

文章编号:1673-2049(2017)03-0119-08

# Taylor 摩擦圆法在浸水边坡稳定性计算中的拓展

高晓雯<sup>1</sup>, 李 萍<sup>2</sup>, 李同录<sup>2</sup>, 李征征<sup>3</sup>

(1. 信息产业部电子综合勘察研究院, 陕西 西安 710054; 2. 长安大学 地质工程与测绘学院, 陕西 西安 710054;  
3. 中国电建集团西北勘测设计研究院有限公司, 陕西 西安, 710065)

**摘要:**将 Taylor 摩擦圆法加以拓展, 应用于浸水边坡的稳定性计算; 叠加 3 个适当重度的独立边坡, 按照 Taylor 摩擦圆法的原理, 推导出水位下降情况下浸水边坡的稳定系数一般式, 简化该式得到边坡在水位突降、水位缓降、不浸水及完全淹没等特定条件下的稳定系数解析式; 利用推导的稳定系数计算式编写程序, 搜索边坡的临界滑动面和最小稳定系数。结果表明: 水位缓降条件下, 稳定系数是黏聚力与坡高比值的线性函数, 边坡陡时稳定系数随水位下降单调减小; 边坡缓时稳定系数随水位下降先减小后增大, 使稳定系数最小的水位在坡脚以上  $1/5 \sim 1/3$  坡高处; 水位突降时边坡的稳定系数明显小于相应水位缓降时, 并且水位突降幅度越大, 稳定系数越小。

**关键词:** Taylor 摩擦圆法; 浸水边坡; 稳定系数; 临界滑动面

中图分类号: TU435

文献标志码: A

## Extension of Taylor's Friction Circle Method in Submerged Slopes Stability Calculation

GAO Xiao-wen<sup>1</sup>, LI Ping<sup>2</sup>, LI Tong-lu<sup>2</sup>, LI Zheng-zheng<sup>3</sup>

(1. Electronic Comprehensive Investigation Surveying Institute of Ministry of Information Industry, Xi'an 710054, Shaanxi, China; 2. School of Geological Engineering and Surveying, Chang'an University, Xi'an 710054, Shaanxi, China; 3. Power China Northwest Engineering Corporation Limited, Xi'an 710065, Shaanxi, China)

**Abstract:** Taylor's friction circle method was extended and applied to calculate submerged slope stability. Based on the principle of Taylor's friction circle method and superposition of three independent slopes with appropriate unit weight, the general formula of the stability coefficient of submerged slope under the condition of water falling was derived. The general formula was simplified and used to obtain the analytical formula of stability coefficient of slope under certain conditions such as water level falling sharply, water level falling slowly, not water flooding and completely submerged. The derived formula of stability coefficient was used to write a program to search the critical slip surface and the minimum stability coefficient. The results show that the stability coefficient is a linear function about the ratio of cohesion and slope height under the condition of water level falling slowly. When the slope is steep, the stability coefficient decreases monotonically with the decrease of water level. When the slope is slow, the stability coefficient decreases firstly and then increases with the decrease of water level. The water level leading to the minimum stability coefficient is at  $1/5 \sim 1/3$  of slope height above the slope toe. When water level falls sharply, the stability coefficient of slope is obviously lower than that of water level falling slowly. The greater magnitude water drops, the smaller stability coefficient is.

收稿日期: 2016-10-21

作者简介: 高晓雯(1990-), 女, 河南商丘人, E-mail: 513385997@qq.com.

**Key words:** Taylor's friction circle method; submerged slope; stability factor; critical slip surface

## 0 引言

Taylor 摩擦圆法<sup>[1]</sup>是经典土坡稳定性计算方法之一,该方法限于均质简单土坡,只有 2 条假定,一是假定滑动面为圆弧,二是假定整个底滑动面上摩擦力和正应力的合力与摩擦圆相切。摩擦圆与滑动面圆弧同心,半径为滑动面圆弧半径  $R$  与内摩擦角  $\varphi$  正弦的积,即  $R\sin(\varphi)$ ,故称摩擦圆法。该方法不同于条分法,可做整体分析,因此无需对条间力作任何假定,同时满足力和力矩平衡,有严密的数学推导和解析表达,是极限平衡法中较为严谨的一种方法。Taylor 摩擦圆法平衡公式中的黏聚力、重度和坡高均为线性项,可单独提取出来,并将稳定系数定义为对黏聚力的折减系数,由此构成一个独立项,即稳定数。Taylor 摩擦圆法稳定系数表达式简单、直观,可方便用图表表示。由于稳定系数没有考虑对摩擦因数的折减,在实际应用时需通过类似迭代的过程反复查图表确定稳定系数。为此 Baker<sup>[2]</sup>对 Taylor 摩擦圆法做了一些改进,以方便直接查图表确定稳定系数及相应临界滑动面的位置。Hunter 等<sup>[3-4]</sup>基于 Taylor 摩擦圆法,推导了饱和和不排水黏性土坡( $\varphi=0^\circ$ )稳定系数表达式,并借助水位描述黏聚力随深度线性增长的特性,但不是将该法应用于浸水边坡的稳定性计算。

