

文章编号:1673-2049(2011)02-0038-06

西安小雁塔动态特性计算分析

卢俊龙^{1,2}, 刘伯权¹, 张 荫², 何 斌², 袁春燕¹

(1. 长安大学 建筑工程学院, 陕西 西安 710061; 2. 西安建筑科技大学 土木工程学院, 陕西 西安 710055)

摘要:为了研究土与结构相互作用对砖石古塔动态特性计算结果的影响规律,建立是否考虑土与结构相互作用时西安小雁塔的数值分析模型,计算了小雁塔的前2阶振型及周期,并将理论计算结果与实测结果进行比较。结果表明:采用理论计算法与数值分析法计算砖石古塔的动态特性时,第1阶周期的计算结果均与实测结果较为接近;第2阶周期的计算结果均与实测结果偏差较大,在考虑土与结构相互作用时,数值计算结果与实测结果偏差反而加大;土与结构相互作用对砖石古塔高阶振型的计算结果影响显著。

关键词:土与结构相互作用;砖石古塔;动态特性;小雁塔;振型

中图分类号:TU411.8 **文献标志码:**A

Calculation and Analysis of Dynamical Characteristics of Xiaoyan Tower in Xi'an

LU Jun-long^{1,2}, LIU Bo-quan¹, ZHANG Yin², HE Bin², YUAN Chun-yan¹

(1. School of Civil Engineering, Chang'an University, Xi'an 710061, Shaanxi, China; 2. School of Civil Engineering, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an 710055, Shaanxi, China)

Abstract: To study the influence of co-interaction of soil and structures on dynamical characters of masonry pagodas, the numerical analysis model of Xiaoyan Tower in Xi'an was established based on either considering co-interaction of soil and structure or without considering co-interaction. The first two vibration modes and periods were calculated. The theoretical calculation results were also contrasted with measured test results. Results show that the first period of the masonry pagoda by calculation result is close to that of measured test result when dynamical characteristics of masonry pagodas are calculated by theoretical calculation method and numerical analysis method. The second period is widely from the test. Moreover, the result that includes co-interaction of soil and structure is widely greatly. Therefore, the impacts of co-interaction of soil and structure to high vibration modes of masonry pagodas on calculation results are heavily.

Key words: co-interaction of soil and structure; masonry pagoda; dynamical characteristic; Xiaoyan Tower; vibration mode

0 引言

砖石古塔是中国古代高层建筑的杰出代表作,对其结构进行保护具有重要的意义。在砖石古

塔的抗震保护与结构加固时,结构的动态特性是确定现存古塔结构的损伤状态与结构动力性能的重要评估依据。然而,因砖石古塔结构具有一定的特殊性,其动态特性主要通过理论计算法、数值分析法、

收稿日期:2011-03-02

基金项目:国家自然科学基金项目(50868011);科技部西部科技行动计划项目(建科[2001]第002号)

作者简介:卢俊龙(1978-),男,山西芮城人,工学博士,博士后,E-mail:lujunlong@sohu.com。

动力测试法获得。

采用数值分析法计算结构动态特性时,需要考虑以下因素:①结构的特性,包括结构的尺寸、形状以及结构材料的力学参数等;②计算边界条件,即结构与地基的连接关系。

在不考虑土与结构相互作用时,结构自由振动方程式为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{0} \quad (1)$$

式中: \mathbf{M} 、 \mathbf{C} 、 \mathbf{K} 分别为结构的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; $\ddot{\mathbf{u}}(t)$ 、 $\dot{\mathbf{u}}(t)$ 、 $\mathbf{u}(t)$ 分别为加速度向量、速度向量和位移向量; t 为时间。

由式(1)计算结构的动态特性时,忽略了地基边界条件的影响^[1],同时由于地基具有无限边界,会给计算带来不便。为了分析地基与结构相互作用以及地基边界条件对结构动态特性计算结果的影响,本文中笔者通过数值计算,就西安小雁塔动态特性的计算结果做进一步分析。

