

文章编号:1673-2049(2011)02-0114-05

# 钢筋混凝土框架强柱弱梁设计的概率分析

夏倩

(同济大学 建筑工程系,上海 200092)

**摘要:**分析了抗震等级分别为一级、二级和三级,并且设防烈度分别为7、8度时的钢筋混凝土框架强柱弱梁设计的保证率,结合强柱弱梁设计功能函数中的各个随机变量的统计特征,分别分析了住宅楼和办公楼在抗震等级为一级、二级和三级时的钢筋混凝土框架强柱弱梁的可靠指标;结合一级抗震等级、9度设防烈度区的框架结构强柱弱梁的可靠指标取值,得出合理的超筋率取值范围。分析结果表明:控制超筋率可以使框架结构强柱弱梁设计得到保障;所得结论为进一步分析可靠指标的最终合理取值范围提供了依据。

**关键词:**钢筋混凝土框架;强柱弱梁;抗震可靠度;可靠指标;超筋率

中图分类号:TU375.1 文献标志码:A

## Probability Analysis of Strong Column-weak Beam Design of Reinforced Concrete Frames

XIA Qian

(Department of Building Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** Authors analyzed strong column-weak beam design guarantee rates of reinforced concrete frames at the seismic rating of 1, 2 and 3, fortification intensities were 7, 8 degrees associated with various statistical characteristics of random variables in strong column-weak beam design feature function, eachly analyzed residential and office buildings' reliability index of strong column-weak beam of reinforced concrete frames in the seismic rating of 1, 2 and 3, combined with a reliability index of strong column-weak beam in the seismic rating of 1, 9 degrees fortification intensity areas, found out a reasonable range of super configuration percentage of reinforcement. Analysis results show that controlling super configuration percentage of reinforcement can ensure strong column-weak beam design of reinforced concrete frames. The conclusions provide the bases for further analyzing the reasonable range of the reliability index.

**Key words:** reinforced concrete frame; strong column-weak beam; seismic reliability; reliability index; super configuration percentage of reinforcement

## 0 引言

强柱弱梁设计是保证钢筋混凝土框架结构延性的重要措施之一,目前大多数设计方法是建立在工程经验基础上的。部分学者在评价目前设计方法过

程中,发现其在概念上存在明显的不足。本文中笔者结合概率理论和结构可靠理论,着重从钢筋混凝土框架强柱弱梁可靠指标的主要影响参数入手进行分析,为保证钢筋混凝土框架结构的延性措施之一——强柱弱梁提供更加可靠的依据,尤其是单独

对一级抗震等级、9度设防烈度区的可靠指标进行分析,目的是明确目前强柱弱梁设计方法所隐含的保证率。

## 1 中国现行规范的强柱弱梁设计方法

《建筑抗震设计规范》(GB 50011—2001)<sup>[1]</sup>和《混凝土结构设计规范》(GB 50010—2002)<sup>[2]</sup>对框架柱柱端弯矩设计值的规定为

$$\sum R_c^d = \sum M_c^d = \eta_c \sum M_b^d \quad (1)$$

一级框架结构在设防烈度为9度时应满足

$$\sum R_c^d = \sum M_c^d = 1.2 \sum M_{b,ua}^d \quad (2)$$

式中: $\sum M_c^d$ 为节点上下柱端截面顺时针或逆时针方向组合的弯矩设计值之和; $\sum M_b^d$ 为节点左右梁端截面逆时针或顺时针方向组合的弯矩设计值之和; $\sum M_{b,ua}^d$ 为节点左右梁端截面逆时针或顺时针方向实配的正截面抗震受弯承载力所对应的弯矩值之和,根据实配钢筋面积(计入受压筋)和材料强度标准值确定; $\sum R_c^d$ 为框架柱柱端抗力设计值; $\eta_c$ 为弯矩增大系数,一级取1.4,二级取1.2,三级取1.1。

式(1)中的梁端弯矩设计值可写成

$$\sum M_b^d = 1.2 \sum (M_{gk} + M_{qk}) + 1.3 \sum M_{Ehk} \quad (3)$$

令

$$\rho_1 = M_{qk}/M_{gk} \quad (4)$$

$$\rho_2 = \sum M_{Ehk} / \sum (M_{gk} + M_{qk}) \quad (5)$$

式中: $M_{gk}$ 为恒荷载引起的梁端弯矩标准值; $M_{qk}$ 为活荷载引起的梁端弯矩标准值; $\sum M_{Ehk}$ 为地震作用引起的梁端弯矩标准值; $\rho_1$ 为活荷载标准值和恒荷载标准值的比值; $\rho_2$ 为地震作用效应和自重荷载效应的比值。

