

文章编号:1673-2049(2009)04-0040-04

# 基于应变频响函数曲率的结构损伤识别

姜增国<sup>1</sup>, 张 桢<sup>2</sup>

(1. 武汉理工大学 土木工程与建筑学院, 湖北 武汉 430070; 2. 新加坡国立大学 土木工程系, 新加坡 119077)

**摘要:**为了研究结构损伤并探索其损伤识别指标,基于多自由度体系频响函数,提出了以应变频响函数(SFRF)曲率作为损伤识别参数的结构损伤识别方法,并提出了结构损伤识别指标——SFRF曲率比。在此基础上采用有限元方法,进行了简支板单一损伤、多处损伤等多种工况的算例分析。结果表明:SFRF曲率比对损伤的敏感程度高于由振型、应变、频响函数(FRF)等推演出的特征指标;该方法可用于结构损伤定位以及定性评价多处损伤。

**关键词:**应变频响函数;曲率;测量噪声;结构损伤识别;振型

**中图分类号:**TU312.3

**文献标志码:**A

## Structural Damage Identification Based on SFRF Curvature

JIANG Zeng-guo<sup>1</sup>, ZHANG Zhen<sup>2</sup>

(1. School of Civil Engineering & Architecture, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, Hubei, China;

2. Department of Civil Engineering, National University of Singapore, Singapore 119077, Singapore)

**Abstract:** To study structural damage and damage detection index, a structural damage method with strain frequency response function (SFRF) as damage detection parameter was presented. The structural damage index SFRF curvature ratio was presented. Based on the method, an example was analyzed under some conditions, such as simple-supported plane and multi-damage. The results show that the SFRF curvature ratio is sensitive to damage than the methods, such as modal shape, modal strain and FRF. The presented method can be applied to location of structural damages as well as identification of damage severity.

**Key words:** SFRF; curvature; measurement error; structural damage detection; modal shape

## 0 引言

人们常把对航天、土木和机械工程结构进行损伤检测的过程称为结构健康监测。在这种监测中,基于振动信号的损伤检测方法越来越受到工程界及研究界的青睐。近年来,利用模态分析方法对结构进行无损检测取得了很大进展,许多模态参数被用来判断损伤的存在及其损伤程度大小。文献[1]中利用位移模态及应变模态下的原点导纳对混凝土悬臂梁在发生损伤前后的情况进行了仿真计算。结

果表明:应变原点导纳比位移原点导纳对损伤更敏感。文献[2]中比较了多种基于振型和频响函数(FRF)的识别指标,取得了较好的效果。文献[3]中从理论上探讨了应变模态对混凝土结构进行损伤诊断的测试原理和方法,并通过混凝土框架试验结果分析,证明了应变模态较位移模态对结构的损伤更加敏感。文献[4]中利用频响函数的曲率对一拉索结构的正常状态及2种损伤状态进行了损伤检测。文献[5]的研究结果也表明,频响函数的曲率对损伤非常敏感。

收稿日期:2009-08-09

基金项目:国家自然科学基金项目(50378074)

作者简介:姜增国(1960-),男,山东莱州人,教授,工学博士,E-mail:zenguo168@sina.com。

由于应变频响函数(SFRF)比其他模态参数包含的信息更加丰富,而且直接可以通过试验测得,获得较为容易,在实际应用中具有良好的发展前景<sup>[6-11]</sup>。在讨论了结构频响函数和应变频响函数的性质后,笔者提出了基于结构应变频率响应函数曲率的识别参数,尽管测量噪声对识别结果影响甚小,但所考虑的频率范围对识别结果有一定的影响。

## 1 理论依据

### 1.1 多自由度结构体系的频响函数

一个典型多自由度结构体系的强迫振动方程为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{y}} + \mathbf{K}\mathbf{y} = \mathbf{f} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{K}$ 分别为结构的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; $\ddot{\mathbf{y}}$ 、 $\dot{\mathbf{y}}$ 、 $\mathbf{y}$ 分别为加速度、速度、位移向量; $\mathbf{f}$ 为结构的荷载向量。

对式(1)等号两边进行拉氏变换可得

$$\mathbf{M}s^2 + \mathbf{C}s + \mathbf{K}\mathbf{Y}(s) = \mathbf{F}(s) \quad (2)$$