1 数值计算模型

1.1 模型的建立

为了表征地基无限域的辐射条件,近似考虑远场地基对结构振动效应的影响,将土与砖石古塔结构相互作用系统看作一个整体,并附加人工边界的方式建立数值计算模型^[2],如图 1 所示。

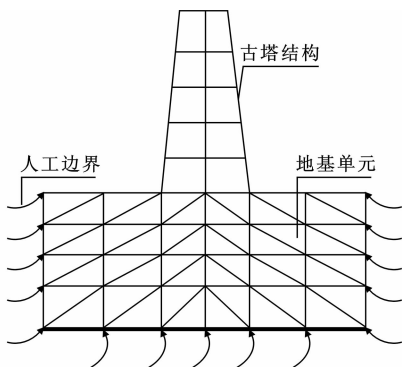


图 1 土与砖石古塔结构相互作用计算模型

Fig. 1 Calculation Model of Co-interaction of Soil and Structure of Masonry Pagoda

若地基计算区域选取的足够大,地基外边界处的运动可由自由波动场直接代替。

1.2 地基边界条件

采用粘弹性边界条件来模拟地基的边界效应,下面就粘弹性边界条件进行分析。

粘弹性边界相当于在边界节点每个方向施加 1 个一端固定的单向弹簧-阻尼元件,如图 2 所示,其中, K_{lx} 、 K_{ly} 、 K_{lz} 分别为 l 节点在 x 、 y 、 z 方向的刚度

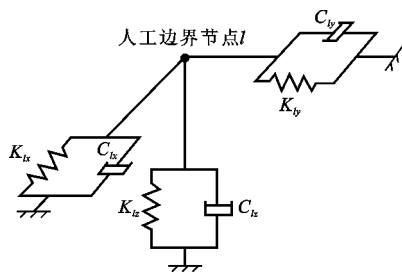


图 2 粘弹性边界

Fig. 2 Cohesion-elastic Boundary

系数; C_{lx} 、 C_{ly} 、 C_{lz} 分别为 l 节点在 x 、 y 、 z 方向的粘性阻尼系数。以粘性阻尼的吸能作用和弹簧的刚性恢复作用模拟远场地基对结构振动的影响,是利用无限域介质本构方程和来自于计算区域内部的单侧外行波表达建立的一种应力边界条件,其节点应力是边界节点位移和速度的函数,一般形式为^[3]

$$\sigma_{li}(t) = -K_{li}u_{li}(t) - C_{li}\dot{u}_{li}(t) \quad (2)$$

式中: $\sigma_{li}(t)$ 、 $u_{li}(t)$ 分别为 t 时刻 l 节点在 i 方向的应力和位移; $\dot{u}_{li}(t)$ 为 t 时刻 l 节点在 i 方向的速度; K_{li} 、 C_{li} 为 l 节点在 i 方向的粘弹性边界参数,计算中可由边界尺寸和地基土的物理力学指标确定。

弹簧刚度可通过下式计算确定^[4]:

法向弹簧

$$k_p = \frac{E_d(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)L} \quad (3)$$

切向弹簧

$$k_t = \frac{E_d}{2(1+\mu)L} \quad (4)$$

式中: k_p 、 k_t 分别为法向和切向弹簧刚度系数; L 为设置的边界单元厚度; E_d 为地基土的动剪切模量; μ 为地基土的泊松比。

粘性阻尼矩阵 \mathbf{C} 满足方程 $\mathbf{C} = \beta\mathbf{K}$, β 为材料的粘性阻尼比,采用式(5)、(6)计算^[5]:

