文章编号:1673-2049(2016)02-0001-06

降雨条件下非饱和朗肯土压力统一解

赵均海,殷 佳,张常光,杜文超

(长安大学 建筑工程学院,陕西 西安 710061)

摘要:基于统一强度理论和 Bishop 有效应力原理,结合降雨入渗解析解,推导了考虑中间主应力效 应及材料拉压比影响的降雨条件下非饱和朗肯土压力的统一解。通过算例验证了推导公式的有效 性,并探讨了降雨条件下基质吸力的变化对非饱和土压力的影响。结果表明:主动土压力随着统一 强度理论参数的增大而减小,而被动土压力呈现相反趋势;随着降雨的发生、浸润和停止,主动土压 力和被动土压力呈现不稳定变化,最终都趋于稳定,这是由基质吸力的变化所引起的;非饱和渗透 特征参数的选取会对土压力的计算产生显著影响。

Unified Solution of Rankine's Earth Pressure of Unsaturated Soil Under Rainfall

ZHAO Jun-hai, YIN Jia, ZHANG Chang-guang, DU Wen-chao (School of Civil Engineering, Chang'an University, Xi'an 710061, Shaanxi, China)

Abstract: Based on the unified strength theory and the principle of effective stress of Bishop, combining with rainfall infiltration analytic solution, the unified solution of Rankine's earth pressure formula of unsaturated soil under rainfall condition was established with taking the effect of the intermediate principal stress and material tension-pressure ratio into account. The availability was verified by an example, and the influence of matric suction during rainfall was discussed. The results indicate that with the increase of the unified strength theory parameters, the active earth pressure decreases, whereas the passive earth pressure shows the opposite trend. In the wake of the occurrence, infiltration and end of rainfall, the earth pressure presents a tendency of unstable variation but finally stabilizes, which is caused by the change of matric suction during rainfall. The parameter of soil permeability character will significantly influence the earth pressure.

Key words: unsaturated soil; rainfall infiltration; unified strength theory; matric suction; earth pressure

0 引 言

自然界中的土是由土颗粒和颗粒间隙组成的,

而现实土体中既存在空隙,也存在孔隙水,故工程中 的地基土体大多为非饱和土。非饱和土在现实中分 布非常广,多存在于半干旱和干旱地区地表周围土

收稿日期:2015-08-24

陕西省自然科学基础研究计划项目(2015JM4146)

基金项目:国家自然科学基金项目(41202191);中国博士后科学基金项目(2014M562357,2014M562358);

作者简介:赵均海(1960-),男,陕西西安人,教授,博士研究生导师,工学博士,E-mail:zhaojh@chal.edu.com。

体中,除此之外非干旱地区的许多土体如人工填土、 土坝、路基填土等也都处于非饱和状态。目前关于 饱和土压力的计算理论较多,而关于非饱和土压力 计算的研究却很少,其中比较有代表性的如:姚攀峰 等[1]通过广义朗肯土压力公式得出土的原位指标与 试验指标的关系,张健等[2]通过广义胡克定律将材 料泊松比引入朗肯土压力计算中,张常光等[3]结合 统一强度理论推导了非饱和土抗剪强度及土压力统 一解。基质吸力在非饱和土压力计算中很关键,当 基质吸力随外界条件变化时,十压力因基质吸力的 变化也会发生相应的改变。在自然界中,降雨、侵 润、蒸发等很多因素都可能引起土体干湿变化,从而 引起基质吸力及土压力的变化。降雨入渗是典型的 非饱和流-固耦合现象[4-5],分析降雨条件下非饱和 土压力时,雨水的瞬态渗流场、吸应力分布的变化、 土体极限平衡状态等要素都必须考虑,然而现有非 饱和土压力解多数未考虑降雨的影响。Fredlund 双应力状态变量公式^[6]和 Bishop 有效应力抗剪强 度公式[7] 是当前应用较广目较为成熟的非饱和土抗 剪强度理论,仅从非饱和土抗剪强度看,2个理论公 式的物理概念基本相同,不同点仅在于分别采用了 吸力角 φ^b 和有效应力参数 γ 两种不同的参数形 式^[8]。Bishop由于参数 y取值考虑因素众多,可以 使计算更精确。文献[9]将非饱和土力学理论与降 雨渗流理论相结合,得出降雨入渗下非饱和朗肯土 压力解,并与饱和土压力进行比较,但是未考虑中间 主应力效应,计算结果偏于保守,不能充分利用土体 的强度潜能。统一强度理论[10-11]考虑了中间主应力 的影响,适用于金属、岩石、土、混凝土、铸铁等应用 十分广泛的材料,因此逐渐被用于各个领域。本文 以现有的饱和土压力及非饱和土理论为基础,在 Bishop 有效应力原理和统一强度理论的基础上,结 合降雨入渗解析解,探讨降雨条件下非饱和朗肯土 压力计算,通过算例验证了推导公式的有效性并与 传统非饱和朗肯土压力计算方法进行比较,分析土 压力随时间及深度的变化。

