

文章编号:1673-2049(2016)01-0083-07

无侧移半刚性连接箱式模块化框架的稳定分析

曹 轲¹, 李国强^{1,2}, 陆 烨¹

(1. 同济大学 土木工程学院, 上海 200092; 2. 同济大学 土木工程防灾国家重点实验室, 上海 200092)

摘要: 基于《钢结构设计规范》(GB 50017—2003), 利用三柱子框架模型推导了无侧移半刚性连接箱式模块化框架柱计算长度系数方程, 给出了基于分析假定的柱计算长度系数理论解, 提出了针对无侧移半刚性连接箱式模块化框架柱计算长度系数的实用计算公式; 通过对比理论计算结果和有限元分析结果, 验证了实用计算公式的精确性与适用性; 研究了无侧移半刚性连接箱式模块化框架柱计算长度系数的影响因素。结果表明: 柱计算长度系数除了受到半刚性节点刚度变化的影响外, 还受到上下相邻模块框架梁对框架柱约束系数比值的影响; 当上下相邻模块框架梁对框架柱约束系数的比值均为1时, 柱计算长度系数不随节点刚度变化而变化。

关键词: 计算长度系数; 稳定分析; 半刚性连接; 无侧移箱式模块化框架

中图分类号:TU323.5 文献标志码:A

Stability Analysis of Non-sway Modular Frame with Semi-rigid Connection

CAO Ke¹, LI Guo-qiang^{1,2}, LU Ye^{1,2}

(1. College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. State Key Laboratory for Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: Based on *Code for Design of Steel Structures* (GB 50017—2003) and using the three column subassemblage model, a governing equation for determining the effective length factor of column for non-sway modular frame with semi-rigid connection was derived. Furthermore, the theoretical solution to evaluate the corresponding column effective length factor was proposed. The effectiveness and accuracy of the simplified calculation formulas were illustrated through comparing the theoretical calculation results and finite element analysis results. At last, influencing factors of effective length factor of column for non-sway modular frame with semi-rigid connection were investigated. The results show that the effective length factor is affected not only by the connection stiffness but also by the ratio of modified relative stiffness factor. When the ratio of modified relative stiffness factor is 1, the effective length factor doesn't change with connection stiffness.

Key words: effective length factor; stability analysis; semi-rigid connection; non-sway modular frame

0 引言

箱式模块化钢结构建筑是预制装配式钢结构建

筑的一种具体形式, 它是将单个房间作为预制单元, 在工厂预制后运到工地进行现场安装。每一个预制单元可为带有采暖、给排水及照明等所有管网的装

修完备的房间单元。作为集成化程度很高的预制装配式建筑,箱式模块化建筑已经成为新型建筑技术的主要发展方向之一^[1]。

目前针对钢框架的研究与设计中常把梁、柱间连接假定为理想的刚接或铰接,然而实际工程中大多数连接介于两者之间,为半刚性连接^[2]。普通的半刚性连接是指框架中梁、柱间连接节点为半刚性节点。对于箱式模块化钢结构,在同一模块箱体内部,梁、柱连接采用全焊接连接,而不同箱体之间则采用螺栓节点连接。因此,对于箱式模块化钢框架,同一箱体内梁、柱刚性连接,不同箱体间半刚性连接。

稳定性设计一直是多层多跨钢框架设计的重要组成部分^[3]。目前设计多层多跨钢框架有 2 种方法:一种是传统的构件计算长度设计法;另一种是高等分析法。各国针对钢框架整体稳定性的设计仍采用第 1 种方法,因此,框架结构的稳定问题就转化成了柱计算长度的计算问题。目前研究与设计中确定柱计算长度的实用方法是子结构法和层刚度法^[4]。对于半刚性节点,国外学者普遍采用转动弹簧模拟节点的半刚性性能,以研究半刚性钢框架柱的计算长度取值问题。依据此种方法,Hellesland 等^[5]、White 等^[6]和 Kishi 等^[7]对半刚性连接钢框架柱的计算长度系数进行了研究。随着钢结构在中国的发展和应用,针对半刚性连接钢框架稳定问题的研究逐渐增多,陈绍蕃^[8]、陈骥^[8]和李国强等^[9-10]针对半刚性连接钢框架的稳定问题进行了研究。

上述研究均针对梁、柱半刚性连接钢框架进行,对于半刚性连接箱式模块化钢框架的整体稳定问题,目前各国尚无研究报道。本文采用《钢结构设计规范》(GB 50017—2003)^[11]中的方法,利用子结构模型,推导无侧移半刚性连接箱式模块化框架柱的计算长度系数方程,给出计算长度系数的简化计算公式,并通过对比有限元分析结果验证该简化计算公式的精确性。同时,本文还将分析无侧移半刚性连接箱式模块化框架柱计算长度系数的影响因素。

1 分析假定

普通半刚性连接框架与半刚性箱式模块化框架见图 1。由图 1 可知,箱式模块化框架结构形式与普通钢框架差异较大,因此在箱式模块化钢框架的设计中不能完全套用普通钢框架的设计方法,而应考虑箱体间连接节点对框架柱稳定性的影响。

