

文章编号:1673-2049(2015)04-0105-06

基于多波屈曲单元的输电铁塔结构 抗风极限荷载分析

刘树堂

(广州大学 土木工程学院, 广东 广州 510006)

摘要:为了有效预测输电铁塔结构抗风极限荷载,提出了一种多波屈曲单元来模拟辅助构件支撑的受力构件,按截面边缘屈服准则确定了多波屈曲单元的受压极限应力;对某110 kV鼓型直线输电铁塔结构抗风极限荷载进行了数值研究。研究表明:所提出的多波屈曲单元可有效考虑辅助构件的支撑作用和受力构件的初弯曲影响,结构建模时可不考虑辅助单元;该方法简单易行,可有效预测大型输电铁塔结构抗风极限荷载。

关键词:输电铁塔;抗风极限荷载;边缘屈服准则;多波屈曲单元;初弯曲

中图分类号:TU393.3 **文献标志码:**A

Analysis of Wind-resistant Limit Load of Transmission Line Steel Tower Based on Multi-wave Buckling Elements

LIU Shu-tang

(School of Civil Engineering, Guangzhou University, Guangzhou 510006, Guangdong, China)

Abstract: In order to effectively forecast the wind-resistant limit load of transmission line steel tower, a multi-wave buckling element was proposed to simulate the stressed members subjected to secondary members. According to the criterion of section margin yield, the limit compression stress of the multi-wave buckling elements was determined. The wind-resistant limit load was investigated numerically for a drum-type tangent transmission line steel tower of 110 kV. The study results show that the supporting effect of secondary members and the initial curvature of stressed members can be effectively taken into account using the multi-wave buckling element, and the model of structure can exclude secondary members. The proposed method is simple and practicable, and can effectively estimate the wind-resistant limit load of a large-scale transmission line steel tower.

Key words: transmission line steel tower; wind-resistant limit load; margin yield criterion; multi-wave buckling element; initial curvature

0 引言

输电铁塔结构是一种高耸结构,对于风荷载特别敏感,由风灾引起的倒塔事故时有发生^[1-8]。风致倒塔分析表明,输电铁塔倒塔主要是构件受压失稳

所致,构件受压稳定性是决定输电铁塔抗风极限荷载的关键因素。目前关于输电铁塔结构抗风极限荷载的研究报道不多。张勇^[9]介绍了台风、飏线风、龙卷风等强风下输电铁塔倒塔情况。谢强等^[10]研究不同横隔对输电铁塔结构振动模态的影响,发现横

隔设置对输电铁塔结构抗风能力影响很大。张飞华等^[11]分析了输电铁塔体系的抗风薄弱部位和倒塔机理,并提出对输电铁塔薄弱部位加固处理的方法。李庆伟等^[12]基于 Budiansky-Roth 准则和动态增量法研究了 76 m 输电铁塔抗风弹塑性屈曲极限荷载和动力稳定性。

目前,对于输电铁塔结构极限荷载分析存在 2 个问题。第一,在结构模型分析时均采用直杆单元模型,初弯曲对受压构件极限荷载降低的影响被忽略了,这样则导致高估了结构极限荷载。实际上,塔架构件并非直杆,总是存在初弯曲的,因为构件曾经历过轧制、加工制作、运输及安装等过程,这些过程将导致构件产生初弯曲。研究表明^[13],构件初弯曲虽小,但对构件极限应力的影响较大,特别是长细比较大的构件。第二,对于大型输电铁塔结构(如跨越黄河、长江等输电铁塔),结构中包含着众多的受力构件和辅助构件,结构建模若把辅助构件包括进去,则建模工作将变得非常复杂以至于难以进行。为了能够完成结构建模工作,结构建模时忽略辅助构件,这样则导致辅助构件对受力构件的支撑作用被忽略了。

为了有效预测输电铁塔结构抗风极限荷载,本文提出用一种多波屈曲单元来模拟辅助构件支撑的受力构件,通过考虑构件初弯曲建立多波屈曲单元的应力-杆长本构关系,按照截面边缘屈服准则确定多波屈曲单元的受压极限应力。对某 110 kV 鼓型直线输电铁塔结构抗风极限荷载进行数值研究。