1 统一强度理论

统一强度理论是俞茂宏提出的一种合理考虑中 间主应力效应的新的理论体系,可以广泛应用于各 种拉压特性的材料。岩土工程中经常使用材料的粘 聚力 *c* 和内摩擦角 *q* 表示主应力,其表达式^[10-11]为:

当
$$\sigma_2 \leqslant \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{\sin(\varphi)}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)$$
时

$$F = \sigma_1 - \frac{1 - \sin(\varphi)}{(1 + b)(1 + \sin(\varphi))} (b\sigma_2 - \sigma_3) = \frac{2c\cos(\varphi)}{1 + \sin(\varphi)}$$
(1)

$$\stackrel{\text{tr}}{=} \sigma_2 \geqslant \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{\sin(\varphi)}{2} (\sigma - \sigma_3) \text{ fr}$$

$$F' = \frac{\sigma_1 + b\sigma_2}{1 + b} - \frac{1 - \sin(\varphi)}{1 + \sin(\varphi)} \sigma_3 = \frac{2c\cos(\varphi)}{1 + \sin(\varphi)}$$

$$a = \frac{\sigma_t}{\sigma_2} = \frac{1 - \sin(\varphi)}{1 + \sin(\varphi)}, b = \frac{(1 + a)\tau_s - \sigma_t}{\sigma_s - \tau_s}$$

$$(2)$$

式中:F,F均为主应力强度理论函数; $\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3$ 分别 为最大主应力、中间主应力和最小主应力; $\sigma_c,\sigma_t,a,$ τ_s 分别为材料的抗压强度、抗拉强度、拉压比和抗剪 强度;b为统一强度理论参数,可以反映中间主切应 力及其面上的正应力对材料屈服或破坏的影响程 度,取值范围为 0 $\leq b \leq 1$ 。

文献[3]中取 $\sigma_2 = m(\sigma_1 + \sigma_3)/2, 2\mu \leq m \leq 1, m$ 为中间主应力系数, μ 为泊松比。在弹性区,取 $m = 2\mu$;在塑性区,m 趋近于 1。取压应力为正,整理可 得统一强度理论表达式为

$$\frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \sin(\varphi_t) + c_t \cos(\varphi_t)$$
(3)

$$\sin(\varphi_{t}) = \frac{b(1-m) + (2+b+bm)\sin(\varphi)}{2+b(1+\sin(\varphi))}$$
(4)

$$c_{t} = \frac{2(1+b)c\cos(\varphi)}{2+b(1+\sin(\varphi))} \frac{1}{\cos(\varphi_{t})}$$
(5)

式中:c_t为统一粘聚力; φ_t为统一内摩擦角。

当 *c*, *φ* 为已知量时, *c*₁, *φ*_t 为考虑了中间主应力 σ₂ 对材料屈服影响的新参数, 且仅是统一强度理论 参数 *b* 的函数。参数 *b* 和*m* 分别从对材料屈服或破 坏的影响程度和中间主应力的大小 2 个不同方面来 体现中间主应力效应。