式中: $\mathbf{Y}(s)$ 、 $\mathbf{F}(s)$ 分别为 $\mathbf{y}$ 、 $\mathbf{f}$ 的拉氏变换; $s$ 为拉氏变换参数。

由式(2)可得

$$\mathbf{Y}(s) = \mathbf{H}_d(s)\mathbf{F}(s) \quad (3)$$

式中: $\mathbf{H}_d(s)$ 为传递函数矩阵。

由式(3)可推导出多自由度结构体系位移的传递函数矩阵 $\mathbf{H}_d(s)$ 为

$$\mathbf{H}_d(s) = [(\boldsymbol{\Phi}^T)^{-1} \text{diag}(M_i s^2 + C_i s + K_i) \cdot (\boldsymbol{\Phi}^T)^{-1}]^{-1} = \sum_{i=1}^N \frac{\boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Phi}_i^T}{M_i (s^2 + 2\xi_i \omega_i s + \omega_i^2)} \quad (4)$$

式中: $\boldsymbol{\Phi}$ 为由结构各阶振型向量 $\boldsymbol{\Phi}_i$ 组成的振型矩阵, $\boldsymbol{\Phi} = (\boldsymbol{\Phi}_1, \boldsymbol{\Phi}_2, \dots, \boldsymbol{\Phi}_N)$ ;  $M_i$ 、 $C_i$ 、 $K_i$ 分别为结构的 $i$ 阶模态质量、模态阻尼和模态刚度; $\text{diag}(\cdot)$ 表示对角矩阵; $\xi_i$ 为第 $i$ 阶模态阻尼比; $\omega_i$ 为结构第 $i$ 阶模态圆频率。

频率响应函数矩阵任一元素 $H_d^p(\omega)$ 表示 $p$ 点激振、 $r$ 点拾振的频响函数,其表达式为

$$H_d^p(\omega) = H_d^p(s) \big|_{s=j\omega} = \sum_{i=1}^N \frac{\phi_{ri} \phi_{pi}}{M_i (\omega_i^2 - \omega^2 + 2j\xi_i \omega_i \omega)} \quad (5)$$

式中: $\omega$ 为圆频率。

### 1.2 多自由度结构体系的应变频响函数

根据有限元理论,任一单元 $i$ 上的应变 $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ 可表示为<sup>[12-13]</sup>

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i = \mathbf{B}_i(\boldsymbol{\delta}_e)_i \quad (6)$$

式中: $\mathbf{B}_i$ 为单元应变矩阵; $(\boldsymbol{\delta}_e)_i$ 为单元节点位移矩阵。

对于式(1),在整体坐标体系中,若 $\mathbf{f} = \mathbf{F}e^{j\omega t}$ ,则位移 $\boldsymbol{\delta}_s$ 为

$$\boldsymbol{\delta}_s = \mathbf{Y}(s)e^{j\omega t} \quad (7)$$

由式(3)、(7)可得

$$\boldsymbol{\varepsilon}e^{j\omega t} = \mathbf{B}\boldsymbol{\Phi}\mathbf{y}_r\boldsymbol{\Phi}^T\mathbf{F}e^{j\omega t} = \sum_{r=1}^m y_r \boldsymbol{\Psi}_r \boldsymbol{\Phi}_r^T \mathbf{F}e^{j\omega t} = \boldsymbol{\Psi}^e \mathbf{q} = \sum_{r=1}^m q_r \boldsymbol{\Psi}_r^e \quad (8)$$

式中: $\mathbf{y}_r = \text{diag}[1/(M_i s^2 + C_i s + K_i)]$ ;  $\boldsymbol{\Phi}_r$ 、 $\boldsymbol{\Psi}_r$ 分别为第 $r$ 阶位移模态和应变模态; $q_r$ 为广义模态坐标函数; $\boldsymbol{\Psi}_r = \mathbf{B}\boldsymbol{\Phi}_r$ ,  $\boldsymbol{\beta}$ 为坐标转换矩阵; $q_r = y_r \boldsymbol{\Phi}_r^T \mathbf{F}e^{j\omega t}$ ;  $\boldsymbol{\Psi}^e = (\boldsymbol{\Psi}_1^e, \boldsymbol{\Psi}_2^e, \dots, \boldsymbol{\Psi}_k^e, \dots, \boldsymbol{\Psi}_m^e) = \mathbf{B}\boldsymbol{\Phi}$ 。