1 多波屈曲单元的基本关系式

1.1 多波屈曲单元的轴线方程

从设计上输电塔结构构件可分为 2 类:受力构件和辅助构件。受力构件主要作用是承受荷载,而辅助构件主要作用是支撑受力构件,降低受力构件计算长度,提高受力构件的受压稳定性。对于无辅助构件支撑的受力构件受压时,它将会呈现单波弯曲形状。对于受辅助构件支撑的受力构件受压时,按照构件变形协调原理,它将会呈现多波弯曲形状,如图 1 所示。将 1 根受辅助构件支撑的受力构件按照 1 个单元来考虑,则该受力构件就是 1 个多波屈曲单元。图 1 中, N 为单元轴向压力, l 为构件受压后的弦长, $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ 分别为 AB, BC, CD 半波的中点挠度, μ_1, μ_2, μ_3 分别为 AB, BC, CD 半波的长度系数(半波弦长与构件受压后弦长 l 的比值)。

设 AB 为单元最大半波,即 $\mu_1 > \mu_2, \mu_1 > \mu_3$,

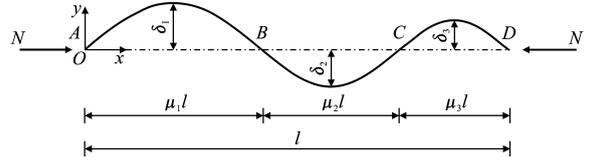


图 1 受压构件的多波屈曲形状

Fig. 1 Multi-wave Buckling Shape of Compression Members

$\delta_1 > \delta_2, \delta_1 > \delta_3$ 。

设图 1 中 AB, BC, CD 半波形状均为正弦半波函数,其轴线方程分别为

$$y = f_1(x) = \delta_1 \sin\left(\frac{\pi}{\mu_1 l} x\right) \quad (1)$$

$$y = f_2(x) = -\delta_2 \sin\left[\frac{\pi}{\mu_2 l} (x - \mu_1 l)\right] \quad (2)$$

$$y = f_3(x) = \delta_3 \sin\left\{\frac{\pi}{\mu_3 l} [x - (\mu_1 + \mu_2) l]\right\} \quad (3)$$

图 1 中, B, C 点为单元反弯点,则 B, C 点的变形协调条件分别为

$$\left. \begin{aligned} f'_1(x_B) &= f'_2(x_B) \\ f'_2(x_C) &= f'_3(x_C) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中: x_B, x_C 分别为 B 点和 C 点坐标。

由式(4)可得中点挠度 δ_2, δ_3 与最大半波的中点挠度 δ_1 之间的关系分别为

$$\left. \begin{aligned} \delta_2 &= \frac{\mu_2}{\mu_1} \delta_1 \\ \delta_3 &= \frac{\mu_3}{\mu_1} \delta_1 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

实际构件由于经过轧制、加工、运输及安装等过程,已产生了微小初弯曲。为便于建立多波屈曲单元的本构关系,假设多波屈曲单元初弯曲形状与其受压时的弯曲形状一致,而且这种假设也是偏于安全的。最大半波(AB)初弯曲轴线方程为

$$y_0 = f_{01}(x) = \delta_{01} \sin\left(\frac{\pi}{\mu_1 l_0} x\right) \quad (6)$$

式中: l_0 为单元受力前的弦长; y_0 为最大半波(AB)初弯曲轴线在坐标 x 处的挠度; δ_{01} 为最大半波中点初弯曲挠度,取 $\delta_{01} = \xi \mu_1 l_0$, ξ 为初弯曲系数,可取 $1/1\,000$ 。

1.2 多波屈曲单元的弧长公式

通过积分求出 AB, BC, CD 半波的弧长,将各半波弧长相加,然后将式(5)代入,整理后得到多波屈曲单元弧长 s 的计算公式为

$$s = l + \frac{\pi^2}{4} \frac{\delta_1^2}{l \mu_1^2} \quad (7)$$

式(7)是由 3 个半波情况(图 1)推导得出,但由任意多个半波情况进行推导可得出同样公式,因此

式(7)适用于任意多个半波情况。为公式推导和表达简便,在此后的公式中均以 δ 表示 δ_1 , μ 表示 μ_1 , δ_0 表示 δ_{01} 。

1.3 单元最大半波挠度公式

设构件受到轴向平均压应力 σ (压为正) 作用, 构件弧长压缩量为 $\sigma l/E$ (E 为弹性模量)。构件受压后的弧长与压缩量之和应与构件初始弧长 s_0 相等, 即

$$s + \frac{\sigma l}{E} = s_0 \quad (8)$$

将式(7)代入式(8), 并令 $\alpha = 4/\pi^2$, 整理后得到最大半波挠度公式为

$$\delta^2 = \alpha \mu^2 (s_0 l - l^2) - \frac{\alpha \mu^2 \sigma l^2}{E} \quad (9)$$