2 非饱和土的抗剪强度

非饱和土抗剪强度是分析土体破坏与变形的基础。目前,应用较为普遍的非饱和土抗剪强度公式 主要有2种:一种是 Fredlund 提出的双应力状态变 量公式;另一种是 Bishop 基于饱和土有效应力原理 给出的经验公式。张常光等^[3]将统一强度理论和 Fredlund 双应力状态变量公式相结合,建立了非饱 和土抗剪强度统一解,并将其用于平面应变条件下 非饱和朗肯土压力的计算。非饱和土抗剪强度统一 解的表达式为

 $\tau_{f} = c'_{t} + (\sigma - u_{a}) \tan(\varphi'_{t}) + (u_{a} - u_{w}) \tan(\varphi^{b}_{t})$ (6) 式中: τ_{f} 为非饱和土的抗剪强度; c'_{t} 为有效统一粘聚 力; φ'_{t} 为有效统一内摩擦角; σ 为总应力; u_{a} 为孔隙 气压力; u_w 为孔隙水压力; $\sigma - u_a$ 为净法向应力; $u_a - u_w$ 为基质吸力。

根据张常光等在文献[8]中提出的 $tan(\varphi^b) = \chi tan(\varphi^b)$,可推出考虑中间主应力情况下,基于有效应力原理的非饱和土抗剪强度公式为

$$\tau_{\rm f} = c_{\rm t}^{'} + \left[(\sigma - u_{\rm a}) + \chi (u_{\rm a} - u_{\rm w}) \right] \tan(\varphi_{\rm t}^{'}) \qquad (7)$$

$$\sin(\varphi_{t}^{'}) = \frac{b(1-m) + (2+b+bm)\sin(\varphi_{t}^{'})}{2+b(1+\sin(\varphi_{t}^{'}))}$$
(8)

$$c'_{t} = \frac{2 + (1+b)c'\cos(\varphi')}{2 + b(1+\sin(\varphi'))} \frac{1}{\cos(\varphi'_{t})}$$
(9)

式中:c'为有效粘聚力; φ' 为有效内摩擦角; χ 为有效 应力参数。

Escario 等^[12], Van Genuchten^[13], Vanapalli 等^[14] 通过试验和理论研究发现,有效应力参数 χ 可采用 以下经验公式计算,即

$$\chi = \frac{S - S_{\rm r}}{1 - S_{\rm r}} = \{\frac{1}{1 + [\alpha(u_{\rm a} - u_{\rm w})]^n}\}^{1 - 1/n}$$
(10)

式中:S 为饱和度;S_r 为残余饱和度;α,n 均为土的 非饱和特征参数。

由 Iverson 理论^[9]可得,当坡角为 0°时,基质势 随时间变化的方程为

$$\psi(z,t \leqslant T) = (z-d)\beta + \frac{I_z}{K_z} \left[(\frac{Dt}{\pi})^{\frac{1}{2}} \exp(-\frac{z^2}{Dt}) - z \operatorname{erfc}(\frac{z^2}{Dt}) \right] \quad (11)$$

$$\psi(z,t > T) = \psi(z,t \leqslant T) - \frac{I_z}{K_z} \left\{ \left[\frac{D(t-T)}{\pi} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \exp\left[-\frac{z^2}{D(t-T)} \right] - z \operatorname{erfc}\left[\frac{z^2}{D(t-T)} \right] \right\} \quad (12)$$

式中: $\phi(z,t)$ 为 t 时刻位于 z 深度处地下水的压力 水头; erfc(•)为余误差函数; T 为降雨持续时间; d 为 z 方向的稳态地下水位; I_z 为 z 方向垂直入渗率; K_z 为 z 方向水力传导率; $D=4D_0$, D_0 为饱和水力 扩散度; β 为气体扩散系数, 取值为 1。