由法向弹簧确定的边界单元为

$$\beta = \frac{\rho V_p}{k_p} \quad (5)$$

由切向弹簧确定的边界单元为

$$\beta = \frac{\rho V_s}{k_t} \quad (6)$$

式中: ρ 为地基土的密度; V_p 、 V_s 分别为地基土的纵波波速和横波波速。

2 小雁塔动态特性计算

2.1 小雁塔概况

小雁塔是唐代密檐式的古塔,建于唐代景龙元年(公元 707 年),是中国著名佛教寺院荐福寺中的

佛塔,位于陕西省西安市,为国家级重点保护文物。主体结构采用尺寸 $360\text{ mm}\times 180\text{ mm}\times 70\text{ mm}$ 粘土砖错缝砌筑,胶结材料为过滤黄泥,无砂粒、密度大、粘性好,但外部表面风化严重。

小雁塔自建造至今,经历 70 多次地震,仍然屹立不倒,显示了良好的抗震性能。塔原高 15 层,在 1556 年关中大地震中震损顶部 2 层,现存 13 层,残高 43.38 m,立于边长

23.38 m 的正方形砖基座上,基座高 3.00 m。塔平面为正方形,底层边长 11.38 m,层高 6.84 m,2 层以上的高度和宽度均逐层递减,南北两面开券洞(图 3)。

西安小雁塔结构尺寸如表 1 所示。



图 3 西安小雁塔
Fig. 3 Xiaoyan Tower in Xi'an

表 1 小雁塔结构尺寸

Tab. 1 Structural Sizes of Xiaoyan Tower m						
层编号	边长	层高	墙厚	塔室宽	券洞高	券洞宽
1	11.38	6.84	3.59	4.20	3.000	1.10
2	10.86	3.75	3.38	4.10	1.500	0.98
3	10.50	3.43	3.28	3.95	1.440	0.94
4	10.30	3.34	3.20	3.90	1.380	0.92
5	10.10	3.09	3.10	3.87	1.200	0.76
6	9.87	2.91	3.00	3.85	1.180	0.72
7	9.44	2.62	2.85	3.75	0.880	0.66
8	9.13	2.47	2.78	3.57	0.810	0.64
9	8.56	2.28	2.50	3.56	0.750	0.62
10	8.00	1.98	2.26	3.49	0.630	0.60
11	7.69	1.60	2.20	3.30	0.500	0.52
12	7.13	1.54	1.94	3.26	0.380	0.49
13	6.50	4.35	1.75	3.00	0.375	0.45

小雁塔的地基采用中国传统的素土夯实的地基处理方式(图 4),根据地质勘察结果可知:小雁塔地基处理范围大约从塔身起,分别沿前后左右向外拓展了大约 30 m,且外边缘部分的处理深度浅,愈向中间,处理的深度愈大,至塔身下,夯土的深度大约为 2.0 m。

根据文献[6]及小雁塔场地条件,结合计算所需的相关参数,将结构与地基土材料的力学性能指标进行整理分析,如表 2 所示。

2.2 不考虑土与结构相互作用的动态特性计算

不考虑土与结构相互作用时,将古塔结构底部

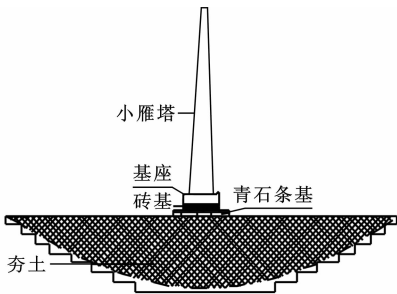


图 4 小雁塔地基基础构造

Fig. 4 Construction of Foundation and Subsoil of Xiaoyan Tower

表 2 结构与地基土材料的力学性能指标

Tab. 2 Mechanical Behavior Indexes of Material of Structure and Subsoil

材料	E/kPa	μ	$\gamma/(\text{10}^3\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3})$	σ_c/GPa	σ_t/MPa
砖砌体	0.12×10^7	0.10	1.80	0.125	19.0
石砌体	0.50×10^8	0.10	3.30	0.150	4.5
夯土	6.90×10^4	0.35	1.96		
天然地基土	0.95×10^4	0.42	1.76		