1.4 单元最大半波中点力矩平衡方程

单元最大半波(AB)的力矩平衡微分方程为

$$EI y'' + A \sigma y = EI y_0'' \quad (10)$$

式中: y'' , y_0'' 分别为式(1)和式(6)对坐标 x 的二阶导数; A , I 分别为单元的截面面积和截面惯性矩。

将 $y(\mu l/2)$, $y''(\mu l/2)$, $y_0''(\mu l_0/2)$ 代入式(10), 近似取 $l \approx l_0$, 并令 $f_E = \pi^2 EI/(l_0^2 A)$, 整理后得到最大半波中点截面力矩平衡方程为

$$\left(\sigma - \frac{f_E}{\mu^2}\right) \delta = -\frac{f_E}{\mu^2} \delta_0 \quad (11)$$

1.5 单元最大半波边缘屈服方程

最大半波中点截面较大受压边缘屈服的应力平衡方程为

$$\sigma + \sigma \frac{A}{W} \delta = f_y \quad (12)$$

式中: W 为单元截面抵抗矩; f_y 为材料屈服应力。

2 单元应力-应变关系

2.1 单元弹性受压的应力-杆长关系

将式(9)代入式(11), 整理后得到单元弹性受压的应力-杆长非线性关系为

$$\sigma^3 - \left[\frac{2f_E}{\mu^2} + E \left(\frac{s_0}{l} - 1 \right) \right] \sigma^2 + \left[\frac{f_E}{\mu^4} + \frac{2Ef_E}{\mu^2} \left(\frac{s_0}{l} - 1 \right) \right] \sigma - \frac{Ef_E^2}{\mu^4} \left(\frac{s_0}{l} - 1 \right) + \frac{Ef_E^2 \delta_0^2}{\alpha \mu^6 l^2} = 0 \quad (13)$$

2.2 单元边缘屈服时的临界应力

设单元受压边缘屈服时的轴向压应力为 σ_A 。联立式(11)和式(12)消去 δ , 将 σ 替换为 σ_A , 整理后得到单元截面受压边缘屈服时的临界应力为

$$\sigma_A = \left[\left(f_y + \frac{f_E}{\mu^2} + \frac{A f_E}{W \mu^2} \delta_0 \right) - \sqrt{\left(f_y + \frac{f_E}{\mu^2} + \frac{A f_E}{W \mu^2} \delta_0 \right)^2 - \frac{4 f_y f_E}{\mu^2}} \right] / 2 \quad (14)$$

2.3 单元边缘屈服时的临界杆长

设单元截面受压边缘屈服时的临界杆长为 l_A , 在式(13)中令 $\sigma = \sigma_A$, $l = l_A$, 整理后得到单元受压边缘屈服时的临界杆长为

$$l_A = \left[\frac{E s_0}{E + \sigma_A} + \sqrt{\left(\frac{E s_0}{E + \sigma_A} \right)^2 - \frac{\pi^2 E f_E^2 \delta_0^2}{\mu^6 (E + \sigma_A) (\sigma_A - f_E/\mu^2)^2}} \right] / 2 \quad (15)$$

2.4 单元应力-应变关系的理想模型

多波屈曲单元应力-应变关系的理想模型如图2所示, 其中, 压为正, 拉为负。单元受拉时可不考虑初弯曲。单元受压时, 以单元较大受压边缘屈服作为极限状态, 其极限应力由式(14)确定。设单元达到极限应力后应力保持不变。图2为1根长度为6 m, 长细比为89的Q235钢构件考虑不同初弯曲的应力-应变关系理想曲线。由图2可以看出, 单元初弯曲越大, 其弹性阶段的轴向刚度越小, 极限应力也越低。