参考《钢结构设计规范》(GB 50017—2003)^[11]中关于普通无侧移钢框架柱计算长度系数的有关假

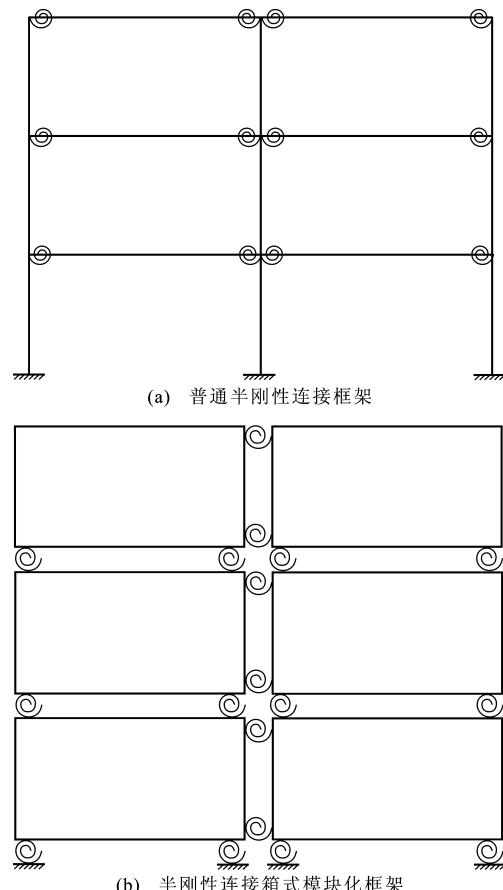


图 1 普通半刚性连接框架与半刚性连接箱式模块化框架

Fig. 1 Common Frame with Semi-rigid Connection and Modular Frame with Semi-rigid Connection

定以及文献[7]中针对梁、柱半刚性连接无侧移钢框架柱稳定性分析的有关假定,本文采用以下分析假定:

- (1) 子框架模型中所有杆件材料均为完全弹性。
- (2) 所有梁、柱均为等截面形式。
- (3) 梁内轴力较小,可以忽略。
- (4) 同层中各柱将同时屈曲,不考虑同层各柱之间的相互影响。
- (5) 子框架模型中所有柱稳定函数一致。
- (6) 子框架屈曲时,各梁近端及远端的转角大小相等,方向相反,即各梁按单向曲率弯曲。
- (7) 同一模块内梁、柱连接为刚性连接,不同模块间连接为半刚性连接。
- (8) 不同模块间连接节点的半刚性性能用具有一定转动刚度的转动弹簧模拟。
- (9) 子框架模型中上下相邻柱变形曲线相似,即各柱柱端转角对应成比例。

包含无侧移半刚性连接箱式模块化框架的任一柱 CD 及所有与柱 CD 相连构件的子框架模型如图

2(a)所示,其中, P 为子框架所受轴压力, θ 为节点转角, $b_i(i=1,2,3,4),c_j(j=1,2,3)$ 分别为各梁、柱编号。根据分析假定(4),同层中各柱变形相同,故柱MN与柱CD不会产生相对转动,柱MN对柱CD的稳定系数没有影响,可将无侧移模块化子框架模型简化,如图2(b)所示,其中, $\theta_A,\theta_B,\theta_C,\theta_D,\theta_E,\theta_F,\theta_G,\theta_H,\theta_I,\theta_J$ 均为转角, R_1,R_2 均为半刚性节点的转动刚度。该子框架模型与传统的三柱子框架模型类似^[8],包括柱 c_2 [图2(b)中的柱CD],2根约束柱 c_1,c_3 ,4根约束梁 b_1,b_2,b_3,b_4 。相同模块内梁、柱均为刚性连接,相邻模块间为半刚性连接。

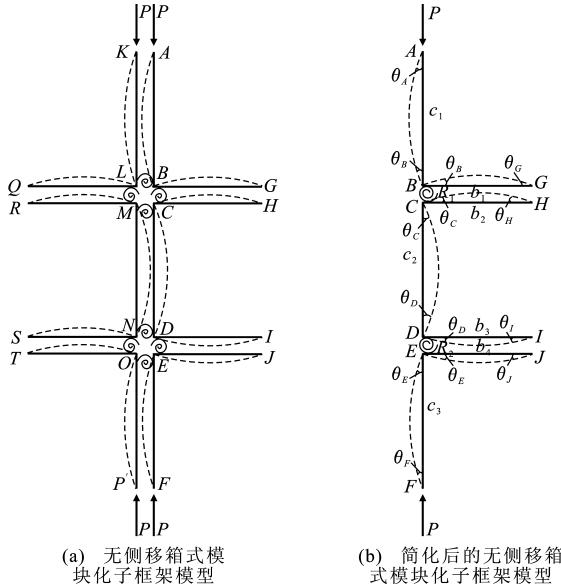


图2 无侧移箱式模块化框架模型及其简化模型

Fig. 2 Subassemblage Model for Non-sway Modular Frame and Its Simplification Model