由式(11),(12)可求得压力水头,根据静水压力 近似得基质吸力 $u_a - u_w = |\psi(z,t)\rho_w g|$,将其代入 式(10)得

$$\chi = \{ \frac{1}{1 + \lfloor \alpha \mid \psi(z,t) \rho_{w}g \mid \rfloor^{n}} \}^{1-1/n}$$
(13)

式中:pw 为水的密度。

3 非饱和土压力计算

3.1 动土压力

如果挡土墙向背向填土方向发生位移并达到极限状态,此时作用在挡土墙上的土压力称为主动土压力。设土体内某点发生主动破坏,则有效主应力 σ₁,σ₃分别为

$$\overset{\sigma'_{1}}{=} (\sigma_{v} - u_{a}) + \chi (u_{a} - u_{w})$$

$$\overset{\sigma'_{3}}{=} (\sigma_{h} - u_{a}) + \chi (u_{a} - u_{w})$$

$$(14)$$

式中:σ_h为总水平应力;σ_v为总垂直应力。

图 1 为摩擦应力圆与破坏包络线,其中,P_p为 被动土压力,τ为剪应力,γ为重度。根据图 1 所示 几何关系及式(14)得主动土压力 P_a为

$$P_{a} = (\sigma_{v} - u_{a})K_{a} - 2c_{v}\sqrt{K_{a}} - \gamma(u_{a} - u_{w})(1 - K_{a})$$
(15)

式中: K'_{a} 为非饱和土朗肯主动土压力系数, K'_{a} = tan²($\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi'_{1}}{2}$)。



图 1 摩尔应力圆与破坏包络线

Fig. 1 Mohr's Circles of Stress and Failure Envelope

假定土体的垂直应力 $\sigma_v - u_a = \gamma z$,将 $u_a - u_w = |\varphi(z,t)\rho_w g|$ 及式(13)代人式(15),得到降雨条件下 朗肯主动土压力为

$$P_{a} = \gamma z K_{a}^{'} - 2c_{t}^{'} \sqrt{K_{a}} - \left\{ \frac{1}{1 + \left[\alpha \mid \psi(z,t) \rho_{w}g \mid \right]^{n}} \right\}^{1 - 1/n} \cdot \left| \psi(z,t) \rho_{w}g \mid (1 - K_{a}^{'}) \right|$$

$$(16)$$

3.2 被动土压力

如果挡土墙向填土方向发生位移并达到极限状态,此时作用在挡土墙上的土压力称为被动土压力。 参照第 3.1 节主动土压力推导方法,可得降雨条件 下朗肯被动土压力 *P*_p 为

$$P_{p} = \gamma z K_{p}^{'} + 2c_{t}^{'} \sqrt{K_{p}} + \{\frac{1}{1 + [\alpha | \psi(z,t) \rho_{w}g|]^{n}}\}^{1-1/n} \cdot |\psi(z,t) \rho_{w}g| (K_{p}^{'}-1)$$
(17)

$$\exists \Psi : K_{p}^{'} \; \mathfrak{H} \, \mathfrak{h}$$

4 算例及参数影响分析

4.1 算例分析

采用文献[9]中的算例对推导公式进行验证。 已知某挡土墙的墙高为7m,墙背直立光滑,填土表 面水平,稳态地下水位在 z=14 m 处,降雨持续时 间 $T=10\ 000\ s$,且降雨强度足够大 $(I_z/K_z=1)$,土 体主要参数见表1。挡土墙沿其纵向处于平面应变 状态,故取中间主应力系数 $m=1,\sigma_2=(\sigma_1+\sigma_3)/2$, 可通过统一强度理论参数b的取值分析中间主应力 σ_2 的影响。通过计算得出不同b值下 K'_s,K'_p 的取 值,见表 2。b=0时,土压力统一解退化为基于 Mohr-Coulomb准则的朗肯土压力,与文献[9]算例 一样;b=1时为基于双剪应力强度理论的土压力。