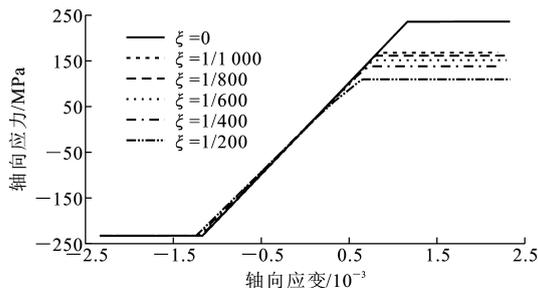


图2 多波屈曲单元的应力-应变关系理想模型

Fig. 2 Ideal Model of Stress-strain Relation for Multi-wave Buckling Elements

3 单元切线刚度矩阵

在结构极限荷载分析中, 需要结构切线刚度矩阵。建立切线刚度矩阵的基本方法为: 首先建立构件的杆端力向量, 由杆端力向量求关于杆端位移的导数, 然后令杆端位移为0, 即可求得单元切线刚度矩阵^[14]。对于多波初弯曲构件, 由式(13)通过复合求导可求出应力 σ 对构件弦长 l 的导数, 然后代入文献^[14]的基本公式中, 即可求出多波屈曲单元的切线刚度矩阵(限于篇幅本文不做详细介绍)。

4 算例分析

某110 kV鼓型直线输电铁塔正立面、侧立面及水平横隔如图3所示。图3中, 实线为受力构件,

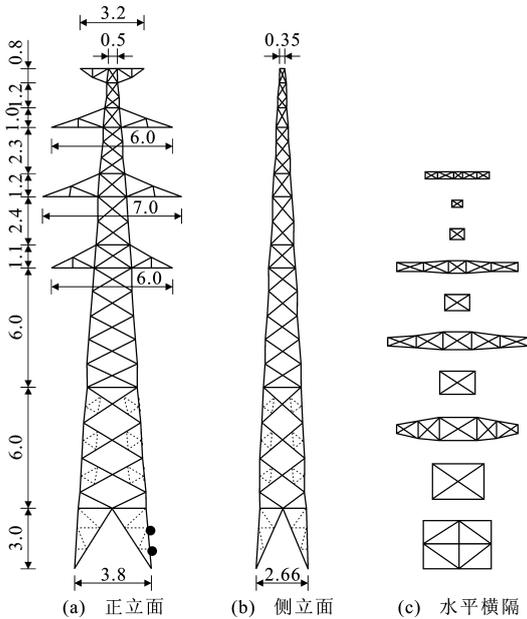


图3 110 kV 鼓型直线输电铁塔结构尺寸(单位:m)

Fig. 3 Sizes of Drum-type Tangent Transmission Line Steel Tower of 110 kV (Unit: m)

虚线为辅助构件。构件截面为等肢角钢,钢材为 Q235 钢。受力构件的角钢规格见表 1,计算长度系数见表 2。构件体形系数为 1.3,构件密度为 $7850 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ 。导线型号为 LGJ150/20,单位质量为 $549.4 \text{ kg} \cdot \text{km}^{-1}$;地线型号为 GJ07X2.6,单位质量为 $295.1 \text{ kg} \cdot \text{km}^{-1}$ 。导线、地线的体形系数均取 1.1;导线、地线的水平档距和垂直档距均取 300 m。风压高度系数及风振系数按文献[15]规定方法计算。

重力荷载为常量荷载,风荷载为变化荷载。计算各构件、导线及地线的质量,等效到结构节点上。采用某一风速计算各构件、导线及地线的风荷载,并等效到结构节点上,然后用该风速平方去除节点风荷载,得到结构的标准化节点风荷载,即结构参考风荷载。结构建模只包括受力构件,不含辅助构件。结构节点假设为铰接,按桁架建立结构模型。构件应力-应变关系采用图 2 所示的理想模型来模拟,采用广义位移控制法^[16-17]进行弹塑性屈曲分析。