由于篇幅所限,本文中把钢筋混凝土框架强柱弱梁功能函数的各个变量的统计参数给出,详细求解过程不再详述。

恒荷载对应的重力荷载  $M_g$  的统计参数  $\mu_{M_g}$ 、 $\sigma_{M_g}$  分别为

$$\mu_{M_g} = M_{gk} \chi = 1.06 M_{gk} = 106 \quad (6)$$

$$\sigma_{M_g} = \mu_{M_g} \delta = 7.42 \quad (7)$$

式中: $\chi$ 为平均值与标准值的比值; $\delta$ 为变异系数。

活荷载对应的重力荷载  $M_q$  的统计参数:

住宅楼楼面活荷载统计参数为

$$\chi_{qa} = \mu_{qa}/L_k = 0.644 \quad (8)$$

$$\delta_{qa} = \sigma_{qa}/\mu_{qa} = 0.233 \quad (9)$$

办公楼楼面活荷载的统计参数为

$$\chi_{qb} = \mu_{qb}/L_k = 0.524 \quad (10)$$

$$\delta_{qb} = \sigma_{qb}/\mu_{qb} = 0.288 \quad (11)$$

式中: $\chi_{qa}$ 、 $\chi_{qb}$ 分别为住宅楼、办公楼楼面活荷载统计参数的平均值  $\mu_{qa}$ 、 $\mu_{qb}$  与标准值  $L_k$  的比值,  $L_k = 2.0$  kPa;  $\delta_{qa}$ 、 $\delta_{qb}$ 分别为住宅楼、办公楼楼面活荷载统计参数的变异系数;  $\sigma_{qa}$ 、 $\sigma_{qb}$ 分别为住宅楼、办公楼楼面活荷载统计方差。

在实际工程中,实配的纵筋面积往往大于计算的纵筋面积,即出现超筋现象,这将导致实际的梁端极限屈服弯矩提高,即需引用超筋系数,在  $\sum M_c^d = \alpha \sum M_b^d$  中,  $\alpha$  为超筋系数,即超筋率。表1为随机变量  $M_{Eh}$  的统计参数。表2为随机变量  $R_M$  的统计参数。

表1 随机变量  $M_{Eh}$  的统计参数

Tab. 1 Statistical Parameters of Random Variables  $M_{Eh}$

$\rho_1$	住宅楼		办公楼	
	平均值 $\mu_{M_{Eha}}$	方差 $\sigma_{M_{Eha}}$	平均值 $\mu_{M_{Ehb}}$	方差 $\sigma_{M_{Ehb}}$
0.10	112.455 $\alpha\rho_2$	82.205 $\alpha\rho_2$	111.195 $\alpha\rho_2$	81.284 $\alpha\rho_2$
0.25	122.063 $\alpha\rho_2$	89.228 $\alpha\rho_2$	119.138 $\alpha\rho_2$	87.090 $\alpha\rho_2$
0.50	138.250 $\alpha\rho_2$	101.199 $\alpha\rho_2$	132.250 $\alpha\rho_2$	96.807 $\alpha\rho_2$
1.00	170.400 $\alpha\rho_2$	125.244 $\alpha\rho_2$	158.400 $\alpha\rho_2$	116.582 $\alpha\rho_2$
2.00	234.800 $\alpha\rho_2$	173.752 $\alpha\rho_2$	210.800 $\alpha\rho_2$	156.624 $\alpha\rho_2$