表1 土体参数 Tab 1 Perspectants of Sail

| 1 | lan, 1 | 1 ai aii | icuts of | 5011 |
|---|--------|----------|----------|------|
| | | / | D / | |

| $c^{'}/\mathbf{k}\mathbf{P}\mathbf{a}$ | $arphi^{'}/(^{\circ})$ | $\gamma/$ (kN • m ⁻³) | $D_0/(m^2 \cdot s^{-1})$ | п | α |
|--|------------------------|-----------------------------------|--------------------------|---|-----|
| 12 | 15 | 18 | 1×10^{-4} | 3 | 0.1 |

表 2 不同 b 值下 K_a, K_p 的取值

Tab. 2 Values of K_a and K_p Under Different Values of b

| b | m | $c^{'}/\mathrm{kPa}$ | $ec{arphi}/(^\circ)$ | $c_{\rm t}^{'}/{\rm kPa}$ | $ec{ec{\phi_{ m t}}}/(^\circ)$ | $K_{ m a}^{'}$ | $K_{ m p}^{'}$ |
|-----|---|----------------------|----------------------|---------------------------|--------------------------------|----------------|----------------|
| 0.0 | 1 | 12 | 15 | 12.00 | 15.00 | 0.59 | 1.70 |
| 0.5 | 1 | 12 | 15 | 13.84 | 17.17 | 0.54 | 1.84 |
| 1.0 | 1 | 12 | 15 | 15.00 | 18.52 | 0.52 | 1.93 |

图 2 给出了由式(16)解得的当 *T*=10 000 s,*b* 分别取 0,0.5,1 时,考虑降雨条件下非饱和土主动 土压力随深度的变化。



Fig. 2 Change of P_a with Depth Under Different

Values of b

由图 2 可见,随着统一强度理论参数 b 的减小, 主动土压力不断增大。在图 2 中,在 z=4 m 时,b=0 时的主动土压力比 b=1 时的主动土压力大 54.68%,并且计算值都小于常规饱和土压力公式计 算的主动土压力(45.62 kPa)。可见,考虑了中间主 应力能更好地发挥非饱和土的强度潜能,解释了在 工程中的朗肯主动土压力值较实测值偏大的原因。 另外,b=0 时总的土压力为 167 kPa(文献计算值为 178 kPa,相对误差为-6.1%),作用点距挡土墙底 2.57 m(文献计算值为 2.72 m,相对误差为-5.1%),本文计算值与文献值吻合良好,验证了理 论公式的正确性。b=1 时总的土压力为 126 kPa, 作用点距挡土墙底2.44 m。由于中间主应力的影 响,非饱和土主动土压力的减小,总的土压力降低, 主动土压力的作用点也降低。

通过式(16)计算所得 b=1 时 z=4 m 处主动土 压力随降雨的变化如图 3 所示。由图 3 可见,随着 降雨的发生、侵润和停止,主动土压力先减小后增大 再减小,当 T=500 000 s 时,变化减小,最后趋于稳 定。由于降雨导致基质吸力发生变化,相应土压力 减小,出现最高峰点是因为降雨停止所致。



图 3 4 m 深处 P_a 随时间的变化

Fig. 3 Change of P_a with Time at Depth of 4 m

图 4 给出了由式(17)计算得出的当 T = 10 000 s, b 分别取 0, 0.5, 1 时,考虑降雨条件下非 饱和土被动土压力随深度的变化。



Values of b

由图 4 可见,被动土压力随着统一强度理论参数 b 的增大而不断增大。在图 4 中,当 z=4 m 时, b=1时的被动土压力比 b=0 时的被动土压力增大 17.65%,并且计算值都大于常规饱和土压力公式计 算的被动土压力(154.31 kPa)。可见,考虑了中间 主应力能更好地发挥非饱和土的强度潜能,解释了 实际工程中朗肯被动土压力值较实测值偏小的原 因。另外,b=0 时总的土压力为 989 kPa,作用点距 挡土墙底 4.20 m,b=1 时总的土压力为1 150 kPa, 作用点距挡土墙底 4.32 m。由于中间主应力的影 响,非饱和土被动土压力的增大,总的土压力提高, 被动土压力的作用点也提高了。