2 转角-位移方程

由于半刚性连接箱式模块化框架中模块内梁、柱均为刚性连接,节点的半刚性能只在不同模块间体现,故针对单个构件而言,构件的转角-位移方程与普通多层多跨钢框架相同。

按照分析假定(3),框架梁只承受端弯矩作用,如图3(a)所示,其转角-位移方程为^[2]

$$M_A = \frac{k_b}{L_b} (4\theta_A - 2\theta_B) \quad (1)$$

式中: M_A 为梁A端弯矩; k_b 为子框架梁抗弯刚度; L_b 为子框架梁跨度。

由分析假定(6)可知,梁发生单向曲率弯曲变形,即 $\theta_A = \theta_B$ [图3(a)],则梁A端弯矩可表示为

$$M_A = 2 \frac{k_b}{L_b} \theta_A \quad (2)$$

无侧移子框架中框架柱受轴力及端弯矩共同作用,如图3(b)所示,其中, M_B 为梁B端弯矩, L_c 为子框架柱长度),此时框架梁、柱的转角-位移方程可用稳定函数表示为^[2]

$$M_A = \frac{k_c}{L_c} (s_{ii}\theta_C + s_{ij}\theta_D) \quad (3)$$

$$M_B = \frac{k_c}{L_c} (s_{ji}\theta_C + s_{jj}\theta_D) \quad (4)$$

$$s_{ii} = s_{jj} = \frac{kL_c \sin(kL_c) - (kL_c)^2 \cos(kL_c)}{2 - 2\cos(kL_c) - kL_c \sin(kL_c)} \quad (5)$$

$$s_{ij} = s_{ji} = \frac{(kL_c)^2 - kL_c \sin(kL_c)}{2 - 2\cos(kL_c) - kL_c \sin(kL_c)} \quad (6)$$

$$k = \sqrt{\frac{P}{k_c}} \quad (7)$$

式中: k_c 为子框架柱抗弯刚度; $s_{ii}, s_{ij}, s_{ji}, s_{jj}$ 均为稳定函数。

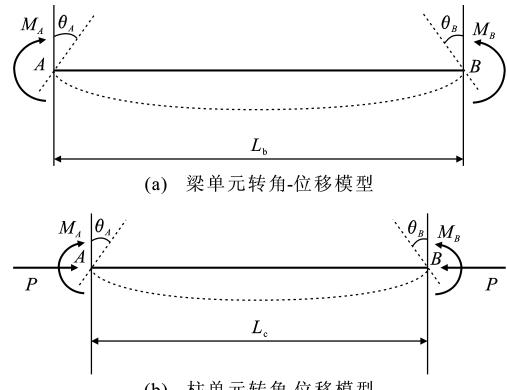


图3 无侧移箱式模块化框架梁、柱单元转角-位移模型

Fig. 3 Slope-deflection Model of Beam Element and Column Element for Non-sway Modular Frame

柱计算长度系数 μ 可表示为

$$\mu = \frac{\pi}{kL_c} \quad (8)$$

将式(8)代入式(5),(6),可得由柱计算长度系数 μ 表示的稳定函数^[8]为

$$s_{ii} = s_{jj} = \frac{(\pi/\mu) \sin(\pi/\mu) - (\pi/\mu)^2 \cos(\pi/\mu)}{2 - 2\cos(\pi/\mu) - (\pi/\mu) \sin(\pi/\mu)} \quad (9)$$

$$s_{ij} = s_{ji} = \frac{(\pi/\mu)^2 - (\pi/\mu) \sin(\pi/\mu)}{2 - 2\cos(\pi/\mu) - (\pi/\mu) \sin(\pi/\mu)} \quad (10)$$

3 柱计算长度系数的计算方程

根据分析假定,子框架屈曲时各梁、柱的转角如图2(b)所示,其中,柱CD为目标柱,柱CD端转角分别为 θ_C,θ_D ,梁CH两端转角 $\theta_C = \theta_H$,梁DI两端转角 $\theta_D = \theta_I$;假定半刚性节点的转动刚度为 R_1,R_2 ,节点内弯矩分别为 M_B,M_E ,则柱AB的B端转角 $\theta_B = \theta_C - M_B/R_1$,梁BG两端转角 $\theta_B = \theta_G = \theta_C -$

M_B/R_1 ; 同理, 柱 EF 的 E 端转角 $\theta_E = \theta_D - M_E/R_2$, 梁 EJ 两端转角 $\theta_E = \theta_J = \theta_D - M_E/R_2$; 由分析假定(9)可知, 柱 AB 的 A 端转角 $\theta_A = (\theta_C - M_B/R_1)\theta_D/\theta_C$, 柱 EF 的 F 端转角 $\theta_F = (\theta_D - M_E/R_2)\theta_C/\theta_D$ 。