表2 随机变量  $R_M$  的统计参数

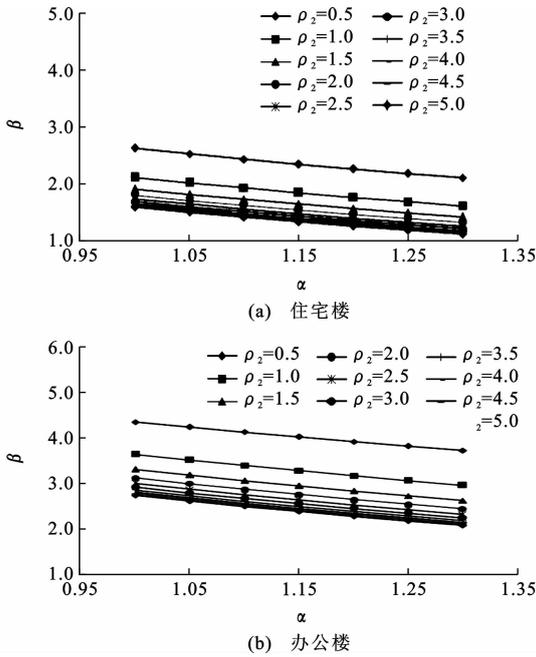
Tab. 2 Statistical Parameters of Random Variables  $R_M$

$\rho_1$	平均值 $\mu_{R_M}$	方差 $\sigma_{R_M}$
0.10	130.515 $\eta_c(1.3\rho_2 + 1.2)$	13.052 $\eta_c(1.3\rho_2 + 1.2)$
0.25	139.838 $\eta_c(1.3\rho_2 + 1.2)$	13.984 $\eta_c(1.3\rho_2 + 1.2)$
0.50	155.375 $\eta_c(1.3\rho_2 + 1.2)$	15.538 $\eta_c(1.3\rho_2 + 1.2)$
1.00	186.450 $\eta_c(1.3\rho_2 + 1.2)$	18.645 $\eta_c(1.3\rho_2 + 1.2)$
2.00	248.600 $\eta_c(1.3\rho_2 + 1.2)$	24.860 $\eta_c(1.3\rho_2 + 1.2)$

## 2 强柱弱梁的概率分析

首先分析抗震等级分别为一级、二级和三级,在设防烈度分别为7、8度时钢筋混凝土框架结构的强柱弱梁设计的保证率。根据《混凝土结构设计规范》条文说明,考虑到超筋现象的可能性,笔者适当提高实配与计算的比值,把  $\alpha$  的取值范围定为1.0~1.3。针对  $\rho_1$  取0.1时,分析住宅楼和办公楼中框架的强柱弱梁设计的可靠指标  $\beta$  随  $\rho_2$ 、 $\alpha$ 、 $\eta_c$  的变化规律<sup>[3-4]</sup>,给出设防烈度分别为7、8度时  $\alpha$  的合理取值范围。

(1)抗震等级为一级时( $\eta_c = 1.4$ ),不同  $\rho_2$  时  $\beta$  随  $\alpha$  的变化见图1,不同  $\alpha$  时  $\beta$  随  $\rho_2$  的变化见图2。

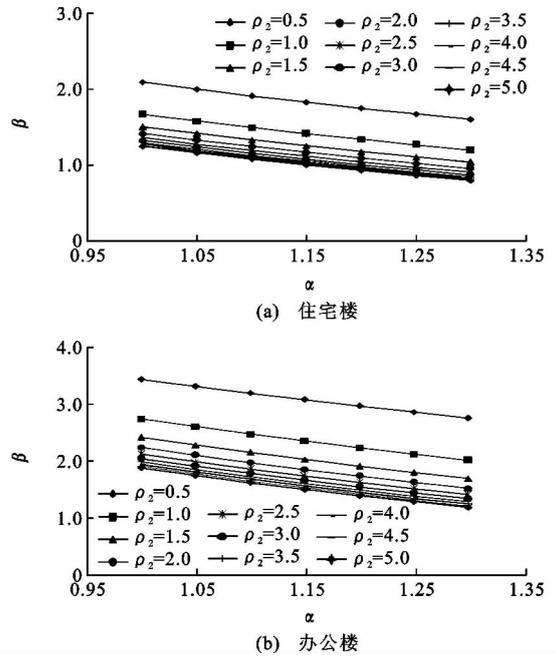


(a) 住宅楼

(b) 办公楼

图1 不同  $\rho_2$  时  $\beta$  随  $\alpha$  的变化 ( $\eta_c = 1.4$ )

Fig. 1 Changes of  $\beta$  with  $\alpha$  in Different  $\rho_2$  ( $\eta_c = 1.4$ )