通过式(17)计算所得 b=1 时 z=4 m 处被动土

压力随时间的变化如图 5 所示。由图 5 可见,随着 降雨的发生、侵润和停止,被动土压力先增大后减小 再增大,最后趋于稳定。





Fig. 5 Change of P_p with Time at Depth of 4 m

4.2 参数影响分析

图 6 给出了 z=4 m 时土的非饱和渗透特征参 数^[15] α , n 取值的变化对 P_a 产生的影响。由图 6 可 以看出:当 $n(\alpha)$ 一定时, P_a 随 $\alpha(n)$ 的增大而增大; 当n=4时, α 从 0.01 增加到 0.05, 主动土压力从 0 kPa增加到 15.33 kPa; α 从 0.05 增加到 0.1, 主动 土压力从 15.33 kPa 增加到 15.67 kPa, 增加了 2.2%; 当 $\alpha=0.05$ 时, n从 2 增加到 3, 主动土压力 从 6.27 kPa 增加到 13.79 kPa, 增加了 54.5%, n从 3 增加到 4, 主动土压力从 13.79 kPa 增加到 15.33 kPa, 增加了 11.46%。







图 7 给出了 z=4 m 时土的非饱和渗透特征参数 α,n 取值的变化对 P_p 产生的影响。由图 7 可以 看出:当 $n(\alpha)$ 一定时, P_p 随 $\alpha(n)$ 的增大而减小;当 n=4时, α 从 0.01 增加到 0.05,被动土压力从 235.9 kPa下降到 181.3 kPa,降低了 30%; α 从0.05 增加到 0.1,被动土压力从 181.3 kPa 下降到 180.7 kPa,降低了 0.33%; $\exists \alpha=0.05$ 时,n从 2 增 加到 3,被动土压力从 198.8 kPa 下降到184.3 kPa, 降低了 7.9%; n从 3 增加到 4,被动土压力从 184.3 kPa下降到 181.3 kPa,降低了 1.6%。



图 7 4 m 深处 P_p 随 α 和 n 的变化

Fig. 7 Changes of P_p with α and *n* at Depth of 4 m

可以看出:当 n 一定时,α 在 0.01~0.05 范围 内取值时,土压力变化较为明显,在 0.05~0.1 范围 内时,土压力较为稳定;当 α 一定时,n 在 2~3 范围 内取值时,土压力变化较为明显,在 3~4 范围内时, 土压力较为稳定。由此可见,在非饱和渗流计算中, 非饱和渗透特征参数的选择对于非饱和土压力的计 算也会产生很大影响。

5 结 语

(1)降雨条件下,非饱和土主动土压力小于饱和 土主动土压力,而被动土压力则相反;在本文算例 中,*b*=1时的主动土压力比*b*=0时主动土压力减 小54.68%(*z*一定时),*b*=1时的被动土压力比*b*= 0时的被动土压力增大17.65%(*z*一定时),因为考 虑中间主应力效应,使得非饱和土主动土压力变小, 被动土压力变大,故为了可以更好地发挥非饱和土 的强度潜能,在实际工程中应合理考虑中间主应力 的影响。

(2)随着降雨的发生、侵润和停止,主动土压力 先减小后增大再减小,最后趋于稳定,被动土压力先 增大后减小再增大,最后趋于稳定,该现象由降雨过 程中基质吸力的变化所致。

(2)非饱和渗透特征参数的选取会对土压力产 生较大的影响,为了提高非饱和土压力的计算精度, 选取合适的渗透特征参数,研究土的渗透特性也是 很有必要的。

参考文献:

References:

- [1] 姚攀峰,张 明,戴 荣,等.非饱和土的广义朗肯土 压力[J].工程地质学报,2004,12(3):285-291.
 YAO Pan-feng, ZHANG Ming, DAI Rong, et al. Generic Rankine Theory for Unsaturated Soils[J]. Journal of Engineering Geology, 2004, 12(3):285-291.
- [2] 张 健,胡瑞林,刘海斌,等.基于统一强度理论朗肯

土压力的计算研究[J]. 岩石力学与工程学报,2010, 29(增1):3169-3176.