引入构件线刚度 i' , 则有

$$i' = \frac{k_0}{L} \quad (11)$$

式中: k_0 为构件抗弯刚度; L 为构件长度。

当子框架屈曲时, 各杆件端部的转角-位移方程可表示为

$$M_{BG} = 2i_{b_1}(\theta_C - \frac{M_B}{R_1}) \quad (12)$$

$$M_{CH} = 2i_{b_2}\theta_C \quad (13)$$

$$M_{DI} = 2i_{b_3}\theta_D \quad (14)$$

$$M_{EJ} = 2i_{b_4}(\theta_D - \frac{M_E}{R_2}) \quad (15)$$

$$M_{BA} = i_{c_1} [s_{ii}(\theta_C - \frac{M_B}{R_1}) + s_{ij}(\theta_D - \frac{M_E\theta_D}{R_1\theta_C})] \quad (16)$$

$$M_{CD} = i_{c_2}(s_{ii}\theta_C + s_{ij}\theta_D) \quad (17)$$

$$M_{DC} = i_{c_2}(s_{ii}\theta_D + s_{ij}\theta_C) \quad (18)$$

$$M_{EF} = i_{c_3} [s_{ii}(\theta_D - \frac{M_E}{R_2}) + s_{ij}(\theta_C - \frac{M_E\theta_C}{R_2\theta_D})] \quad (19)$$

式中: $i_{b_1}, i_{b_2}, i_{b_3}, i_{b_4}$ 分别为梁 b_1, b_2, b_3, b_4 的线刚度; $i_{c_1}, i_{c_2}, i_{c_3}$ 分别为柱 c_1, c_2, c_3 的线刚度。

由节点 B 的平衡条件可得

$$M_B = M_{BA} + M_{BG} \quad (20)$$

将式(12), (16)代入式(20), 有

$$M_B = \frac{R_1\theta_C[(s_{ii}i_{c_1} + 2i_{b_1})\theta_C + s_{ij}i_{c_1}\theta_D]}{R_1\theta_C + (s_{ii}i_{c_1} + 2i_{b_1})\theta_D + s_{ij}i_{c_1}\theta_D} \quad (21)$$

由节点 C 的平衡条件可得

$$M_B + M_{CH} + M_{CD} = 0 \quad (22)$$

将式(13), (17), (21)代入式(22), 有

$$\begin{aligned} & (s_{ii}R_1i_{c_1} + 2R_1i_{b_1} + 2R_1i_{b_2} + 2s_{ii}i_{c_1}i_{b_2} + \\ & 4i_{b_1}i_{b_2} + s_{ii}R_1i_{c_2} + s_{ii}^2i_{c_1}i_{c_2} + 2s_{ii}i_{b_1}i_{c_2})\theta_C^2 + \\ & (s_{ij}R_1i_{c_1} + 2s_{ij}i_{b_2}i_{c_1} + 2s_{ii}s_{ij}i_{c_1}i_{c_2} + s_{ij}R_1i_{c_2} + \\ & 2s_{ij}i_{b_1}i_{c_2})\theta_C\theta_D + s_{ij}^2i_{c_1}i_{c_2}\theta_D^2 = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

同理, 由节点 E 的平衡条件可得

$$M_E = M_{EF} + M_{EJ} \quad (24)$$

将式(15), (19)代入式(24), 有

$$M_E = \frac{R_2\theta_D[(s_{ii}i_{c_3} + 2i_{b_4})\theta_D + s_{ij}i_{c_3}\theta_C]}{R_2\theta_D + (s_{ii}i_{c_3} + 2i_{b_4})\theta_D + s_{ij}i_{c_3}\theta_C} \quad (25)$$

由节点 D 的平衡条件可得

$$M_E = M_{DI} + M_{DC} = 0 \quad (26)$$

将式(14), (18), (25)代入式(26), 有

$$(s_{ii}R_2i_{c_3} + 2R_2i_{b_4} + 2R_2i_{b_3} + 2s_{ii}i_{b_3}i_{c_3} +$$

$$\begin{aligned} & 4i_{b_3}i_{b_4} + s_{ii}R_2i_{c_2} + s_{ii}^2i_{c_2}i_{c_3} + 2s_{ii}i_{b_4}i_{c_2})\theta_D^2 + \\ & (s_{ii}R_2i_{c_3} + 2s_{ij}i_{c_3}i_{b_3} + 2s_{ii}s_{ij}i_{c_2}i_{c_3} + s_{ij}R_2i_{c_2}) + \\ & 2s_{ij}i_{b_4}i_{c_2})\theta_C\theta_D + s_{ij}^2i_{c_2}i_{c_3}\theta_C^2 = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