针对浸水边坡稳定性的研究,学者已经将水对坡体的物理化学作用、浮托力、渗透力、孔隙水压力<sup>[5-8]</sup>等的影响进行了探讨,结果表明边坡的稳定系数随着水位下降呈现先减小后增大的趋势<sup>[9-11]</sup>;时为民等<sup>[12-13]</sup>通过计算认为在水位下降过程中,使边坡稳定系数最小的水位在滑体的下 1/3 处,水位突降时边坡稳定性最差<sup>[14]</sup>。

本文将 Taylor 摩擦圆法加以拓展,应用于浸水边坡的稳定性计算。基于 Taylor 摩擦圆法的原理,叠加 3 个均质的独立边坡,推导了水位下降时浸水边坡稳定系数解析表达式,通过简化该式推导出水位突降、水位缓慢下降、不浸水及完全淹没时边坡稳定系数表达式。根据文献<sup>[14]</sup>,<sup>[15]</sup>提出的二维边坡临界滑动面搜索方法,编程实现临界滑动面搜索及相应最小稳定系数计算。

## 1 Taylor 摩擦圆法重力及重力矩

本文引用 Taylor 摩擦圆法中 2 个最主要的公

式,即滑体的重力和重力矩的计算式。均质边坡计算模型如图 1 所示,其中  $H$  为坡高, $\beta$  为坡角, $W_1$  为潜在滑体的重力, $\gamma$  为滑体土的天然重度, $2\alpha$  为滑动面圆弧  $\widehat{AB_1}$  的圆心角, $\lambda$  为弦  $AB_1$  的倾角, $n_1$  为滑动面深度与坡高之比, $n$  为坡脚至剪出口的距离与坡高之比,当滑动面过坡脚时  $n=0$ ,摩擦圆半径  $r=R\sin(\varphi)$ , $P$  为合力, $C$  为黏结强度。滑动面圆弧的半径  $R$  为

$$R = \frac{H}{2} \csc(\alpha) \csc(\lambda) \quad (1)$$

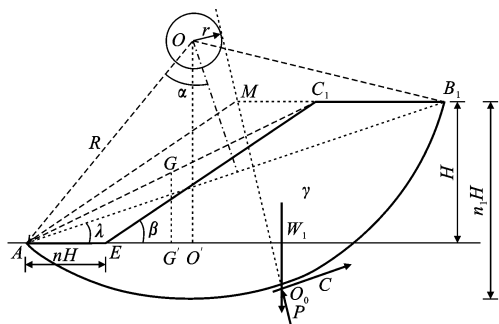


图 1 均质边坡计算模型

Fig. 1 Calculation Model for Homogeneous Slope

根据 Taylor 摩擦圆法的推导,潜在滑体的重力  $W_1$  为

$$W_1 = \frac{\gamma H^2}{4} \{ \alpha \csc^2(\lambda) \csc^2(\alpha) - \csc^2(\lambda) \cot(\alpha) + 2[\cot(\lambda) - \cot(\beta)] \} - \gamma n H^2 \quad (2)$$

令

$$f_1(\lambda, \alpha) = \frac{1}{2} \csc^2(\lambda) [\alpha \csc^2(\alpha) - \cot(\alpha)] + \cot(\lambda) - \cot(\beta) \quad (3)$$

则滑体  $AB_1C_1$  的重力可简化表示为

$$W_1 = \frac{\gamma H^2}{2} f_1(\lambda, \alpha) - \gamma n H^2 \quad (4)$$

滑体  $AB_1C_1$  的重力矩  $M_1$  为

$$M_1 = W_1 d_1 = \frac{\gamma H^3}{12} [1 - 2\cot^2(\beta) + 3\cot(\lambda)\cot(\beta) - 3\cot(\alpha)\cot(\beta) + 3\cot(\lambda)\cot(\alpha)] - \frac{\gamma H^3}{4} [2n^2 - 2n\sin(\varphi)\csc(\lambda)\csc(\alpha)] \quad (5)$$

式中: $d_1$  为滑体重力至圆弧圆心的力臂。

Taylor 摩擦圆法分析表明,当圆心位于剪出口右侧时,使摩擦圆与坡面中点的垂线相切,此时圆弧滑动面对应的稳定系数最小,由此可减小滑动面搜索的一个空间自由度,减少搜索的计算量,其力矩平

衡式就是在这条件下推导出来的。目前通过编程在全域搜索并不困难,为此本文放弃上述约束条件,得出力矩平衡的一般式,该公式在滑动面经过坡脚( $n=0$ )和圆心在剪出口左侧时都适用,此时  $n$  不再是一个计算量,而是一个用于求临界滑动面的变量。

图1中  $AEC_1M$  为平行四边形,其重心在对角线  $AC_1$  的中点  $G$  处,若不限定圆心的位置,则  $AEC_1M$  对圆心  $O$  的力臂  $L_{G'O'}$  可表达为

$$L_{G'O'} = \frac{1}{2} [H \cot(\beta) + nH] - R \sin(\alpha - \lambda) \quad (6)$$

将式(1)代入式(6),平行四边形  $AEC_1M$  的重力为  $\gamma n H^2$ , 则其重力矩  $M'$  为

$$M' = \frac{\gamma n H^3}{2} [\cot(\beta) + n - \cot(\lambda) + \cot(\alpha)] \quad (7)$$