注:夯土粘聚力 $c=36.3\text{ kPa}$,内摩擦角 $\varphi=25.65^\circ$;天然地基土粘聚力 $c=8.0\text{ kPa}$,内摩擦角 $\varphi=15^\circ$; E 为材料的弹性模量; γ 为重度; σ_c 、 σ_t 分别为抗压强度和抗拉强度。

视为固定于地基。虽然小雁塔存在一定程度的倾斜,但结构倾斜对动态特性的计算结果影响很小,计算时不予考虑。计算单元采用空间六面体单元,该单元无中间节点,可退化为空间四面体单元,各节点有 3 个平动自由度。

对结构划分单元,建立有限元模型(图 5),通过计算给出小雁塔前 2 阶振型(图 6)。

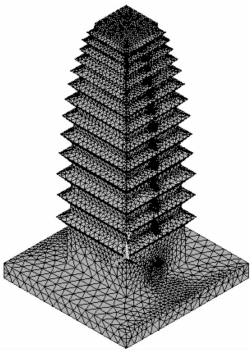


图 5 小雁塔有限元模型
Fig. 5 Finite Element Model of Xiaoyan Tower

2.3 考虑土与结构相互作用的动态特性计算

为了确保计算结果的可靠性,计算中考虑了地基土的非线性及远场地基的影响。

由现场勘察结果可知,小雁塔的地基土包含天然土和人工夯土 2 种,依据表 2 中的各参数,采用弹塑性本构模型和 Mohr-Coulomb 破坏准则,近似表征地基土的非线性。

研究表明:当地基单边尺寸为基础单边尺寸的 5 倍时就可反映地基与结构的相互作用;当土

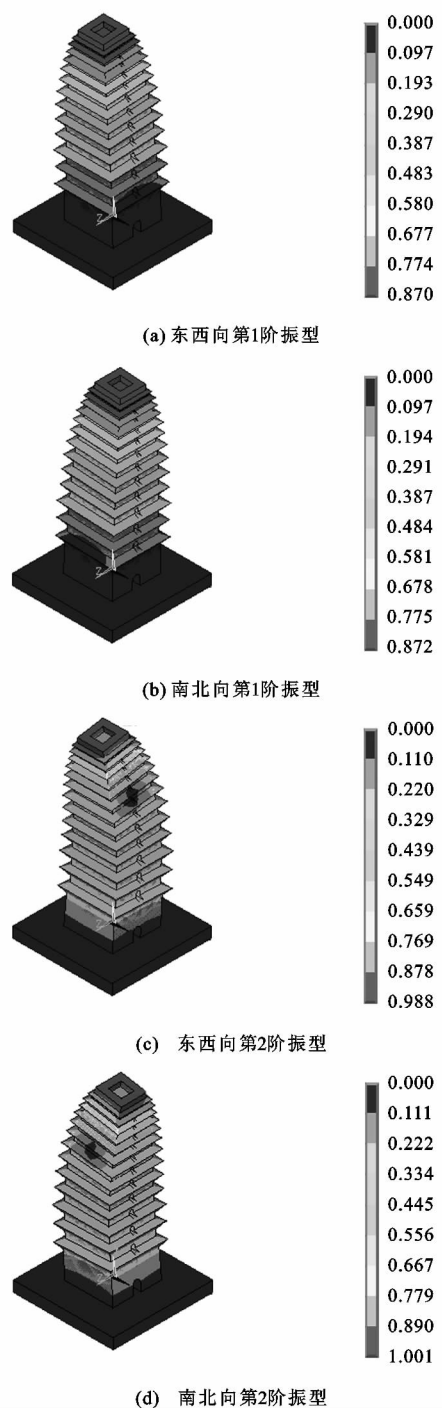


图 6 不考虑土与结构相互作用时的振型(单位:mm)

Fig. 6 Vibration Modes Without Considering Co-interaction of Soil and Structure (Unit:mm)