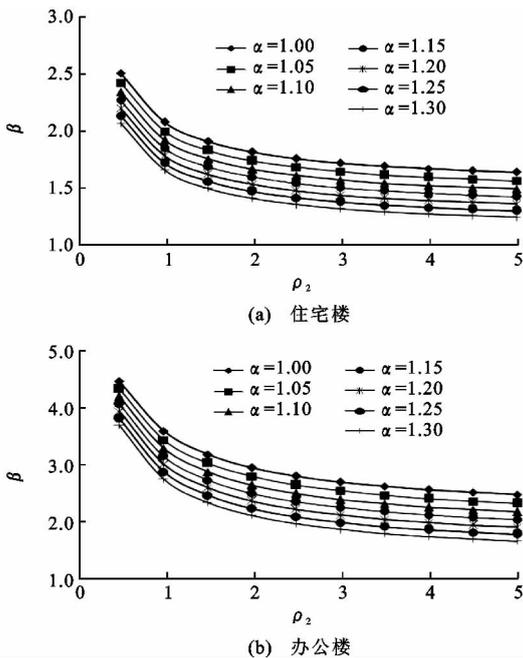


(a) 住宅楼

(b) 办公楼

图3 不同  $\rho_2$  时  $\beta$  随  $\alpha$  的变化 ( $\eta_c = 1.2$ )

Fig. 3 Changes of  $\beta$  with  $\alpha$  in Different  $\rho_2$  ( $\eta_c = 1.2$ )



(a) 住宅楼

(b) 办公楼

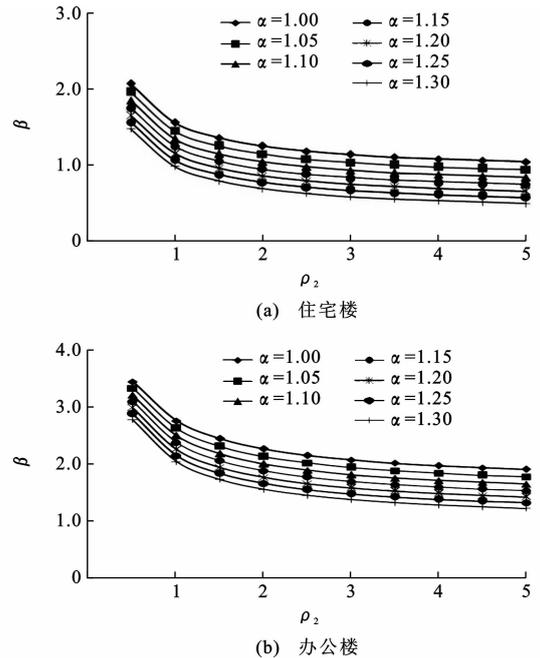
图2 不同  $\alpha$  时  $\beta$  随  $\rho_2$  的变化 ( $\eta_c = 1.4$ )

Fig. 2 Changes of  $\beta$  with  $\rho_2$  in Different  $\alpha$  ( $\eta_c = 1.4$ )

(2)抗震等级为二级时( $\eta_c = 1.2$ ),不同  $\rho_2$  时  $\beta$  随  $\alpha$  的变化如图3所示,不同  $\alpha$  时  $\beta$  随  $\rho_2$  的变化如图4所示。

(3)抗震等级为三级时( $\eta_c = 1.1$ ),不同  $\rho_2$  时  $\beta$  随  $\alpha$  的变化如图5所示,不同  $\alpha$  时  $\beta$  随  $\rho_2$  的变化如图6所示。

由图1、3、5可以看出:无论是住宅楼还是办公



(a) 住宅楼

(b) 办公楼

图4 不同  $\alpha$  时  $\beta$  随  $\rho_2$  的变化 ( $\eta_c = 1.2$ )

Fig. 4 Changes of  $\beta$  with  $\rho_2$  in Different  $\alpha$  ( $\eta_c = 1.2$ )

楼,当荷载比  $\rho_2$  一定时, $\alpha$  从1.0增加到1.3时,强柱弱梁设计的可靠指标  $\beta$  都随着  $\alpha$  的增大而减小,可靠指标  $\beta$  变化的幅度:住宅楼约为0.06~0.10;办公楼约为0.09~0.15。

由图2、4、6可以看出:当  $\alpha$  一定时, $\beta$  随着  $\rho_2$  的增大而减小;当  $\rho_2 < 1$  时, $\beta$  变化的幅度较大;当  $\rho_2 > 1$  时, $\beta$  变化的幅度偏小。强柱弱梁的可靠指标

