 则有

$$A_f = \frac{P}{K_0} \frac{1}{\sqrt{[(1+a)u^2 - 1]^2 + (2uy + bu^2)^2}} \quad (11)$$

式(11)即为频变参数体系在谐和扰力下的振幅

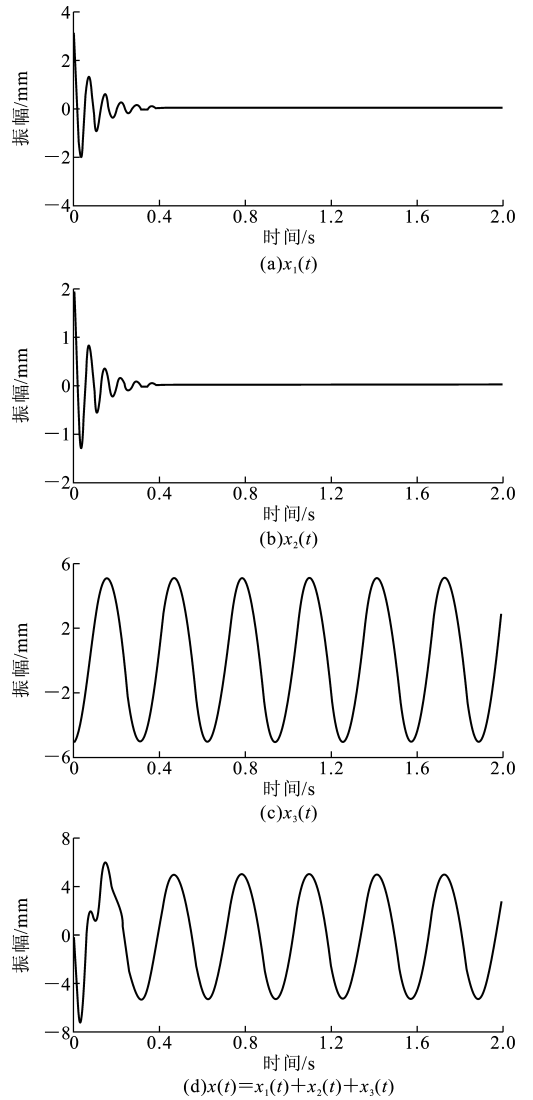


图3 频变参数体系时程响应曲线

Fig. 3 Time-history Response Curves of Frequency Variable Parameters System

表达式,由结构动力学理论可知,对于质量-弹簧-阻尼定参体系,谐和扰力下的振幅为

$$A = \frac{P}{K} \frac{1}{\sqrt{(u^2 - 1)^2 + (2uy)^2}} \quad (12)$$

其中,动力放大系数为

$$R_d = \frac{1}{\sqrt{(u^2 - 1)^2 + (2uy)^2}} \quad (13)$$

参照定参体系的概念,定义频变参数体系的动力放大系数为

$$R'_d = \frac{1}{\sqrt{[(1+a)u^2 - 1]^2 + (2uy + bu^2)^2}} \quad (14)$$

比较式(11)、(12)可知:当  $K_0 = K$ 、 $C_0 = C$ 、 $a = b = 0$  时,有  $A_f = A$ 、 $R'_d = R_d$ ,即频变参数体系退化为定参体系。因此,频变参数体系中的  $K_0$  和  $C_0$  相当

于质量-弹簧-阻尼定参体系中对应的刚度系数  $K$  和阻尼系数  $C$ 。比较式(13)、(14)可知:  $a = K_1/m$  和  $b = C_1/m$  均为量纲一的参数, 则  $K_1$  和  $C_1$  虽然具有刚度和阻尼的形式, 却都具有和质量  $m$  相同的量纲。按此分析, 定义  $K_1$  为刚度附加质量,  $C_1$  为阻尼附加质量, 量纲一的参数  $a$  为刚度附加质量系数,  $b$  为阻尼附加质量系数。

### 3 参数特征

对于理想均质弹性半空间, 由文献[5]可估计  $a$  的取值范围为  $0.01 \sim 0.20$ ,  $b$  的取值范围为  $0.01 \sim 0.03$ 。频变参数体系和定参体系的动力放大系数见图 4(频变体系中  $a=0.10, b=0.02$ )。