引入框架梁对框架柱的约束系数 K_i ($i=1, 2, 3, 4$) 及半刚性节点对框架柱的约束系数 J_i ($i=1, 2, 3, 4$), 有

$$K_1 = \frac{i_{b_1}}{i_{c_1}}, K_2 = \frac{i_{b_2}}{i_{c_2}}, K_3 = \frac{i_{b_3}}{i_{c_2}}, K_4 = \frac{i_{b_4}}{i_{c_3}} \quad (28)$$

$$J_1 = \frac{R_1}{i_{c_1}}, J_2 = \frac{R_1}{i_{c_2}}, J_3 = \frac{R_2}{i_{c_2}}, J_4 = \frac{R_2}{i_{c_3}} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} & \text{将式(28), (29)代入式(23), (27), 有} \\ & (s_{ii}J_2 + 2J_2K_1 + 2J_1K_2 + 2s_{ii}K_2 + 4K_1K_2 + \\ & s_{ii}J_1 + s_{ii}^2 + 2s_{ii}K_1)\theta_C^2 + (s_{ij}J_2 + 2s_{ij}K_2 + \\ & 2s_{ij}s_{ij} + s_{ij}J_1 + 2s_{ij}K_1)\theta_C\theta_D + s_{ij}^2\theta_D^2 = 0 \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} & (s_{ii}J_3 + 2J_3K_4 + 2J_4K_3 + 2s_{ii}K_3 + 4K_3K_4 + \\ & s_{ii}J_4 + s_{ii}^2 + 2s_{ii}K_4)\theta_D^2 + (s_{ij}J_3 + 2s_{ij}K_3 + \\ & 2s_{ij}s_{ij} + s_{ij}J_4 + 2s_{ij}K_4)\theta_C\theta_D + s_{ij}^2\theta_C^2 = 0 \end{aligned} \quad (31)$$

式(30), (31)为只含二次项的二元二次方程组, 可采用因式分解进行简化, 令

$$(\theta_C + \alpha_1\theta_D)(\alpha_2\theta_C + \alpha_3\theta_D) = 0 \quad (32)$$

将式(32)代入式(30), 有

$$\alpha_2 = s_{ii}J_2 + 2J_2K_1 + 2J_1K_2 + 2s_{ii}K_2 + 4K_1K_2 + \\ s_{ii}J_1 + s_{ii}^2 + 2s_{ii}K_1 \quad (33)$$

$$\alpha_1\alpha_3 = s_{ij}^2 \quad (34)$$

$$\alpha_1\alpha_2 + \alpha_3 = s_{ij}J_2 + 2s_{ij}K_2 + \\ 2s_{ij}s_{ij} + s_{ij}J_1 + 2s_{ij}K_1 \quad (35)$$

同理, 令

$$(\alpha_4\theta_C + \theta_D)(\alpha_5\theta_C + \alpha_6\theta_D) = 0 \quad (36)$$

将式(36)代入式(31), 有

$$\alpha_6 = s_{ii}J_3 + 2J_3K_4 + 2J_4K_3 + 2s_{ii}K_3 + 4K_3K_4 + \\ s_{ii}J_4 + s_{ii}^2 + 2s_{ii}K_4 \quad (37)$$

$$\alpha_4\alpha_5 = s_{ij}^2 \quad (38)$$

$$\alpha_4\alpha_6 + \alpha_5 = s_{ij}J_3 + 2s_{ij}K_3 + \\ 2s_{ij}s_{ij} + s_{ij}J_4 + 2s_{ij}K_4 \quad (39)$$

联立式(32), (36), 并引入边界条件 $0.5 < \mu < 1$, 可得满足条件的屈曲方程为

$$\det \begin{vmatrix} \alpha_2 & \alpha_3 \\ \alpha_5 & \alpha_6 \end{vmatrix} = 0 \quad (40)$$

将计算所得 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_6$ 代入式(40), 有

$$\begin{aligned} & \{s_{ii}^2 + 2[J_2K_1 + (J_1 + 2K_1)K_2] + s_{ii}[J_1 + J_2 + \\ & 2(K_1 + K_2)]\} \{s_{ii}^2 + 2[J_4K_3 + (J_3 + 2K_3)K_4] + \\ & s_{ii}[J_3 + J_4 + 2(K_3 + K_4)]\} - \frac{1}{4}s_{ij}^2[2s_{ii} + J_1 + J_2 + \\ & 2(K_1 + K_2) + [J_1^2 + 2J_1(J_2 + 2K_1 - 2K_2) + (J_2 -$$

$$2K_1 + 2K_2)^2]^{1/2} [2s_{\bar{u}} + J_3 + J_4 + 2(K_3 + K_4) + \\ [J_3^2 + 2J_3(J_4 + 2K_3 - 2K_4) + (J_4 - 2K_3 + 2K_4)^2]^{1/2} = 0 \quad (41)$$

将式(9),(10)代入式(41),即可得到关于柱计算长度系数 μ 的计算公式。

4 柱计算长度系数的简化计算公式

对于梁、柱刚接无侧移多层多跨框架柱,各国较为通用的实用柱计算长度系数公式为^[8]

$$\mu = \frac{0.64K_1K_2 + 1.4(K_1 + K_2) + 3}{1.28K_1K_2 + 2(K_1 + K_2) + 3} \quad (42)$$