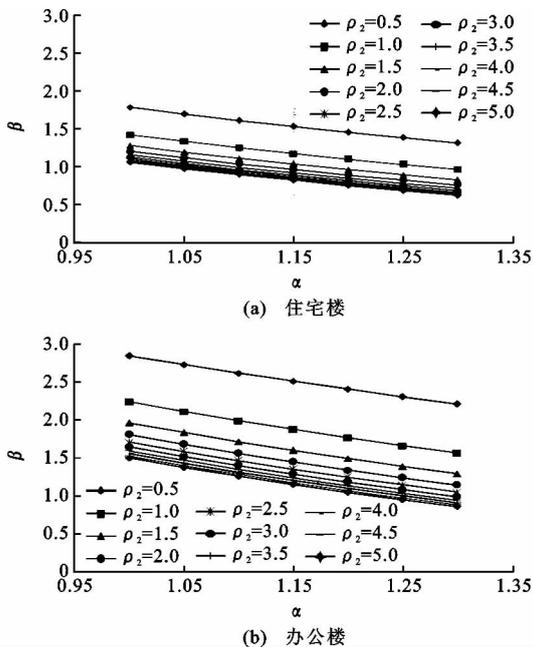


图 5 不同  $\rho_2$  时  $\beta$  随  $\alpha$  的变化 ( $\eta_c = 1.1$ )

Fig. 5 Changes of  $\beta$  with  $\alpha$  in Different  $\rho_2$  ( $\eta_c = 1.1$ )

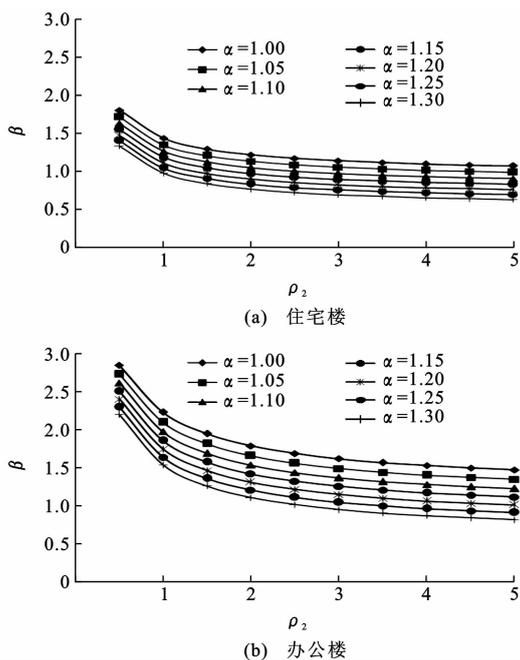


图 6 不同  $\alpha$  时  $\beta$  随  $\rho_2$  的变化 ( $\eta_c = 1.1$ )

Fig. 6 Changes of  $\beta$  with  $\rho_2$  in Different  $\alpha$  ( $\eta_c = 1.1$ )

$\beta$  随  $\rho_2$  的变化幅度可见表 3。 $\alpha$  取 1.0 时,  $\beta$  随  $\rho_2$  的变化幅度最大;  $\alpha$  取 1.3 时,  $\beta$  的变化幅度最小, 比  $\alpha$  取 1.0 时小 0.04 左右。

综上所述, 相对于  $\rho_2$ ,  $\alpha$  对  $\beta$  影响更明显,  $\alpha$  更容易控制, 因此可通过控制  $\alpha$  使框架结构的强柱弱梁设计的保证率达到较高水平。分析图 1~6 可知,  $\alpha$  取 1.0 时, 框架结构强柱弱梁设计最佳, 即按计算的

表 3 强柱弱梁  $\beta$  随  $\rho_2$  的变化幅度 ( $\rho_1 = 0.1$ )

Tab. 3  $\beta$ 's Variation Amplitude of Strong Column-weak Beam with  $\rho_2$  ( $\rho_1 = 0.1$ )

抗震等级	$\alpha$	住宅楼		办公楼	
		$\rho_2 < 1$	$\rho_2 > 1$	$\rho_2 < 1$	$\rho_2 > 1$
一级	1.0	0.516 5	0.204 3	0.850 4	0.396 3
	1.3	0.494 3	0.194 3	0.915 9	0.399 4
二级	1.0	0.422 8	0.165 7	0.698 8	0.321 7
	1.3	0.407 2	0.157 8	0.749 4	0.319 5
三级	1.0	0.364 4	0.141 9	0.607 1	0.276 8
	1.3	0.352 5	0.135 2	0.649 6	0.272 9