将式(5)右端的末项用式(7)代替,可得滑体  $AB_1C_1$  的重力矩一般表达式为

$$M_1 = \frac{\gamma H^3}{12} [1 - 2\cot^2(\beta) + 3\cot(\lambda)\cot(\beta) - 3\cot(\alpha)\cot(\beta) + 3\cot(\lambda)\cot(\alpha)] - \frac{\gamma n H^3}{2} [\cot(\beta) + n - \cot(\lambda) + \cot(\alpha)] \quad (8)$$

令

$$\Psi(\lambda, \alpha) = \cot(\beta) + \cot(\alpha) - \cot(\lambda) \quad (9)$$

$$f_2(\lambda, \alpha) = \frac{1}{3} [1 - 2\cot^2(\beta)] + \cot(\beta) \cdot [\cot(\lambda) - \cot(\alpha)] + \cot(\lambda)\cot(\alpha) \quad (10)$$

则滑体  $AB_1C_1$  的重力矩可简化为

$$M_1 = \frac{\gamma H^3}{4} f_2(\lambda, \alpha) - \frac{\gamma n H^3}{2} [\Psi(\lambda, \alpha) + n] \quad (11)$$

## 2 水位下降时浸水边坡的稳定系数

对于浸水边坡,先考虑最一般的情况,即水位自某一高度  $H_2$  按一定速率下降到  $H_3$ 。在水位下降过程中和水位下降以后的一段时间内,假设后缘没有补给,坡体内部水位逐渐下降,最终达到低水位,下降前后水位之间、滑动面上的孔隙水压力  $u$  是变化的,  $u$  可用孔隙水压力系数  $r_u$  表示

$$u = r_u \gamma (D - D_2) \quad (12)$$

式中:  $D_2$  为下降前水位距离坡顶的高度;  $D$  为下降前后水位之间、滑动面上任一点至坡顶的高度。

为了概化出一般情况,考虑2种极端情况:一是滑体完全不透水,下降前后水位之间的滑体取饱和重度,滑动面上的孔隙水压力可以按下降前后的水位差计算;二是滑体透水性极好,下降前后水位之间的滑体取天然重度,滑动面上的孔隙水压力完全消

散。对于一般情况,一开始接近第1种情况,随着时间的推移逼近第2种情况。为了使模型简化,将下降前后水位之间的滑体重度按平均重度考虑,平均重度和水位下降程度有关,取值在饱和重度和天然重度的线性插值,可用孔隙水压力系数来近似表达平均重度  $\gamma_a$  随时间的变化,即

$$\gamma_a = \gamma + r_u \frac{\gamma}{\gamma_w} \left( \frac{e}{1+e} \gamma_w - \frac{w}{1+w} \gamma \right) \quad (13)$$

式中:  $\gamma_w$  为水的重度;  $e$  为孔隙比;  $w$  为土的含水率。

孔隙水压力未消散时,  $r_u = \gamma_w / \gamma$ ,  $\gamma_a$  为饱和重度,意味着滑体中水位还没有下降;最终孔隙水压力完全消散,  $r_u = 0$ , 则  $\gamma_a$  为天然重度。

水位下降时边坡稳定系数可建立3个坡度相同的模型进行叠加求得。模型1是Taylor摩擦圆法的均质边坡滑体  $AB_1C_1$ , 重度取天然重度,如图1所示;模型2是将下降前水位以下滑体  $AB_2C_2$  看成一个边坡[图2(a)], 坡高为坡脚到高水位的高度  $H_2$ , 滑动面滑弧  $\widehat{AB_2}$  圆心角为  $2\alpha_2$ , 弦  $AB_2$  的倾角为  $\lambda_2$ , 重度取平均重度  $\gamma_a$  与天然重度之差;模型3是将低水位以下滑体  $AB_3C_3$  看成一个边坡[图2(b)], 坡高为坡脚与低水位之间的距离  $H_3$ , 滑动面滑弧  $\widehat{AB_3}$  圆心角为  $2\alpha_3$ , 弦  $AB_3$  的倾角为  $\lambda_3$ , 重度取土的浮重度  $\gamma'$  与平均重度  $\gamma_a$  之差。对模型3而言,在计算力时,还必须考虑下降前后水位之间滑动面上的孔隙水压力,由于孔隙水压力的合力经过圆心,不考虑其对力矩的影响。叠加3个模型的重力和重力矩,即可得到水位下降模型的实际重力  $W$  及实际重力矩  $M$ , 参照Taylor摩擦圆法的推导过程,可得到稳定系数的解析式。

对于模型1,重力和重力矩的表达式见式(4)和式(11)。

对于模型2,其重度  $\gamma_2$  取平均重度  $\gamma_a$  和天然重度之差,即

$$\gamma_2 = r_u \frac{\gamma}{\gamma_w} \left( \frac{e}{1+e} \gamma_w - \frac{w}{1+w} \gamma \right) \quad (14)$$

设  $\theta_2$  为弦  $AB_1$  与弦  $AB_2$  的倾角之差,则

$$\theta_2 = \lambda - \lambda_2$$

由图1中圆的性质可得

$$\theta_2 = \alpha - \alpha_2$$

$$D_2 = 2R \sin(\theta_2) \sin(\lambda + \alpha - \theta_2)$$

则有

$$\theta_2 = \{\lambda + \alpha - \arccos[\frac{D_2}{R} + \cos(\lambda + \alpha)]\} / 2 \quad (15)$$