表 1 受力构件角钢规格

Tab. 1 Angle Standards for Stressed Members

塔身	导线横担及地线支架	水平横隔
0~3 m:主材 $\angle 90 \times 6$,正面 $\angle 40 \times 4$,侧面 $\angle 45 \times 4$	上横担:主材 $\angle 56 \times 4$,交叉材 $\angle 40 \times 4$,其他材 $\angle 40 \times 3$	3 m:横竖材 $\angle 40 \times 4$,交叉材 $\angle 40 \times 4$,斜材 $\angle 45 \times 4$
3~9 m:主材 $\angle 90 \times 6$,正面 $\angle 50 \times 4$,侧面 $\angle 40 \times 4$	中横担:主材 $\angle 56 \times 4$,交叉材 $\angle 40 \times 4$,其他材 $\angle 40 \times 3$	9 m:横竖材 $\angle 56 \times 4$,交叉材 $\angle 45 \times 4$
9~15 m:主材 $\angle 90 \times 6$,正面 $\angle 40 \times 4$,侧面 $\angle 40 \times 4$	下横担:主材 $\angle 45 \times 4$,交叉材 $\angle 40 \times 4$,其他材 $\angle 40 \times 3$	15 m:横竖材 $\angle 45 \times 4$,交叉材 $\angle 40 \times 4$
15~22 m:主材 $\angle 80 \times 6$,正面 $\angle 45 \times 4$,侧面 $\angle 45 \times 4$	地线支架:主材 $\angle 45 \times 4$,交叉材 $\angle 40 \times 4$,其他材 $\angle 40 \times 3$	16.1, 18.5, 19.7, 22.0, 23.0, 24.2, 25.0 m:横竖材 $\angle 40 \times 4$,交叉材 $\angle 40 \times 4$
22~25 m:主材 $\angle 50 \times 4$,正面 $\angle 45 \times 4$,侧面 $\angle 40 \times 4$		

表 2 受力构件计算长度系数

Tab. 2 Effective Length Coefficients of Stressed Members

非交叉材	交叉材
0~3 m 塔身主材:绕平行轴和最小轴均为 0.334	3~9 m 塔身正侧面交叉材:绕平行轴为 0.80,绕最小轴为 0.25 其余交叉材:绕平行轴为 0.80,绕最小轴为 0.50
3~9 m 塔身主材:绕平行轴和最小轴均为 0.500	
0~3 m 塔身正侧面斜材:绕平行轴和最小轴均为 0.334	
其余非交叉材:绕平行轴和最小轴均为 1.000	

风向角(风向与电线方向的夹角)取 90° ,构件初弯曲系数分别取 $1/1000, 1/800, 1/600, 1/400, 1/200$,基于本文提出的多波屈曲单元对结构进行抗风弹塑性屈曲分析,绘制出不同初弯曲结构作用风速-节点总水平位移关系曲线,如图 4 所示。为了进行对比分析,基于直杆单元的结构抗风弹塑性屈曲分析结果也绘制于图 4 中。由图 4 可以看出,构件

初弯曲越大,结构抗风极限风速越小。与直杆单元结构($\xi=0$)相比,各种初弯曲构件结构的极限风速降低了 $5.87\% \sim 21.27\%$,如表 3 所示。由此可得,基于直杆单元预测结构抗风极限荷载是偏于不安全的。

构件初弯曲系数取 $1/1000$,风向角分别取 $0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$,对结构进行抗风弹塑性屈

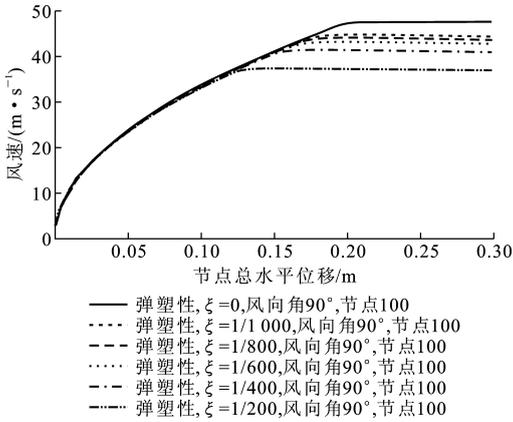


图 4 不同初弯曲结构作用风速-节点总水平位移关系曲线
Fig. 4 Relation Curves of Wind Velocity and Total Horizontal Displacement of Nodes Under Different Initial Curvatures

表 3 构件初弯曲对结构抗风极限风速的影响
Tab.3 Effects of Member Initial Curvature on Limit Wind Velocity of Structure

构件初弯曲系数	0	1/1 000	1/800	1/600	1/400	1/200
极限风速/ ($m \cdot s^{-1}$)	47.486	44.698	44.065	43.088	41.365	37.388
极限风速降低幅度/%	0.000 0	5.870 5	7.203 2	9.261 0	12.889 0	21.265 0