由式(8)可得

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\Psi}^e \mathbf{y}_r \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{F} = \mathbf{H}^e \mathbf{F} = \sum_{r=1}^m y_r \boldsymbol{\Psi}_r^e \boldsymbol{\Phi}_r^T \mathbf{F} \quad (9)$$

式中: $\mathbf{H}^e$ 为应变频响矩阵, $\mathbf{H}^e = \boldsymbol{\Psi}^e \mathbf{y}_r \boldsymbol{\Phi}^T = \sum_{r=1}^m y_r \boldsymbol{\Psi}_r^e \boldsymbol{\Phi}_r^T$ ,

矩阵中的单元 $H_{ij}^e = \sum_{r=1}^m y_r \boldsymbol{\Psi}_r^e \boldsymbol{\Phi}_r^T$ 。

### 1.3 SFRF 曲率比方法

SFRF 曲率比方法是在一定的频率范围内,基于损伤结构和未损结构曲率变化来判定损伤的,不需要对结构进行模态识别。曲率由中心差分的方法得到,即

$$h^e(\omega)_{i,j} = \frac{h^e(\omega)_{i+1,j} - 2h^e(\omega)_{i,j} + h^e(\omega)_{i-1,j}}{l^2} \quad (10)$$

式中: $h^e(\omega)_{i,j}$ 为第 $i$ 个单元第 $j$ 阶曲率模态; $h^e(\omega)_{i,j}$ 为当 $j$ 处有力作用时 $i$ 点的SFRF响应; $l$ 为两点之间的间距。

曲率比 $\alpha_k$ 为

$$\alpha_k = \frac{h_d^e(\omega)_{i,j}}{h_u^e(\omega)_{i,j}} \quad (11)$$

式中: $h_d^e(\omega)_{i,j}$ 、 $h_u^e(\omega)_{i,j}$ 分别为损伤和完好结构的SFRF响应。

## 2 算例分析

考虑的结构两端为简支板,板长1 m,材料的弹性模量 $E=210$  GPa,密度 $\rho=7\,800$  kg·m<sup>-3</sup>,截面面积 $A=0.002$  m<sup>2</sup>。将简支板划分为10个单元,结构有限元计算模型见图1,结构损伤工况见表1。

### 2.1 频率范围的影响

由图2可以看出,结构中的损伤使得结构固有频率降低,并且随着损伤程度的增大,降低的趋势更加明显。对于损伤,SFRF虽比FRF反应灵敏,但

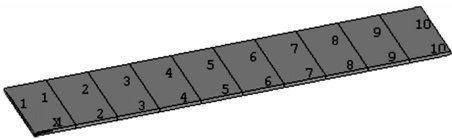


图 1 有限元计算模型

Fig. 1 Finite Element Calculation Model

表 1 结构损伤工况

Tab. 1 Structural Damage Cases

工况编号	结构工况
1	结构完好
2	单元 5 损伤 10%，考虑测量噪声
3	单元 5 损伤 50%
4	单元 5 损伤 80%
5	单元 5 损伤 10%，单元 10 损伤 20%

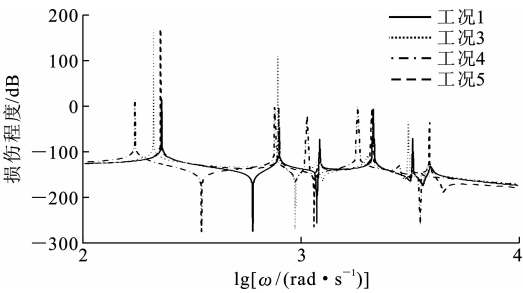


图 2 工况 1、3、4、5 前 6 阶频率的 SFRF

Fig. 2 SFRF at the First Six Frequencies in Case 1, 3, 4, 5

大体上变化趋向一致。由图 3 可以看出,考虑的频率范围越宽,反而越容易对识别产生不利因素,对于本文中所采用的结构而言,考虑前 2 阶频率的损伤识别比考虑前 4 阶的反而更可靠。事实上,频率的范围越宽,所包含的模式也就越多,但由于结构刚度的损失,随着损伤的加剧,曲率的变化相对于结构的固有频率而言显得微不足道,所以频率范围的一味放大只会导致识别的失效。