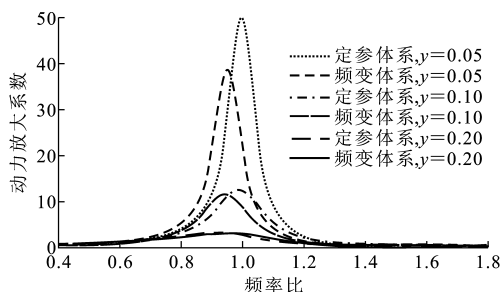


图 4 频变体系和定参体系的放大系数

Fig. 4 Amplifying Factors of Frequency Variable Systems and Constant Parameter Systems

由图 4 可见, 对于定参体系, 在给定阻尼比  $y$  后, 动力放大系数  $R_d$  在频率比  $u$  轴上的取值一定; 而对于频变参数体系, 动力放大系数  $R'_d$  的图像除了与阻尼比  $y$  相关外, 还取决于  $a$  和  $b$ 。与定参体系比较,  $a$  和  $b$  的介入使频变参数体系的动力放大系数产生显著的变化: 动力放大系数  $R'_d$  的图像可以视为把  $R_d$  的图像先缩小, 然后在沿频率比  $u$  的轴上向 0 点移动。这种变化产生 2 个结果: ①频变参数体系的位移共振频率  $\omega'_d$  较相应的定参体系有所提前; ②在共振频率  $\omega'_d$  之前, 动力放大系数增大, 在共振频率  $\omega'_d$  之后, 动力放大系数则减小。由此也证明了定义  $a$  为刚度附加质量系数、 $b$  为阻尼附加质量系数的合理性:  $a$  的介入削弱了体系的刚度, 使体系更柔, 共振频率降低; 而  $b$  的介入增加了体系的阻尼, 使共振振幅减小。两者的共同作用使频变参数体系的动力响应在一定频段大于定参体系, 而在另一频段上则小于定参体系对应的动力响应。其中, 在  $u=1.00$  时,  $R'_d \approx 0.5R_d$ ; 在  $u=0.95$  时,  $R'_d \approx 1.4R_d$ , 再讨论频率差  $\varphi$  的特性, 通过计算所得频率差见图 5。

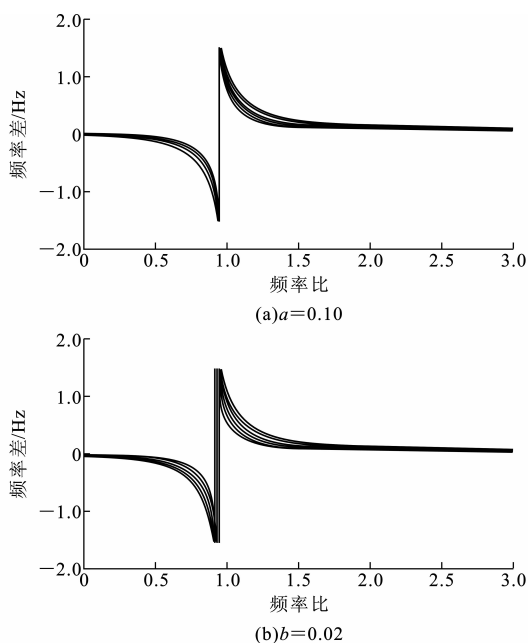


图 5 各种条件下的频率差

Fig. 5 Frequency Differences Under Various Conditions

由图 5 可见, 参数  $a$ 、 $b$  和  $y$  对频率差  $\varphi$  的影响较小, 在共振区附近出现间断最值, 但就整个频段而言, 频率差的绝对值都不大, 均小于  $1.5 \text{ Hz}$ 。因此, 可忽略频变参数体系存在频率差, 即认为谐响应频率与外扰力频率相等。这样处理可使研究问题简化, 而且引入的误差很小。

### 4 结 语

(1) 频变参数体系在引入参数  $a$ 、 $b$  后, 使动力分析变得更为清晰。  $a$  使体系的共振频率降低, 动力响应增大, 而  $b$  使体系的动力响应减小, 这 2 个参数的引入还使谐响频率与激振频率之间产生一个不大的差值。两者的共同作用使频变参数模型相当于在定参模型上引入了一个刚度弹簧和一个阻尼器, 其作用效果是使体系的动力响应有可能大于也有可能小于定参模型, 至于何种情况下增大, 何种情况下减小, 还取决于  $a$ 、 $b$ 、 $u$  和  $y$  等地基、结构参数以及基础形式, 其一般规律可描述为: 外扰力频率小于定参体系共振频率时, 更符合实际的频变参数体系的动力响应要大于按定参体系模型计算出的动力响应; 当外扰力频率大于定参体系共振频率时, 频变参数体系的动力响应则较定参体系模型计算出的动力响应要小, 即定参体系在低频段过低地估计了体系的动力响应, 造成了工程上的不安全; 而在高频段过高地估计了体系的动力响应, 从而造成了工程上不必要的浪费。