层厚度达到 2 倍基础宽度时,底部边界的影响已明显减弱;当土层厚度达到 3 倍基础宽度时,即可较好地模拟地基土的半无限空间效应^[7-8]。因此在分析结构的动态特性时,地基在深度方向的计算范围不小于塔基宽度的 3 倍,水平方向不小于塔基宽度的 5 倍即可。考虑小雁塔地基的特殊处理,即塔基周围有宽 60 m、深 2.0 m 的夯土,所以地基的计算范

围水平方向取 60 m,深度方向取 30 m,地基水平向边界及底面边界均采用粘弹性边界,建立数值计算模型(图 7)。通过计算给出考虑土与结构相互作用时小雁塔东西向与南北向的前 2 阶振型(图 8)。

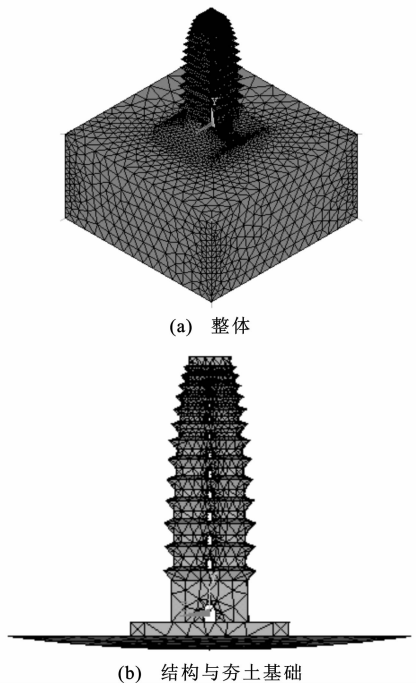


图 7 考虑土与结构相互作用时小雁塔的计算模型
Fig. 7 Calculation Models of Xiaoyan Tower Considering Co-interaction of Soil and Structure

3 砖石古塔动态特性分析

由数值计算可得出,小雁塔在考虑土与结构相互作用与不考虑土与结构相互作用时的前 2 阶周期,并与理论计算结果和实测结果进行比较^[9-16],如表 3 所示。

表 3 小雁塔前 2 阶自振周期
Tab. 3 The First Two Natural Vibration Periods of Xiaoyan Tower

计算方法		第 1 阶周期		第 2 阶周期	
		不考虑相互作用	考虑相互作用	不考虑相互作用	考虑相互作用
理论计算法		0.63	0.75	0.16	0.29
数值分析法	东西向	0.63	0.67	0.16	0.50
	南北向	0.63	0.67	0.16	0.61
动力测试法	东西向	0.69		0.21	
	南北向	0.74		0.18	

由表 3 可以看出,不考虑土与结构相互作用时,由理论计算法与数值分析法得出的第 1 阶周期与第 2 阶周期计算结果均与现场测试结果较为接近。考虑土与结构相互作用时,第 1 阶周期的计算结果均

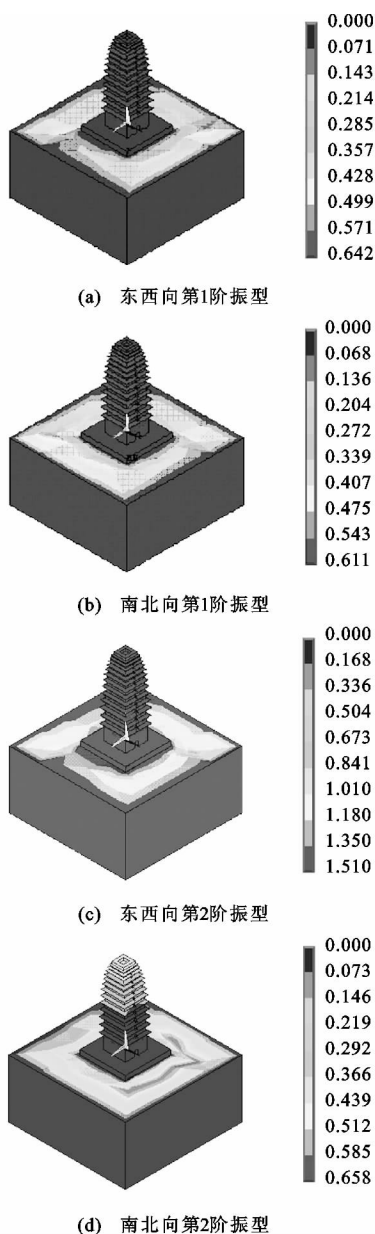


图8 考虑土与结构相互作用时的
振型(单位: 10^{-4}m)