柱计算长度系数公式最早于1966年被法国钢结构设计规范所采用^[12]。1978年,欧洲钢结构协会将其列入了欧洲钢结构规范。Dumonteil^[13]指出该公式不仅足够精确,而且便于电算。中国规范^[14]也将该公式作为确定框架柱计算长度系数的推荐公式。

对于无侧移半刚性连接箱式模块化子框架,当半刚性连接转动刚度很大时,可认为节点刚接,此时柱的计算长度系数可采用式(42)计算,其中

$$K_1 = \frac{i_{b_1} + i_{b_2}}{i_{c_1} + i_{c_2}} \quad (43)$$

$$K_2 = \frac{i_{b_3} + i_{b_4}}{i_{c_2} + i_{c_3}} \quad (44)$$

式(43),(44)为无侧移半刚性连接箱式模块化

表1 柱计算长度系数的理论值、实用公式值与有限元值对比

Tab. 1 Comparison of Effective Length Factors of Columns Between Theoretical Results, Simplified Formulas

Results and Finite Element Results

编号	影响因素								μ	μ'	μ''	$\frac{\mu' - \mu}{\mu} / \%$	$\frac{\mu'' - \mu}{\mu} / \%$
	K_1	K_2	K_3	K_4	J_1	J_2	J_3	J_4					
1	0.2	0.6	0.6	0.6	0.75	0.75	0.75	0.75	0.8618	0.8554	0.8198	-0.7408	-4.8707
2	0.4	0.6	0.8	0.2	0.50	4.00	5.00	2.00	0.8806	0.8773	0.8421	-0.3700	-4.3760
3	0.6	0.4	0.8	1.0	4.00	0.25	0.75	3.00	0.8342	0.8367	0.7997	0.2966	-4.1385
4	0.8	0.4	0.6	2.0	3.00	2.00	5.00	1.00	0.7745	0.7745	0.7230	-0.0017	-6.6440
5	1.0	0.4	1.5	0.2	2.00	5.00	1.00	4.00	0.7816	0.7757	0.7339	-0.7585	-6.0997
6	1.5	0.4	1.0	0.6	5.00	1.00	4.00	0.25	0.8396	0.8363	0.8107	-0.3947	-3.4473
7	2.0	0.8	1.5	2.5	0.50	2.00	0.75	0.25	0.7111	0.6988	0.6766	-1.7342	-4.8474
8	2.5	0.4	2.0	2.5	0.25	0.75	3.00	2.00	0.7364	0.6936	0.7357	-5.8184	-0.0889

注: μ' 为有限元模型所得柱计算长度系数。

5 柱计算长度系数的数值验证

为验证无侧移半刚性连接箱式模块化框架柱稳定分析的正确性,采用有限元分析软件SAP2000建立如图4(a)所示的5层框架模型,层高为3 m,长边方向跨度为6 m,短边方向跨度为2.4 m,梁、柱最

框架柱的边界条件,当半刚性连接转动刚度 R_1, R_2 足够大时,无侧移半刚性连接箱式模块化框架柱计算长度系数的简化计算公式应该能回归到式(42)的形式。

根据上述分析,无侧移半刚性连接箱式模块化框架柱计算长度系数的简化计算公式如下

$$\mu = \frac{0.64K'_1K'_2 + 1.4(K'_1 + K'_2) + 3}{1.28K'_1K'_2 + 2(K'_1 + K'_2) + 3} \quad (45)$$

$$K'_1 = \frac{J_2K_1 + (J_1 + \alpha)K_2}{J_2 + J_1 + \alpha} \quad (46)$$

$$K'_2 = \frac{J_3K_4 + (J_4 + \alpha)K_3}{J_3 + J_4 + \alpha} \quad (47)$$

式中: K'_1, K'_2 均为修正的柱端约束参数; α 为待定常数。

当半刚性连接转动刚度 R_1, R_2 足够大时,可认为节点刚接,此时 R_1, R_2 为等阶无穷大,式(46),(47)可退化为式(43),(44)。

通过式(41)得到的柱计算长度系数方程为超越方程,可通过数学软件求出其数值解;通过实用柱计算长度系数公式求得的柱计算长度系数为 μ' ,采用最小二乘法,使得 μ' 与 μ 相对误差最小,可求得待定常数 α 的取值为0.2。针对几种常见 $K_i, J_i (i=1, 2, 3, 4)$ 值, μ, μ' 及其相对误差见表1。实用柱计算长度系数公式所得值与理论公式所得值相对误差均值为-1.19%。

大划分长度为0.1 m。梁采用槽钢截面,柱采用方钢管截面,底部柱脚刚接。文献[7]在梁、柱半刚性连接无侧移框架柱的计算长度系数推导中考虑了半刚性节点的非线性弯矩-转角关系模型,指出竖向荷载作用下节点内部可能已经存在较大转角,使得半刚性节点的实际刚度小于初始刚度。对于模块化钢