曲分析,绘制出不同风向角结构作用风速-节点总水平位移关系曲线,如图 5 所示。由图 5 可以看出,风向角较大时,结构抗风极限风速较大,即结构抗风能力较强。这是因为当风向角较大时,沿着风向方向的结构水平截面高度较大,因而在该方向的结构抗弯刚度也较大。

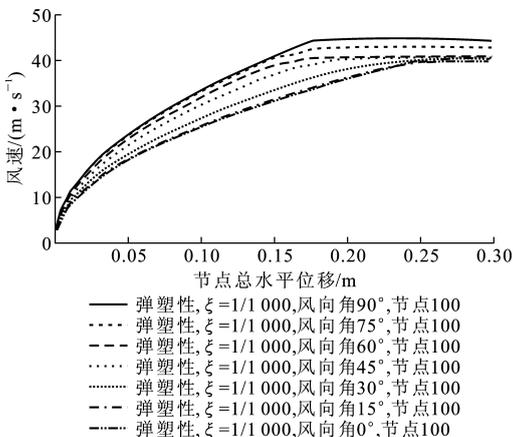


图 5 不同风向角结构作用风速-节点总水平位移关系曲线
Fig. 5 Relation Curves of Wind Velocity and Total Horizontal Displacement of Nodes Under Different Wind Directions

结构抗风极限风速-风向角的关系曲线如图 6 所示。从图 6 可以看出,风向角为 30°时,结构抗风极限风速最小,即结构抗风能力最弱,而不是在 0°风向角时。这是因为 30°风向角和 0°风向角 2 种情况下沿着风向的结构抗弯刚度很接近,在 30°风向角时沿着风向的塔架及电线风荷载比 0°风向角时的大。

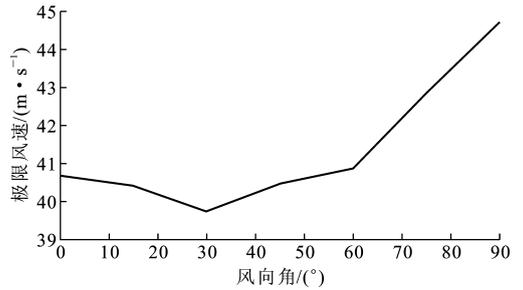


图 6 $\xi=1/1\ 000$ 时结构抗风极限风速-风向角关系曲线
Fig. 6 Relation Curves of Wind-resistance Limit Velocity of Structure and Wind Direction when $\xi=1/1\ 000$

5 结语

- (1)通过考虑构件初弯曲,可有效建立多波屈曲单元的应力-杆长本构关系。
- (2)多波屈曲单元可有效考虑辅助构件的支撑作用和受力构件的初弯曲影响,结构建模可以大大简化。
- (3)该方法简单易行,可有效预测大型输电铁塔结构的抗风极限荷载。

参考文献:

References:

[1] 吴小明,徐军波. 110 kV 月铁 I 线铁塔倒塌原因分析及思考[J]. 江西电力,2008,32(增 1):13-17.
WU Xiao-ming, XU Jun-bo. Analysis and Consideration on Collapse of Steel Tower in Yuetie Transmission Line of 110 kV[J]. Jiangxi Electric Power, 2008, 32(S1):13-17.

[2] 郑世平. 220 kV 输电线路倒塔事故原因分析及措施[J]. 内蒙古电力技术,2013,31(5):28-30.
ZHENG Shi-ping. Reason Analysis of Tower Collapse on 220 kV Power Transmission Line and Its Preventive Measures [J]. Inner Mongolia Electric Power, 2013,31(5):28-30.