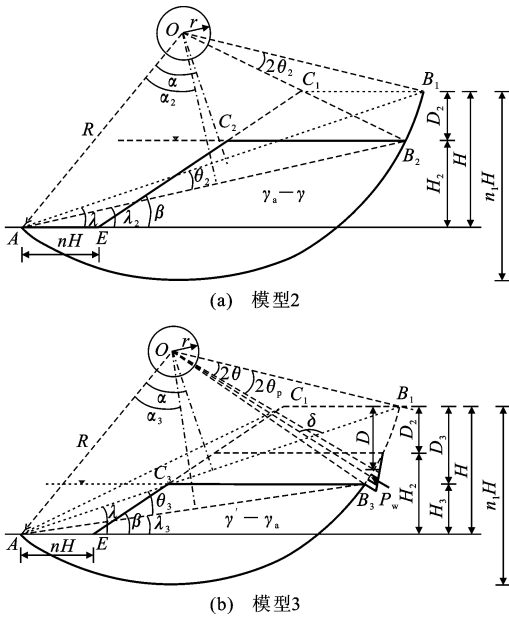


图2 水位下降时的独立边坡模型

Fig. 2 Independent Slope Models in Water Drawdown Case

$$\lambda_2 = \{\lambda - \alpha + \arccos[\frac{D_2}{R} + \cos(\lambda + \alpha)]\} / 2 \quad (16)$$

$$\alpha_2 = \{\alpha - \lambda + \arccos[\frac{D_2}{R} + \cos(\lambda + \alpha)]\} / 2 \quad (17)$$

与式(4)和式(11)类似,坡体  $AB_2C_2$  的重力  $W_2$  及重力矩  $M_2$  可表示为

$$W_2 = \frac{\gamma_2 H_2^2}{2} f_1(\lambda_2, \alpha_2) - \gamma_2 n H H_2$$

$$M_2 = \frac{\gamma_2 H_2^3}{4} f_2(\lambda_2, \alpha_2) - \frac{\gamma_2 n H H_2}{2} \cdot$$

$$\{H_2 [\cot(\beta) - \cot(\lambda_2) + \cot(\alpha_2)] + nH\}$$

设  $K_2$  为边坡  $AB_2C_2$  与边坡  $AB_1C_1$  的坡高之比,有

$$K_2 = \frac{H - D_2}{H} = \frac{H_2}{H} \quad (18)$$

则有

$$W_2 = K_2^2 \frac{\gamma_2 H^2}{2} f_1(\lambda_2, \alpha_2) - K_2 \gamma_2 n H^2 \quad (19)$$

$$M_2 = K_2^3 \frac{\gamma_2 H^3}{4} f_2(\lambda_2, \alpha_2) - K_2 \frac{\gamma_2 n H^3}{2} \cdot$$

$$[K_2 \Psi(\lambda_2, \alpha_2) + n] \quad (20)$$

对于模型3,其重度  $\gamma_3$  取浮重度  $\gamma'$  与下降前后水位之间平均重度  $\gamma_a$  之差,即

$$\gamma_3 = \gamma' - \gamma_a \quad (21)$$

设  $\theta_3$  为弦  $AB_1$  与弦  $AB_3$  的倾角之差,与模型2类似,有

$$\theta_3 = \{\lambda + \alpha - \arccos[\frac{D_3}{R} + \cos(\lambda + \alpha)]\} / 2 \quad (22)$$

$$\lambda_3 = \{\lambda - \alpha + \arccos[\frac{D_3}{R} + \cos(\lambda + \alpha)]\} / 2 \quad (23)$$

$$\alpha_3 = \{\alpha - \lambda + \arccos[\frac{D_3}{R} + \cos(\lambda + \alpha)]\} / 2 \quad (24)$$

设  $K_3$  为边坡  $AB_3C_3$  与边坡  $AB_1C_1$  的坡高之比,有

$$K_3 = \frac{H - D_3}{H} = \frac{H_3}{H} \quad (25)$$

边坡  $AB_3C_3$  的重力  $W_3$  及重力矩  $M_3$  为

$$W_3 = K_3^2 \frac{\gamma_3 H^2}{2} f_1(\lambda_3, \alpha_3) - K_3 \gamma_3 n H^2 \quad (26)$$

$$M_3 = K_3^3 \frac{\gamma_3 H^3}{4} f_2(\lambda_3, \alpha_3) - K_3 \frac{\gamma_3 n H^3}{2} \cdot$$

$$[K_3 \Psi(\lambda_3, \alpha_3) + n] \quad (27)$$

将以上3个模型的重力和重力矩叠加,根据式(4),(19),(26),可得实际重力  $W$  为

$$W = \frac{\gamma H^2}{2} f_1(\lambda, \alpha) - \gamma n H^2 + K_2^2 \frac{\gamma_2 H^2}{2} \cdot$$

$$f_1(\lambda_2, \alpha_2) - K_2 \gamma_2 n H^2 + K_3^2 \frac{\gamma_3 H^2}{2} \cdot$$

$$f_1(\lambda_3, \alpha_3) - K_3 \gamma_3 n H^2 \quad (28)$$

根据式(11),(20),(27),得实际重力矩  $M$  为

$$M = \frac{\gamma H^3}{4} f_2(\lambda, \alpha) - \frac{\gamma n H^3}{2} [\Psi(\lambda, \alpha) + n] +$$