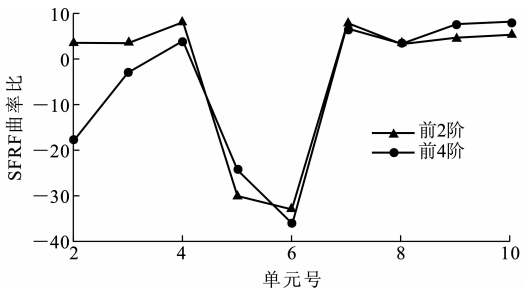


图 3 工况 5 频率范围对 SFRF 曲率比的影响

Fig. 3 Influences of SFRF Curvature Ratio with Different Frequency Ranges in Case 5

2.2 力的输入位置的影响

研究表明,力的输入位置对识别结果影响很小。

另外,考察工况 5(图 4)可知,如果损伤发生在低应力区(第 10 单元),它对整个结构的影响很小,其第 1 阶频率变化率(表 2)为 1.146%,相对于工况 2 的频率变化率 1.032%,甚至不易察觉。这也意味着测点如果布置在高应力区,同时此处含有损伤,将会达到很好的识别效果。

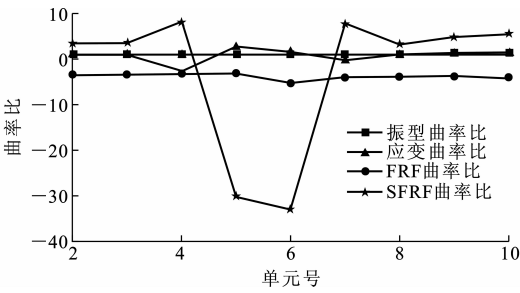


图 4 工况 5 各种曲率比的识别对比

Fig. 4 Identification Comparisons of Different Curvature Ratios in Case 5

表 2 各损伤工况低阶频率变化率

Tab. 2 Low Frequency Changes of Various Damaged Cases

工况编号	1 阶	2 阶	3 阶	4 阶	5 阶	6 阶
2	1.032	0.137	0.518	0.744	0.547	0.484
3	8.281	1.211	4.188	5.633	4.417	3.634
4	24.580	4.697	12.581	15.102	13.501	9.923
5	1.146	0.390	0.839	1.502	1.127	1.367

注:表中数值为百分数  $p, p = \frac{m_1 - m_i}{m_1} \times 100\%$ ,  $m_1$  为工况 1 的频率,  $m_i$  为工况  $i$  的频率,  $i = 2, 3, 4, 5$ 。

2.3 测量噪声的影响

由图 5 可以看出,通常情况下,噪声的数量级明显低于测量数据数量级时,误差对结果的影响可忽略,但是两者一旦接近,采用常规的识别参数可能得不到理想的效果。在本文的方法中,完好结构和损伤曲率的比值计算对测量噪声有减缓的作用。

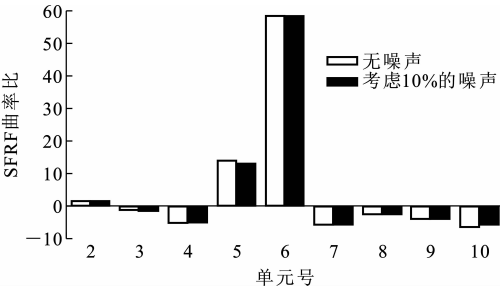


图 5 考虑噪声与无噪声时工况 3 的 SFRF 曲率比对比  
Fig. 5 Comparison of SFRF Curvature Ratios Considering Noise and Non-noise in Case 3