ZHANG Jian, HU Rui-lin, LIU Hai-bin, et al. Calculation Study of Rankie Earth Pressure Based on Unified Strength Theory [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29 (S1): 3169-3176.

- 【3】 张常光,张庆贺,赵均海.非饱和土抗剪强度及土压力 统一解[J].岩土力学,2010,31(6):1871-1876.
 ZHANG Chang-guang,ZHANG Qing-he,ZHAO Junhai. Unified Solutions of Shear Strength and Earth Pressure for Unsaturated Soils[J]. Rock and Soil Mechanics,2010,31(6):1871-1876.
- 【4】 张延军,王恩志,王思敬.非饱和土中的流-固耦合研究[J].岩土力学,2004,25(6):999-1004.
 ZHANG Yan-jun, WANG En-zhi, WANG Si-jing.
 Study for Fluid-solid Coupling Process in Unsaturated Soil[J]. Rock and Soil Mechanics,2004,25(6):999-1004.
- [5] 徐 晗,朱以文,蔡元奇,等.降雨人渗条件下非饱和
 土边坡稳定分析[J].岩土力学,2005,26(12):1957-1962.

XU Han, ZHU Yi-wen, CAI Yuan-qi, et al. Stability Analysis of Unsaturated Soil Slopes Under Rainfall Infiltration[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26 (12):1957-1962.

- [6] FREDLUND D G, RAHARDJO H. Soil Mechanics for Unsaturated Soils[M]. New York: John Wiley & Sons, Inc, 1993.
- [7] BISHOP A W, BIGHT G E. Some Aspects of Effective Stress in Saturated and Partly Saturated Soils[J].
 Geotechnique, 1963, 13(3):177-197.
- [8] 张常光,赵均海,朱 倩.非饱和土抗剪强度公式分类 及总结[J].建筑科学与工程学报,2012,29(2):74-82.

ZHANG Chang-guang, ZHAO Jun-hai, ZHU Qian.

Classification and Summary of Shear Strength Formulate for Unsaturated Soils[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2012, 29(2):74-82.

[9] 汪丁建,童龙云,邱岳峰.降雨入渗条件下非饱和土朗 肯土压力分析[J]. 岩土力学,2013,34(11):3192-3196.

WANG Ding-jian, TONG Long-yun, QIU Yue-feng. Rankine's Earth Pressure Analysis of Unsaturated Soil Under Condition of Rainfall Infiltration[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, 34(11): 3192-3196.

- [10] 俞茂宏. 岩土类材料的统一强度理论及其应用[J]. 岩 土工程学报,1994,16(2):1-10.
 YU Mao-hong. Unified Strength Theory for Geomaterials and Its Applications [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering,1994,16(2):1-10.
- [11] 俞茂宏.双剪理论及其应用[M].北京:科学出版社, 1998.

YU Mao-hong. Twin-shear Theory and Its Application[M]. Beijing: Science Press, 1998.

- ESCARIO V, JUCA J, COPPE M S. Strength and Deformation of Partly Saturated Soils [C]//ICSMFE.
 Proceedings of the 12th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Rio: IC-SMFE, 1989;43-46.
- [13] VAN GENUCHTEN M T. A Closed-form Equation for Predicting the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Soils[J]. Soil Science Society of America Journal,1980,44(5):892-898.
- [14] VANAPALLI S K, FREDLUND D G. Comparison of Empirical Procedures to Predict the Shear Strength of Unsaturated Soils Using the Soil-water Characteristic Curve[J]. Advances in Unsaturated Geotechnics, 2000 (99):195-209.
- [15] LU N, LIKOS W L. Unsaturated Soil Mechanics[M]. New York: John Wiley & Sons, Inc, 2004.