$$K_2^3 \frac{\gamma_2 H^3}{4} f_2(\lambda_2, \alpha_2) - K_2 \frac{\gamma_2 n H^3}{2} \cdot$$

$$[K_2 \Psi(\lambda_2, \alpha_2) + n] + K_3^3 \frac{\gamma_3 H^3}{4} f_2(\lambda_3, \alpha_3) -$$

$$K_3 \frac{\gamma_3 n H^3}{2} [K_3 \Psi(\lambda_3, \alpha_3) + n] \quad (29)$$

由式(28),(29)可得稳定系数式中的一个重要参数  $\frac{H}{2d}$  为

$$\frac{H}{2d} = \{\gamma [f_1(\lambda, \alpha) - 2n] + \gamma_2 [K_2^2 f_1(\lambda_2, \alpha_2) - 2nK_2] +$$

$$\gamma_3 [K_3^2 f_1(\lambda_3, \alpha_3) - 2nK_3]\} / \{\gamma [f_2(\lambda, \alpha) - 2n \cdot$$

$$(\Psi(\lambda, \alpha) + n)] + \gamma_2 [K_2^3 f_2(\lambda_2, \alpha_2) - K_2 2n \cdot$$

$$(K_2 \Psi(\lambda_2, \alpha_2) + n)] + \gamma_3 [K_3^3 f_2(\lambda_3, \alpha_3) -$$

$$2nK_3 (K_3 \Psi(\lambda_3, \alpha_3) + n)]\} \quad (30)$$

下面根据力平衡求解稳定系数,水位下降时滑体力平衡的多边形如图3所示,与不考虑水的模型相比,在滑动面上增加了孔隙水压力的合力  $P_w$ 。这样滑体受重力  $W$ 、黏结强度  $C$ 、滑动面上摩擦力与正应力的合力  $P'$  以及孔隙水压力的合力  $P_w$  四个力的作用。假设水对坡体的强度参数  $c$  (黏聚力),  $\varphi$  值没有影响,  $C$  的大小及方向同 Taylor 摩擦圆原模型,  $W$  在式(28)中已求出,方向竖直向下;  $P'$  的方向仍

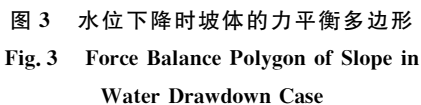


图3 水位下降时坡体的力平衡多边形  
Fig.3 Force Balance Polygon of Slope in Water Drawdown Case

由于孔隙水压力通过摩擦圆圆心,则其对力矩没有影响。 $W$  与  $P'$  的夹角  $\nu$  和 Taylor 摩擦圆法表达形式相同,将稳定系数  $F$  定义为对剪切强度的折减系数,则滑动面上实际发挥作用的摩擦角  $\phi_d$  为

$$\varphi_d = \arctan\left[\frac{\tan(\varphi)}{F}\right] \quad (31)$$

$$v = \eta - \arcsin\left[\frac{H}{2d} \sin(\eta) \csc(\lambda) \csc(\alpha) \sin(\varphi_d)\right] \quad (32)$$

$$\cot(\eta) = \frac{H}{2d} \alpha \sec(\lambda) \csc(\lambda) \csc^2(\alpha) - \tan(\lambda) \quad (33)$$

$$W/\sin(\frac{\pi}{2}+\lambda-\nu')=\frac{C}{\sin(\nu')} \quad (34)$$

$$C = \frac{2}{F} c R \sin(\alpha) \quad (35)$$

$$F = \frac{c}{H} [2 \cot(\lambda) \cot(v') + 2] / \{ \gamma [f_1(\lambda, \alpha) - 2n] +$$

$$\gamma_2[K_2^2 f_1(\lambda_2, \alpha_2) - 2nK_2] + \gamma_3[K_3^2 f_1(\lambda_3, \alpha_3) - 2nK_3] \} \quad (36)$$

先求出孔隙水压力的合力  $P_w$ , 对滑动面上孔隙水压力积分得

$$P_w = \int_{l_2}^{l_3} r_u \gamma (D - D_2) \cos(2\theta - 2\theta_p) dl \quad (37)$$

角和弧长;  $2\theta_p$  为  $P_w$  对应的圆心角。

$$D=R[\cos(\lambda+\alpha-2\theta)-\cos(\lambda+\alpha)] \quad (38)$$

$$l=2R\theta \quad (39)$$

$$\theta_p = \{\lambda + \alpha - \arccos[\frac{2D_3 - D_2}{3R} + \cos(\lambda + \alpha)]\}/2 \quad (40)$$
$$P_w = \frac{1}{4} r_u \gamma R^2 \{ \sin(\lambda + \alpha + 2\theta_p) [\cos(4\theta_2) - \cos(4\theta_3)] + \cos(\lambda + \alpha + 2\theta_p) [\sin(4\theta_3) - \sin(4\theta_2) + 4\theta_3 - 4\theta_2] \} - r_u \gamma R [R \cos(\lambda + \alpha) + D_2] [\sin(2(\theta_3 - \theta_p)) - \sin(2(\theta_2 - \theta_p))] \quad (41)$$
$$\delta = \frac{\pi}{2} - \lambda + \arccos\left[\frac{2D_3 - D_2}{3R} + \cos(\lambda + \alpha)\right] \quad (42)$$
$$\omega = \pi - \arcsin\left[\frac{W \sin(v)}{l_{\text{AD}}}\right] \quad (43)$$