组合弯矩设计值配置受弯钢筋的实际配筋量, 就能保证框架结构强柱弱梁设计的可靠性最大, 但工程实际中却很难做到。

总体来讲, 在  $\rho_1 = 0.1$ 、 $\alpha = 1.0 \sim 1.3$ 、 $\rho_2 = 0.5 \sim 5.0$  及抗震等级分别为一级、二级和三级的情况下, 无论是住宅楼还是办公楼, 都可以实现强柱弱梁设计的目的。相对于住宅楼, 办公楼的  $\beta$  值更大。在  $\alpha$  和  $\rho_2$  取值相同的情况下, 办公楼的框架结构强柱弱梁设计的可靠指标比住宅楼的可靠指标高出 0.23~0.91。

由于篇幅所限, 抗震等级分别为一级、二级和三级在  $\rho_1 = 0.25, 0.5, 1.0, 2.0$  情况下的图示不再列出。根据图 1~6, 可以得出如下结论:

(1) 强柱弱梁设计中, 住宅楼和办公楼的框架结构可靠指标  $\beta$  都随  $\alpha$  的增大而减小。根据各随机变量  $M_R$ 、 $M_q$ 、 $M_{Eh}$  和  $R_M$  的统计参数, 可得  $\alpha$  增大时,  $\mu_Z$  在减小,  $\sigma_Z$  在增大, 但其变化幅度不大, 所以可靠指标  $\beta$  随之减小。

(2) 强柱弱梁设计的可靠指标  $\beta$  随着  $\rho_2$  的增大而减小。由于  $\rho_2$  的增大,  $R_M$  的统计参数  $\mu_{R_M}$  与  $M_{Eh}$  统计参数  $\mu_{M_{Eh}}$  差值缩小, 因此,  $\mu_Z$  相应减小, 但  $\sigma_Z$  在增大, 所以可靠指标  $\beta$  随之减小。

(3) 办公楼的可靠指标要高于住宅楼。两者的统计参数  $R_M$  相同, 但住宅楼的  $M_{Eh}$  和  $M_q$  要大于办公楼, 且其均值  $\mu$  相差较大, 而方差  $\sigma$  相差却不大, 因此住宅楼框架结构强柱弱梁的可靠指标较低。

(4) 抗震等级高低与对应的强柱弱梁设计的可靠指标的大小关系一致。  $R_M$  统计参数的不同, 其余随机变量的统计参数的相同, 直接导致了一级、二级和三级抗震等级的差异, 由于一级的  $\mu_{R_M}$  大于二级, 二级的  $\mu_{R_M}$  大于三级, 而  $\sigma_{R_M}$  减小的幅度不明显。因此, 抗震等级级别对应的可靠指标的大小关系是: 一级最大, 二级次之, 三级最小。

### 3 一级抗震等级、9度设防烈度区的 框架结构强柱弱梁概率分析

对于抗震等级为一级、设防烈度为9度的地区的钢筋混凝土框架结构强柱弱梁设计的保证率,由自编程计算可得,该情况的可靠指标  $\beta=1.6677$ ,即对抗震等级为一级、设防烈度为9度的地区,可靠指标不仅要满足大于第2节中所分析一级抗震等级的数值,同时要满足其至少为1.6677,所以本文中另外计算了可靠指标2种情况同时满足相应的  $\rho_2$  取值。计算得出结果:办公楼框架结构强柱弱梁设计的可靠指标在  $\rho_2$  取任何值时,都满足  $\beta$  大于1.6677;而住宅楼框架结构强柱弱梁设计的可靠指标有所区别,只有当  $\rho_2$  大于表4中所列数值时,可靠指标  $\beta$  才满足大于1.6677。

表4  $\beta$  为1.6677时相应的  $\rho_2$

Tab. 4 Corresponding  $\rho_2$  when  $\beta$  is 1.6677

$\rho_1$		0.10	0.25	0.50	1.00	2.00
不同 $\alpha$ 对	1.0	2.47	2.24	1.95	1.62	1.31
应的 $\rho_2$	1.1	1.07	1.05	1.03	1.01	0.96