框架,在竖向荷载作用下,上下相邻模块间的相对转角很小,半刚性连接内的弯矩可忽略不计,故本文直接采用半刚性节点的初始刚度进行计算。模块间连接采用线性弹簧模拟,约束弹簧 X,Y,Z 方向的平动自由度以及弹簧 X,Y 方向的转动刚度按实际连接节点的初始刚度取值。毛磊^[15]针对一种常用的模块箱体连接节点进行了节点试验,得到该种节点的初始转动刚度为 $4930 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$,有限元模型中按照该值进行计算。约束框架顶层柱柱顶节点沿 X,Y 方向的转动自由度与平动自由度,约束框架底层柱柱底节点沿 X,Y 方向的转动自由度与沿 X,Y,Z 方向的平动自由度,使得整个框架的屈曲主要集中在中间 3 层。为模拟无侧移条件,约束各梁、柱节点沿 X,Y 方向的平动自由度。在框架顶层柱顶端施加单位竖向荷载,对框架进行特征值屈曲分析,分析时刚度采用零初始条件-零预应力状态,特征值收敛容差为 1×10^{-9} 。

模型屈曲变形如图 4(b)所示。从图 4(b)可见,框架的 1 阶屈曲模态与理论推导中所假设的子框架变形模态基本一致,且符合理论推导中的各分析假定。由有限元软件所得柱计算长度系数 μ' 及其与 μ 的相对误差见表 1。有限元模型所得结果与理论公式所得结果的相对误差均值为 -4.31% 。

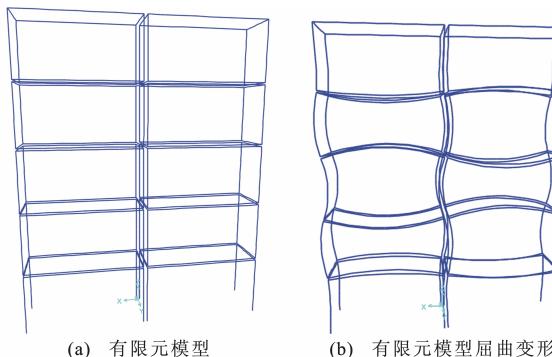


图 4 有限元模型及其屈曲变形

Fig. 4 Finite Element Model and Its Buckling Deformation

从图 4 和表 1 可以看出,各柱实际变形与理论假设并不完全一致,且有限元模型所得柱计算长度系数较理论值普遍偏小,这是由于理论计算采用的子框架模型假设各柱变形曲线相似,同时整个分析模型上下完全对称。有限元模型中框架顶层、底层柱远端约束,且顶柱、底柱约束并不完全相同,这导致了整个模型并非完全上下对称,各柱实际变形与理论假设并不完全一致,使得理论计算模型中假定的框架边界约束条件弱于有限元模型。

6 柱计算长度系数的影响因素

通过定性分析可知,框架柱计算长度系数除了受到半刚性节点对柱约束系数 J_1, J_2, J_3, J_4 的影响以外,还受到框架梁对框架柱约束系数比值 $K_1/K_2, K_4/K_3$ 的影响。当 $K_1/K_2, K_4/K_3$ 均为 1 时,子框架各柱的柱端约束系数相同,此时子框架屈曲时各柱的柱端转角相同,半刚性节点内的弯矩为 0,此时柱计算长度系数不随半刚性连接节点刚度变化而改变,其简化计算公式(45)很好地反映了这一特性。通常无侧移半刚性连接箱式模块化框架中 $K_1/K_2, K_4/K_3$ 并不为 1,此时节点转动刚度将会对柱的计算长度系数产生影响。

由于框架的对称性可知, K_4/K_3 对柱计算长度系数的影响与 K_1/K_2 完全相同,故假设 $J_1 = J_2 = J_3 = J_4, K_1 = K_3 = K_4 = 1$, 仅改变 J_1 及 K_2 ,以研究在不同 K_1/K_2 取值情况下 J_1 对框架柱计算长度系数 μ 的影响,所得结果如图 5 所示。

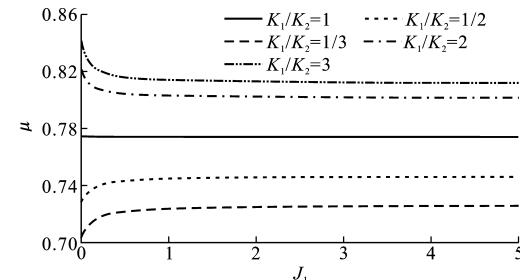


图 5 不同 K_1/K_2 情况下 μ 随 J_1 的变化曲线

Fig. 5 μ - J_1 Curves Under Different K_1/K_2 Cases

从图 5 可知:

(1) 当 $K_1/K_2 = 1$ 时,柱计算长度系数 μ 不随 J_1 的变化而变化,这与定性分析结果一致。

(2) 当 $K_1/K_2 < 1$ 时,柱计算长度系数 μ 随 J_1 的变大而变大并逐渐趋于稳定。这是由于当 $K_1/K_2 < 1$ 时,节点对柱 c_2 的弯矩方向与柱 c_2 变形方向相同,该弯矩使柱 c_2 的临界荷载变小, μ 值增大,且该弯矩随节点转动刚度的增大而逐渐增大。反之,当 $K_1/K_2 > 1$ 时, μ 随 J_1 的变大而变小并逐渐趋于稳定。