$$P' = \frac{W \sin(\pi - \omega - v)}{\sin(\omega)} \quad (44)$$

$$P = \sqrt{P'^2 + P_w^2 - 2P'P_w \cos(\frac{\pi}{2} - \lambda + \delta + v)} \quad (45)$$

$$\mu = \arcsin \left[ \frac{P_w \sin(\frac{\pi}{2} - \lambda + \delta + v)}{P} \right] \quad (46)$$

$$v' = \mu + v \quad (47)$$

式(36)为水位下降时边坡稳定系数的一般式,该式在特定的条件下可以简化:

(1)当边坡中不浸水,即为均质土坡时, $H_2 = H_3 = 0, K_2 = K_3 = 0, P_w = 0, v' = v$ ,式(36)简化为

$$F = \frac{c}{H} \frac{2 \cot(\lambda) \cot(v) + 2}{\gamma[f_1(\lambda, \alpha) - 2n]} \quad (48)$$

式(48)和 Taylor 摩擦圆法的结果完全相同。

(2)当边坡完全淹没在水下时,  $H_2 = H_3 = H$ ,  $K_2 = K_3 = 1$ ,  $r_u = 0$ ,  $\gamma_2 = 0$ ,  $\gamma_3 = \gamma' - \gamma$ ,  $P_w = 0$ ,  $v' = v$ , 式(36)简化后和式(48)完全相同, 只是重度取土的浮重度  $\gamma'$ 。

(3) 当水位不发生变化时,  $H_2 = H_3, K_2 = K_3$ , 且  $r_u = 0, \gamma_2 = 0, \gamma_3 = \gamma' - \gamma, P_w = 0, v' = v$ , 为水位缓降下的浸水边坡, 模型 2 与模型 3 重合, 式(36)可简

化为

$$F = \frac{c}{H} [2\cot(\lambda)\cot(v) + 2] / \{ \gamma [f_1(\lambda, \alpha) - 2n] + (\gamma' - \gamma) [K_2^2 f_1(\lambda_2, \alpha_2) - 2nK_2] \} \quad (49)$$

(4) 当部分浸水边坡中水位下降速率非常慢或土体渗透性很强时, 地下水位与坡外水位同步下降, 此时的稳定系数表达式同式(49)。

(5) 当水位下降一段时间时, 两水位间滑动面上的孔隙水压力已消散, 即  $r_u = 0$ ,  $P_w = 0$ ,  $v' = v$ , 或处于水位缓降状态, 但坡体中水位缓降以上在毛细作用下, 一定高度  $H_2 - H_3$  的土体仍处于饱和状态, 即  $\gamma_2 = \gamma_{\text{sat}} - \gamma$ ,  $\gamma_3 = -\gamma_w$ , 其中  $\gamma_{\text{sat}}$  为土的饱和重度,  $F$  计算式为

$$F = \frac{c}{H} [2\cot(\lambda)\cot(v) + 2] / \{ \gamma [f_1(\lambda, \alpha) - 2n] + (\gamma_{\text{sat}} - \gamma) [K_2^2 f_1(\lambda_2, \alpha_2) - 2nK_2] - \gamma_w [K_3^2 f_1(\lambda_3, \alpha_3) - 2nK_3] \} \quad (50)$$

(6) 当水位骤然下降时, 两水位间滑体完全饱和, 且滑动面上的孔隙水压力一点没有消散, 即  $r_u = \gamma_w / \gamma$ ,  $\gamma_2 = \gamma_{\text{sat}} - \gamma$ ,  $\gamma_3 = -\gamma_w$ ,  $F$  计算式为

$$F = \frac{c}{H} [2\cot(\lambda)\cot(v') + 2] / \{ \gamma [f_1(\lambda, \alpha) - 2n] + (\gamma_{\text{sat}} - \gamma) [K_2^2 f_1(\lambda_2, \alpha_2) - 2nK_2] - \gamma_w [K_3^2 f_1(\lambda_3, \alpha_3) - 2nK_3] \} \quad (51)$$

### 3 算例分析

式(36)右端隐含  $F$ , 采用二分法求解此方程, 同时要搜索临界滑动面, 滑动面由  $n, \alpha, \lambda$  三个参数确定; 采用黄金分割法计算  $F$  关于  $n, \alpha, \lambda$  三个参数的极小值。这 2 种都是常用算法, 不具体介绍。以下给出 3 组算例对本文方法进行说明。

首先是不浸水情况, 取  $K_2 = K_3 = 0$ , 此时式(36)和 Taylor 摩擦圆法完全一样[式(48)]。显然, 式(48)很容易转化为 Taylor 摩擦圆法稳定系数公式, 稳定系数  $F$  和  $c/(\gamma H)$  呈线性关系, 为此分别取  $c/(\gamma H) = 0.1, 0.2$ , 取坡角  $\beta$  和内摩擦角  $\varphi$  的系列值, 用式(36)求  $F$  关于  $n, \alpha, \beta$  的极小值。将结果绘制成图 4, 通过插值就可以确定任意一组给定参数的稳定系数。