根据以上分析,针对抗震等级一级、设防烈度为9度的地区进行综合分析,以下只列  $\rho_1=0.1$  的情况,其余当  $\rho_1$  分别为0.25、0.5、1.0、2.0的情况不再罗列。当  $\alpha=1.0、1.1$  时,住宅楼框架结构强柱弱梁设计的可靠指标随荷载比  $\rho_2$  的变化而变化的规律如图7所示。

从图7可以看出,为了保证住宅楼框架结构强柱弱梁设计的可靠指标  $\beta$  取较大值,当  $\rho_2$  的取值小于表2中所列数值时,  $\beta$  取曲线所示数值,当  $\rho_2$  的取值大于表4中所列数值时,  $\beta$  取1.6677。

### 4 结语

(1)对于住宅楼,  $\alpha$  和  $\rho_2$  不变时,强柱弱梁设计的可靠指标  $\beta$  随着  $\rho_1$  的增大而减小;对于办公楼,  $\beta$  随着  $\rho_1$  的增大而增大。

(2)当  $\alpha$  不变时,强柱弱梁设计的可靠指标  $\beta$  随着  $\rho_2$  的增大而减小;当  $\rho_2 < 1$  时,  $\beta$  的变化幅度较大;当  $\rho_2 > 1$  时,  $\beta$  的变化幅度较小,框架结构实现强柱弱梁设计的水平与抗震等级有关,与抗震等级的高低关系一致。

(3)得出办公楼强柱弱梁设计的保证率高于住宅楼的结论。

(4)超筋率  $\alpha$  是影响可靠指标  $\beta$  的一个比较

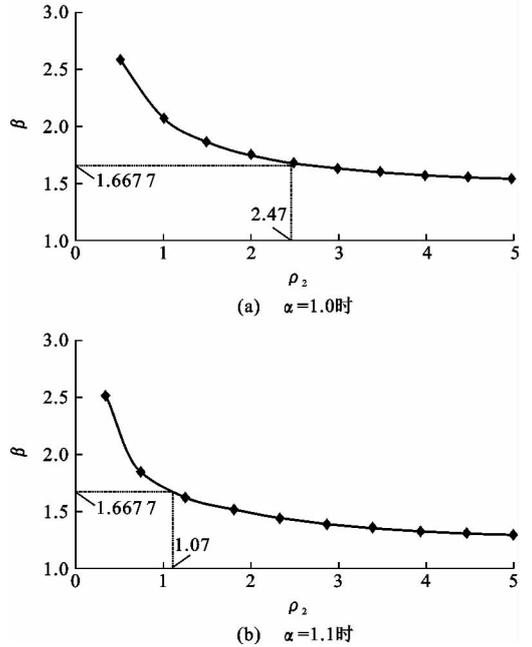


图7  $\rho_1=0.1$  时  $\beta$  的变化

Fig. 7 Variations of  $\beta$  at  $\rho_1=0.1$

敏感的因素。分析可知,  $\beta$  随  $\alpha$  的增大而减小。鉴于最理想的情况,即  $\alpha=1$  在实际工程中难以做到,所以从安全角度考虑,建议超筋率控制在10%为宜,可以使框架结构强柱弱梁设计水平得到较好的保证。

### 参考文献:

#### References:

- [1] GB 50011—2001, 建筑抗震设计规范[S].  
GB 50011—2001, Code for Seismic Design of Buildings [S].
- [2] GB 50010—2002, 混凝土结构设计规范[S].  
GB 50010—2002, Code for Design of Concrete Structures[S].
- [3] 夏倩. 钢筋混凝土框架结构强柱弱梁的概率分析[J]. 四川建筑科学研究, 2010, 36(3): 13-16.  
XIA Qian. Probability Analysis is for Strong Column-weak Beam Design of Reinforced Concrete Frames[J]. Sichuan Building Science, 2010, 36(3): 13-16.
- [4] 吴涛, 刘伯权, 邢国华, 等. RC 框架变梁变柱中节点抗裂性能试验[J]. 长安大学学报: 自然科学版, 2009, 29(4): 77-81.  
WU Tao, LIU Bo-quan, XING Guo-hua, et al. Crack Resistance Test of Interior Joints with Abrupt Reduction in Beam and Column Section in Reinforced Concrete Frame[J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2009, 29(4): 77-81.