Fig. 8 Vibration Modes Considering Co-interaction of
Soil and Structure (Unit: 10^{-4}m)

与测试结果偏差不大,且理论计算法与数值分析法的计算结果完全相同,但均较不考虑土与结构相互作用时的计算结果偏大;第2阶周期的理论计算与数值计算的结果均比实测结果偏大,其中数值计算结果约比实测结果大1倍多。由此可见,采用理论计算法与数值分析法计算砖石古塔的动态特性时,第1阶周期的计算结果均较为合理,第2阶周期的计算结果误差较大;同时可以看出,考虑土与结构相互作用后,数值计算的结果与实测结果偏差反而增大。

与现场实测结果比较可知,考虑土与结构相互作用时数值计算结果偏差增大的主要原因在于,考虑土与结构相互作用后,计算得出的振动周期为土与结构系统的周期。可见,土与结构相互作用对砖石古塔结构高阶振型的计算结果影响显著。

4 结 语

(1)为了充分模拟地基土的半无限空间效应,采用有限元方法分析土与结构相互作用时,地基的单边尺寸应不小于基础宽度的5倍,土层厚度不小于基础宽度的3倍,并需要附加相应的人工边界,以表征远场地基对结构振动的影响。

(2)将小雁塔理论计算与数值分析的前2阶周期计算结果与现场动力测试结果进行对比,可以看出,采用理论计算法与数值分析法计算砖石古塔的动态特性时,第1阶周期的计算结果均与实测结果较为接近;第2阶周期的计算结果均与实测结果偏差较大,考虑土与结构相互作用时的数值计算结果与实测结果偏差增大。

(3)通过比较分析可知,土与结构相互作用对砖石古塔结构高阶振型的计算结果影响十分显著。

参考文献:

References:

- [1] 克拉夫 R, 彭津 J. 结构动力学[M]. 2 版. 北京: 高等教育出版社, 2006.
CLOUGH R, PENZIEN J. Dynamics of Structure [M]. 2nd ed. Beijing: Higher Education Press, 2006.
- [2] 卢俊龙. 砖石古塔土-结构相互作用理论与应用研究[D]. 西安: 西安建筑科技大学, 2008.
LU Jun-long. Research on Theory and Application of Co-interaction of Soil and Structure of Masonry Pagodas[D]. Xi'an: Xi'an University of Architecture and Technology, 2008.
- [3] 李建波. 结构-地基动力相互作用的时域数值分析方法研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2005.
LI Jian-bo. Numerical Analysis of the Infinite Soil-structure Dynamic Interaction Within the Framework of Time-domain Substructure Method [D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2005.
- [4] 赵 密. 粘弹性人工边界及其与透射人工边界的比较研究[D]. 北京: 北京工业大学, 2004.
ZHAO Mi. Study on the Viscous-spring Boundary and the Transmitting Boundary [D]. Beijing: Beijing University of Technology, 2004.
- [5] 雷文军, 魏德敏. 无限域地基有限元分析的简化粘弹