然后讨论水位缓降对边坡稳定系数的影响, 在此取土的天然重度  $\gamma = 17.5 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-3}$ , 孔隙比  $e = 0.67$ , 含水率  $w = 28\%$ , 水的重度  $\gamma_w = 9.81 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-3}$ , 孔隙水压力系数  $r_u = 0$ , 水位面距离坡脚的高度  $H_2 = H_3$ , 取水参数  $K_2$ 、坡角  $\beta$ 、内摩擦角  $\varphi$  的系列值。由式(49)可见, 稳定系数和  $c/H$  呈线

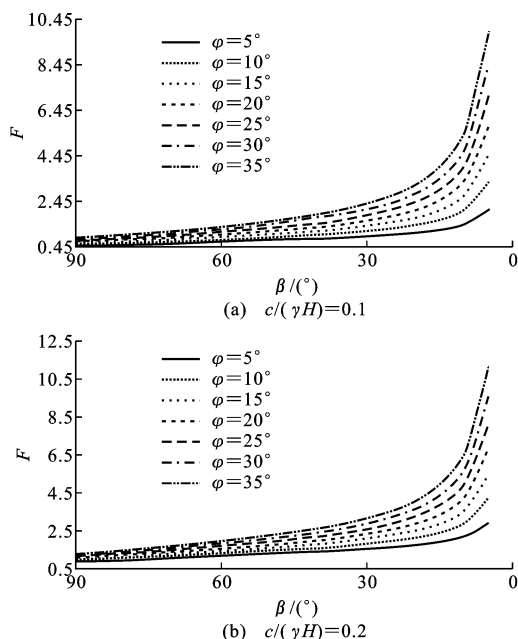


图 4 边坡不浸水情况下的稳定系数

**Fig. 4 Stability Factors of Slopes Without Water Flooding** 性关系。给定一组参数组合,  $c/H$  分别取 1.0, 2.0, 求  $F$  关于  $n, \alpha, \beta$  的极小值。将相同  $c/H$  和  $\varphi$  时的稳定系数与水位的关系绘于图 5。由图 5 可见: 当边坡陡时 ( $\beta > 60^\circ$  时), 稳定系数随水位下降单调减小; 当边坡缓时, 稳定系数随水位下降先减小后增大, 使稳定系数最小的水位在坡脚以上  $1/5H \sim 1/3H$  处。这个结论和许多文献对水库滑坡的分析结果一致。坡高、黏聚力、内摩擦角、坡角取值不同时, 稳定系数随水位升降的变化趋势一致。

最后讨论水位突降对边坡稳定系数的影响, 将水位缓降与水位突降 2 种浸水模型的稳定系数绘于图 6。图 6(a) 中坡角  $\beta = 60^\circ$ , 内摩擦角  $\varphi = 35^\circ$ , 图 6(b) 中坡角  $\beta = 30^\circ$ , 内摩擦角  $\varphi = 20^\circ$ , 二者其余条件相同: 孔隙比  $e = 0.43$ , 土的重度  $\gamma = 16 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-3}$ , 水的重度  $\gamma_w = 9.81 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-3}$ , 含水率  $w = 15\%$ , 坡高  $H = 50 \text{ m}$ , 黏聚力  $c = 50 \text{ kPa}$ 。取水位缓降时孔隙水压力系数  $r_u = 0$ , 水位突降时  $r_u = 0.61$ , 搜索从不同水位突降时边坡的稳定系数极小值。从图 6 可以看出: 相同的下降前水位  $K_2$  时, 稳定系数随着水位降幅的增大而单调减小; 相同的下降后水位  $K_3$  时, 水位突降时边坡稳定性明显低于水位缓降时, 并且水位突降幅度越大, 稳定系数越小。