(2)由于参数 $b$ 在共振区内对振幅的影响十分显著,且增大 $b$ 值在全频段内总是有利的,在地基参数 $G$ 、 $\rho$ 、 $\mu$ 不变的情况下,增大基础半径 $r_0$ 并减小基础质量 $m$ 即可有效地减小基础的动力响应。因此,大而轻的基础形式是一种更值得推荐的设计思想,而按常理,认为大而重的基础更不易产生大的振动,动力响应更小的设计思想则是有失偏颇的<sup>[6-7]</sup>。

(3)增大基础半径 $r_0$ 并减小基础质量 $m$ 的措施在增大参数 $b$ 的同时也会使参数 $a$ 增大。如前所述, $a$ 的作用主要是降低共振频率,因此可在一定频段上减小动力响应,而在一定频段上增大动力响应。这似乎与大而轻的设计方案不太匹配,但考虑到增大 $a$ 值对系统动力响应增强的不利作用远不及因 $b$ 值增大带来的有利作用,故大而轻的设计思想仍是适用的。因此,在满足构造条件下,适当增大基础底面积,减小基础竖向高度,即可获得大而轻的效果。这种机器基础在全频段上,即从动力机器开机,进入正常工作,再到关机整个过程中均起到降低体系动力响应的有利作用。

#### 参考文献:

#### References:

- [1] 严人觉,王贻荪,韩清宇. 动力基础半空间理论概论[M]. 北京:中国建筑工业出版社,1981.  
YAN Ren-jue, WANG Yi-sun, HAN Qing-yu. Introduction of Dynamic Foundation Half-space Theory [M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 1981.

- [2] GB 50040—96, 动力机器基础设计规范[S].  
GB 50040—96, Dynamic Machine Foundation Design Code[S].
- [3] 奚 鸣. 工程振动问题的治理及实例[J]. 工业建筑, 2005, 35(增): 942-944.  
XI Ming. Handling of Engineering Vibration and Example[J]. Industrial Construction, 2005, 35(S): 942-944.
- [4] 王道宏,王柏生. 机器引起的振动问题及对策[J]. 噪声与振动控制, 2007, 27(3): 39-42.  
WANG Dao-hong, WANG Bai-sheng. Case Study of Machine Induced Vibration[J]. Noise and Vibration Control, 2007, 27(3): 39-42.
- [5] 郑 刚. 高等基础工程学[M]. 北京:机械工业出版社, 2007.  
ZHENG Gang. Advanced Foundation Engineerings [M]. Beijing: China Machine Press, 2007.
- [6] 王宇红,刘占军,牛 健. 对框架式机器基础振动的研究[J]. 工业建筑, 2007, 37(1): 66-68.  
WANG Yu-hong, LIU Zhan-jun, NIU Jian. Study on Vibration of Frame Foundation Under Machinery[J]. Industrial Construction, 2007, 37(1): 66-68.
- [7] 陈 啸,王宏伟,刘 斌,等. 相互作用体系动态参数识别与故障诊断[J]. 建筑科学与工程学报, 2007, 24(3): 47-50.  
CHEN Xiao, WANG Hong-wei, LIU Bin, et al. Dynamic Parameter Identification and Fault Diagnosis of Interaction System [J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2007, 24(3): 47-50.

## 《中国公路学报》2008 年征订通知

《中国公路学报》(双月刊)是中国公路学会主办的公路交通行业最权威的学术性刊物,主要刊载道路工程、桥隧工程、交通工程、筑路机械工程、汽车与汽车运用工程、公路运输经济与工程经济等专业应用技术及理论性文章,并适当报道有关公路交通的新技术、新材料、新工艺以及国内外重大学术活动、工程建设及科技动态信息等。《中国公路学报》网络版——中国公路网延伸了《中国公路学报》的信息传播功能,为读者提供全方位的公路交通信息服务。中国公路网的网址为:www. highway-china. com。

《中国公路学报》(大 16 开本)读者对象为:公路交通界的科研人员、工程技术人员、经济管理人员及大专院校的师生。《中国公路学报》每期定价 12.00 元,2008 年 6 期共 72.00 元。

另外,《中国公路学报》编辑部现有少量往年合订本,100.00 元(含邮寄费)/册。欢迎订阅!

收款单位:长安大学杂志社

地 址:西安市南二环路中段

邮 编:710064

电 话:(029)82334387