- 性边界[J]. 地震工程与工程振动, 2005, 25(3): 110-114.
- LEI Wen-jun, WEI De-min. Spring-viscous Boundary in Finite Element Analyses for Infinite Media[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2005, 25(3): 110-114.
- [6] 高大峰. 小雁塔塔体抗震、抗风性能及其地基极限承载力探讨[D]. 西安: 西安交通大学, 1995.
- GAO Da-feng. The Characteristics on Combat Earthquake and Wind of the Small Wild Goose Pagoda's Construction and the Study of the Foundation Limit Strength[D]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University, 1995.
- [7] 王建平. 贮仓-贮料-桩-地基空间相互作用系统动力特性及随机地震响应研究[D]. 西安: 西安建筑科技大学, 2006.
- WANG Jian-ping. Studies on Dynamic Characteristics and Random Seismic Response of Silo-stock-pile-foundation Spatial Interaction System[D]. Xi'an: Xi'an University of Architecture and Technology, 2006.
- [8] 熊建国. 土-结构动力相互作用问题的新进展(I) [J]. 世界地震工程, 1992, 8(3): 22-29.
- XIONG Jian-guo. Advances in Co-interaction of Soil and Structures (I) [J]. World Earthquake Engineering, 1992, 8(3): 22-29.
- [9] 孟昭博, 袁 俊, 吴敏哲, 等. 古建筑高台基对地震反应的影响[J]. 西安建筑科技大学学报: 自然科学版, 2008, 40(6): 835-840.
- MENG Zhao-bo, YUAN Jun, WU Min-zhe, et al. The Influence of High-station Base of Ancient Building on Its Seismic Responses[J]. Journal of Xi'an University of Architecture & Technology: Natural Science Edition, 2008, 40(6): 835-840.
- [10] 洪 斌, 杜少文. 土基回弹模量分布特征的研究[J]. 筑路机械与施工机械化, 2006, 23(10): 44-46.
- HONG Bin, DU Shao-wen. Distribution Characteristic of Resilience Modulus of Soil Base in Asphalt Pavement Design[J]. Road Machinery & Construction Mechanization, 2006, 23(10): 44-46.
- [11] 詹永祥, 蒋关鲁. 桩板结构路基桩-土工作特性[J]. 交通运输工程学报, 2009, 9(4): 38-42.
- ZHAN Yong-xiang, JIANG Guan-lu. Pile-soil Interaction Properties of Pile-plank Embankment[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2009, 9(4): 38-42.
- [12] 石 坚, 武 莹, 贺建辉. 上部结构、筏板基础和地基共同作用的有限元分析[J]. 建筑科学与工程学报, 2006, 23(2): 72-75.
- SHI Jian, WU Ying, HE Jian-hui. FEA on Interaction of Super Structure, Raft Foundation and Ground Base [J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2006, 23(2): 72-75.
- [13] 童立元, 王 斌, 刘义怀. 地震地基液化大变形对桥梁桩基危害性三维数值分析[J]. 交通运输工程学报, 2007, 7(3): 91-94.
- TONG Li-yuan, WANG Bin, LIU Yi-huai. 3-D Numerical Analysis of Large Subsoil Liquefaction Distortion Influence Resulted from Earthquake on Bridge Pile Foundation[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2007, 7(3): 91-94.
- [14] 计 宏, 卢文晓. 静压桩挤土扩孔的有限元数值模拟研究[J]. 西安科技大学学报, 2009, 29(6): 722-725.
- JI Hong, LU Wen-xiao. FEM Numerical Simulation of Hole Expansion Caused by Driving Static Pressure [J]. Journal of Xi'an University of Science and Technology, 2009, 29(6): 722-725.
- [15] 南亚林, 韩晓雷, 卢坤林. 黄土地区抗滑桩合理桩间距的确定方法[J]. 西安科技大学学报, 2009, 29(4): 465-469.
- NAN Ya-lin, HAN Xiao-lei, LU Kun-lin. Rational Spacing Between Adjacent Anti-slide Piles in the Area of Loess[J]. Journal of Xi'an University of Science and Technology, 2009, 29(4): 465-469.
- [16] 曹 平, 朱宝龙, 陈 强. 微型圆柱加固平面滑坡的桩间距分析[J]. 西安科技大学学报, 2009, 29(5): 626-630.
- CAO Ping, ZHU Bao-long, CHEN Qiang. Analysis on the Space of Circular Micro-piles in Plannar Failure [J]. Journal of Xi'an University of Science and Technology, 2009, 29(5): 626-630.