[3] 谢强,张勇,李杰. 华东电网 500 kV 任上 5237 线爬线风致倒塔事故调查分析[J]. 电网技术,2006,

- 30(10):59-63,89.
- XIE Qiang, ZHANG Yong, LI Jie. Investigation on Tower Collapses of 500 kV Renshang 5237 Transmission Line Caused by Downburst[J]. Power System Technology, 2006, 30(10): 59-63, 89.
- [4] 陈国建. 南通地区输电线路风灾倒塔分析与防范对策[J]. 江苏电机工程, 2012, 31(2): 18-21.
- CHEN Guo-jian. Analysis and Countermeasures of Nantong Area Electric Transmission Line and Tower Falling Caused by Wind Damage[J]. Jiangsu Electrical Engineering, 2012, 31(2): 18-21.
- [5] 何敏娟, 刘慧群. 风荷载下输电塔绝缘子断裂对塔体性能的影响[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2010, 38(1): 30-34.
- HE Min-juan, LIU Hui-qun. Influence of Insulator Rupture on Structural Behavior of Power Transmission Tower Under Wind Load[J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2010, 38(1): 30-34.
- [6] 于志强. 大跨越输电塔线体系的风荷载模拟及耦合风振研究[J]. 工业建筑, 2014, 44(增1): 503-508.
- YU Zhi-qiang. Wind Simulation and Coupled Wind-induced Vibration Research of Large Span Transmission Tower-line Systems[J]. Industrial Construction, 2014, 44(S1): 503-508.
- [7] 鞠彦忠, 李 闯, 杨靖波, 等. 风荷载作用下螺孔间隙对输电塔变形的影响[J]. 水电能源科学, 2013, 31(7): 211-214.
- JU Yan-zhong, LI Chuang, YANG Jing-bo, et al. Influence of Bolt Cap on Deformation of Transmission Tower Under Action of Wind Load[J]. Water Resources and Power, 2013, 31(7): 211-214.
- [8] 熊铁华, 侯建国, 安旭文. 覆冰、风荷载作用下南方某输电铁塔可靠度分析[J]. 武汉大学学报: 工学版, 2011, 44(2): 207-210, 265.
- XIONG Tie-hua, HOU Jian-guo, AN Xu-wen. Reliability Analysis of a Transmission Tower in South China Under Ice Load and Wind Load[J]. Engineering Journal of Wuhan University, 2011, 44(2): 207-210, 265.
- [9] 张 勇. 输电线路风灾防御的现状与对策[J]. 华东电力, 2006, 34(3): 28-31.
- ZHANG Yong. Status Quo of Wind Hazard Prevention for Transmission Lines and Countermeasures[J]. East China Electric Power, 2006, 34(3): 28-31.
- [10] 谢 强, 阎 启, 李 杰. 横隔面在高压输电塔抗风设计中的作用分析[J]. 高电压技术, 2006, 32(4): 1-4.
- XIE Qiang, YAN Qi, LI Jie. Effects of Diaphragm on Wind Resistant Design of Power Transmission Towers[J]. High Voltage Engineering, 2006, 32(4): 1-4.
- [11] 张飞华, 黄卫菊, 武利会, 等. 强风作用下输电塔风致倒塔机理和抗风加固方法探讨[J]. 广西电力, 2011, 34(6): 78-81.
- ZHANG Fei-hua, HUANG Wei-ju, WU Li-hui, et al. Discussion on Mechanism of Transmission Tower Falling Down Under Strong Wind and Reinforcement Method[J]. Guangxi Electric Power, 2011, 34(6): 78-81.
- [12] 李庆伟, 李宏男. 输电塔结构的动力稳定性研究[J]. 防灾减灾工程学报, 2008, 28(2): 202-207.
- LI Qing-wei, LI Hong-nan. Study on Dynamic Instability of Transmission Tower[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2008, 28(2): 202-207.
- [13] 刘树堂, 陈 原, 朱文正. 端部铰接初弯曲构件弹塑性本构关系研究[J]. 建筑钢结构进展, 2014, 16(2): 6-12.
- LIU Shu-tang, CHEN Yuan, ZHU Wen-zheng. Study on the Elasto-plastic Constitutive Relationship of End-pinned Initially Curved Members[J]. Progress in Steel Building Structures, 2014, 16(2): 6-12.
- [14] 刘树堂. 等直杆单元切线刚度矩阵的精确分析方法[J]. 计算力学学报, 2014, 31(1): 48-53.
- LIU Shu-tang. Accurate Analysis Method on the Tangential Stiffness Matrix of Pinned Straight Rod Element[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2014, 31(1): 48-53.
- [15] GB 50009—2012, 建筑结构荷载规范[S].
- GB 50009—2012, Load Code for the Design of Building Structures[S].
- [16] YANG Y B, LIN S P, LEU L J. Solution Strategy and Rigid Element for Nonlinear Analysis of Elastically Structures Based on Updated Lagrangian Formulation[J]. Engineering Structures, 2007, 29(6): 1189-1200.
- [17] YANG Y B, LIN T J, LEN L J, et al. Inelastic Post-buckling Response of Steel Trusses Under Thermal Loadings[J]. Journal of Constructional Steel Research, 2008, 64(12): 1394-1407.