(3) 目前在模块化建筑的设计中常忽略模块间连接节点的转动刚度,将其按照铰接节点计算,这种方法可能导致柱计算长度系数偏小,从而高估柱的稳定承载力。

7 结语

(1) 无侧移半刚性连接箱式模块化框架与普通

钢框架及梁、柱半刚性连接钢框架有较大差别,针对无侧移半刚性连接箱式模块化钢框架的稳定计算不能直接套用传统的计算方法,而应采用本文提出的方法进行计算。

(2)本文提出的实用柱计算长度系数公式与理论解拟合精度较高,能够较好地替代理论计算方法,简化无侧移半刚性连接箱式模块化框架柱的稳定计算过程。

(3)有限元模型所得计算长度系数较理论值普遍偏小,这是由于有限元模型中子框架顶层、底层柱远端约束与分析模型并不完全相同导致的。有限元模型所得柱计算长度系数与理论解的相对误差均值为 -4.31% ,在合理范围内,证明了理论分析的正确性。

(4)柱计算长度系数除了受到半刚性节点刚度变化影响外,还受到上下相邻模块框架梁对框架柱约束系数比值 $K_1/K_2, K_4/K_3$ 的影响;设计中若忽略模块间连接节点的转动刚度,将其按照铰接节点计算可能会导致柱计算长度系数偏小,从而高估柱的稳定承载力。

参考文献:

References:

- [1] DOUGLAS A B L, SANDBANK H. A History of Prefabrication[M]. New York: Arno Press, 1972.
- [2] CHEN W F, LUI E M. Stability Design of Steel Frames[M]. Boca Raton: CRC Press, 1991.
- [3] 陈绍蕃. 钢结构稳定设计指南[M]. 2 版. 北京: 中国建筑工业出版社, 2004.
- CHEN Shao-fan. Guide for Stability Design of Steel Structures[M]. 2nd ed. Beijing: China Architecture & Building Press, 2004.
- [4] AISC. Manual of Steel Construction-load and Resistance Factor Design[M]. 3rd ed. Chicago: AISC, 1994.
- [5] HELLESLAND J, BJORHØVDE R. Restraint Demand Factors and Effective Lengths of Braced Columns[J]. Journal of Structural Engineering, 1996, 122(10): 1216-1224.
- [6] WHITE D W, HAJJAR J F. Buckling Models and Stability Design of Steel Frames: A Unified Approach [J]. Journal of Constructional Steel Research, 1997, 42(3): 171-207.
- [7] KISHI N, CHEN W F, GOTO Y, et al. Effective Length Factor of Columns in Flexibly Jointed and Braced Frames[J]. Journal of Constructional Steel Research, 1998, 47(1): 93-118.
- [8] 陈 骥. 钢结构稳定理论与设计[M]. 2 版. 北京: 科学出版社, 2003.
- CHEN Ji. Stability of Steel Structures Theory and Design[M]. 2nd ed. Beijing: Science Press, 2003.
- [9] 李国强, 王静峰. 无侧移半刚性连接组合框架的稳定分析:(Ⅱ) 连接转动刚度和算例分析[J]. 力学季刊, 2006, 27(4): 628-634.
- LI Guo-qiang, WANG Jing-feng. Stability Analysis for Non-sway Composite Frames with Semi-rigid Joints — Part 2 Connection Rotation Stiffness and Examples Analysis[J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2006, 27(4): 628-634.
- [10] 王静峰, 李国强. 无侧移半刚性连接组合框架的稳定分析:(Ⅰ) 柱的有效长度系数方程[J]. 力学季刊, 2006, 27(3): 481-488.
- WANG Jing-feng, LI Guo-qiang. Stability Analysis for Non-sway Composite Frames with Semi-rigid Joints; Part I . Equation of Column Effective Length Factor[J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2006, 27 (3): 481-488.
- [11] GB 50017—2003, 钢结构设计规范[S]. GB 50017—2003, Code for Design of Steel Structures [S].
- [12] HELLESLAND J. Review and Evaluation of Effective Length Formulas[R]. Oslo: University of Oslo, 1994.
- [13] DUMONTEIL P. Simple Equations for Effective Length Factors[J]. Engineering Journal, 1992, 29 (3): 111-115.
- [14] JGJ 99—98, 高层民用建筑钢结构技术规程[S]. JGJ 99—98, Technical Specification for Steel Structure of Tall Buildings.
- [15] 毛 磊. 箱式建筑箱体拼接节点受力性能研究[D]. 上海: 同济大学, 2015.
- MAO Lei. Research on Joint Mechanical Behavior of Container Architecture[D]. Shanghai: Tongji University, 2015.