### 3 结 语

(1)SFRF 可以准确地用于结构的损伤识别。

(2)与传统特征指标的比较结果表明:SFRF 曲率比相对振型曲率比、应变曲率比以及 FRF 曲率比有更好的识别效果。

(3)尽管 SFRF 能有效地识别结构存在的多处损伤,但是支座附近比跨中的反应要小很多,在实际工程中这种情形应予以足够的重视。

#### 参考文献:

#### References:

- [1] 张东利,李 霆,孙锡龙.利用原点导纳检测混凝土构件损伤[J].振动、测试与诊断,2004,24(1):33-36.  
ZHANG Dong-li, LI Ting, SUN Xi-long. Application of Frequency Response Function to Concrete Structure Fault Diagnosis[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2004, 24(1): 33-36.
- [2] PALACZ M, KRAWCZUK M. Vibration Parameters for Damage Detection in Structures[J]. Journal of Sound and Vibration, 2002, 249(5): 999-1010.
- [3] 周先雁,沈蒲生.用应变模态对混凝土结构进行损伤识别的研究[J].湖南大学学报,1997,24(5):69-74.  
ZHOU Xian-yan, SHEN Pu-sheng. Study of Damage Assessment of Concrete Structures by Strain Modal Method[J]. Journal of Hunan University, 1997, 24(5): 69-74.
- [4] 李学平,余志武.基于频响函数的结构损伤识别[J].中外公路,2006,26(1):83-85.  
LI Xue-ping, YU Zhi-wu. Structural Damage Detection Based on Frequency Response Function (FRF) [J]. Journal of China & Foreign Highway, 2006, 26(1): 83-85.
- [5] SAMPAIO R P C, MAIA N M M, SILVA J M M. Damage Detection Using the Frequency-response-function Curvature Method[J]. Journal of Sound and Vibration, 1999, 226(5): 1029-1042.
- [6] 谭冬莲,肖汝诚.基于改进 Gauss-Newton 法的在役桥梁结构参数识别[J].长安大学学报:自然科学版,2007,27(4):57-60.  
TAN Dong-lian, XIAO Ru-cheng. Parameter Identification of Existing Bridge Structure Based on Improved Gauss-Newton Algorithm [J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2007, 27(4): 57-60.
- [7] 武奇生,王 丹,王秋才.大型桥梁健康无线监测系统[J].长安大学学报:自然科学版,2007,27(5):70-74.  
WU Qi-sheng, WANG Dan, WANG Qiu-cai. Wireless Monitoring System of Long-span Bridge Health[J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2007, 27(5): 70-74.
- [8] 丁幼亮,李爱群,缪长青,等.基于小波包能量谱的大跨桥梁结构损伤预警指标[J].中国公路学报,2006,19(5):34-40.  
DING You-liang, LI Ai-qun, MIAO Chang-qing, et al. Structural Damage Alarming Indices for Long-span Bridges Based on Wavelet Packet Energy Spectrum [J]. China Journal of Highway and Transport, 2006, 19(5): 34-40.
- [9] 张 岗,贺拴海,宋一凡.混凝土箱梁水化热温度损伤修正耦合方法[J].交通运输工程学报,2008,8(1):54-60.  
ZHANG Gang, HE Shuan-hai, SONG Yi-fan. Updating Coupling Method of Hydration Heat Temperature Damage for Concrete Box Girder[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2008, 8(1): 54-60.
- [10] 贺 瑞,秦 权.基于含噪声脉动反应的悬索桥损伤识别[J].中国公路学报,2009,22(5):75-82.  
HE Rui, QIN Quan. Damage Detection of Suspension Bridges Based on Noise-contaminated Ambient Responses[J]. China Journal of Highway and Transport, 2009, 22(5): 75-82.
- [11] 张刚刚,王春生,徐 岳.基于径向基函数神经网络的斜拉桥损伤识别[J].长安大学学报:自然科学版,2006,26(1):49-53.  
ZHANG Gang-gang, WANG Chun-sheng, XU Yue. Damage Detection of Cable-stayed Bridge Based on RBF Neural Networks[J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2006, 26(1): 49-53.
- [12] YAM L H, LEUNG T P, LI D B, et al. Theoretical and Experimental Study of Modal Strain Analysis[J]. Journal of Sound and Vibration, 1996, 191(2): 251-260.
- [13] 王勋成,邵 敏.有限元基本原理和数值方法[M].北京:清华大学出版社,2002:292-299.  
WANG Xun-cheng, SHAO Min. The Fundamental and Numerical Method of FEM[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002: 292-299.