图 5, 6 为在给定重度情况下得出的, 重度不同, 稳定系数会有变化。因此, 浸水边坡不易采用统一的图表确定稳定系数。

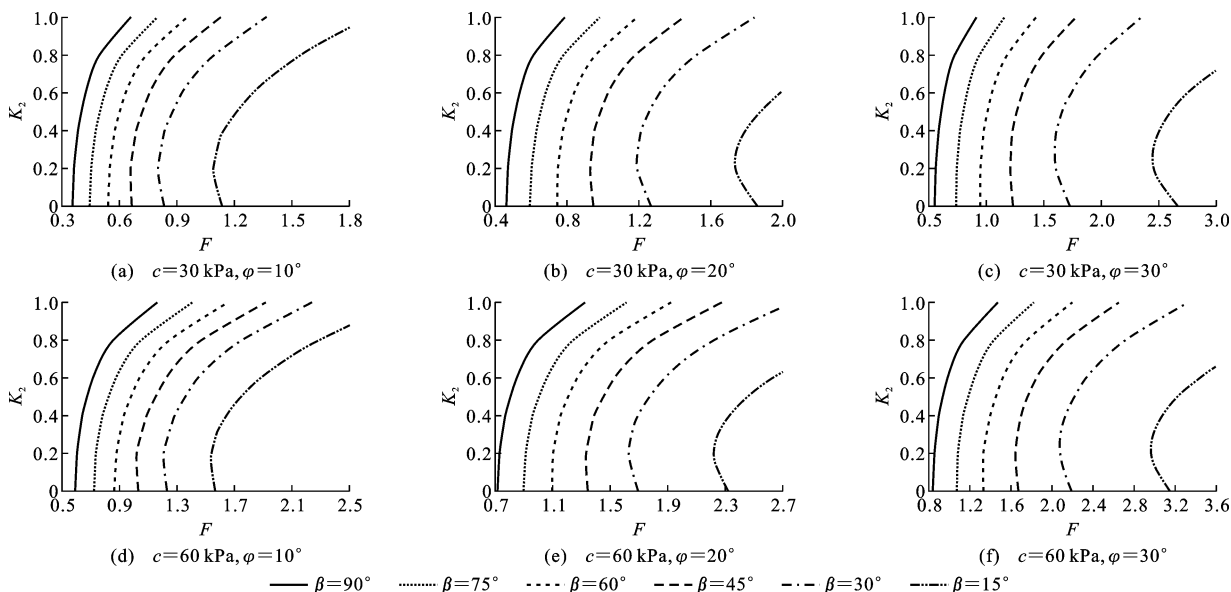


图 5 水位缓降时浸水边坡的稳定系数

Fig. 5 Stability Factors of Submerged Slopes when Water Level Falls Slowly

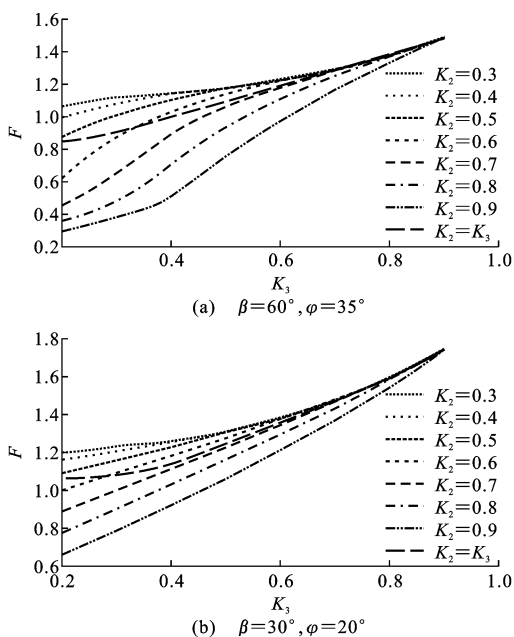


图 6 水位缓降与水位突降时浸水边坡的稳定系数对比

Fig. 6 Comparisons of Stability Factors of Submerged Slopes when Water Level Falls Slowly and Sharply

## 4 结 语

(1) Taylor 摩擦圆法作为经典的边坡稳定性计算方法,适用于均质简单土坡。本文基于 Taylor 摩擦圆法的推导过程,根据力和力矩叠加原理,推导出水位下降时计算边坡稳定系数的一般式,通过简化该式的条件,得到其他多种浸水边坡的稳定系数解析式。编写程序搜索临界滑动面及相应的最小稳定系数。在不浸水情况下,给定 2 组  $c/(\gamma H)$  值,绘制

稳定系数与坡角、内摩擦角的关系图表,通过  $c/(\gamma H)$  与稳定系数  $F$  的线性关系,插值确定任一组参数组合的边坡稳定系数。避免了采用 Taylor 摩擦圆法稳定系数图表进行迭代获取稳定系数的麻烦。

(2) 边坡浸水情况下,稳定系数为内摩擦角、坡角、重度及水位的非线性函数,不易采用图表形式表达稳定系数和它们之间的关系,但借助程序容易计算。水位缓降条件下,稳定系数为  $c/H$  的线性函数,给定重度、 $c/H$  等参数,当边坡陡时,稳定系数随水位升高单调增长;当边坡缓时,稳定系数随水位升高先减小后增大,并且使稳定系数最小的水位在坡脚以上  $1/5H \sim 1/3H$  处。水位突降时,边坡的稳定系数明显小于水位缓降时,并且水位突降的幅度越大,边坡稳定性越差。

(3) 本文建立了浸水边坡水位变化时稳定性计算一般式,有 2 点局限:推导假设水不影响滑动面的  $c, \phi$  值,与现实不符,但通过与文献结果对比,发现稳定系数结果差异很小,并且搜索的滑动面位置相似,该假设对浸水边坡的稳定性评价影响不大;算例都是在给定孔隙水压力系数的条件下利用软件计算,实际上水位变化过程中孔隙水压力系数随时间变化,其变化过程还和土体的渗透性、水位变化速率和变化幅度有关,是一个复杂的参数,后续将进一步研究更贴近实际的计算方法。

## 参考文献:

## References:

[1] TAYLOR D W. Stability of Earth Slopes[J]. Journal

- of the Boston Society of Civil Engineers, 1937, 24(3): 197-246.
- [2] BAKER R. A Second Look at Taylor's Stability Chart [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2003, 129(12): 1102-1108.
- [3] HUNTER J H, SCHUSTER R L. Stability of Simple Cutting in Normally Consolidated Clays [J]. Geotechnique, 1968, 18(3): 372-378.
- [4] GIBSON R E, MORGENSTERN N. A Note on the Stability of Cuttings in Normally Consolidated Clays [J]. Geotechnique, 1962, 12(3): 212-216.
- [5] 刘才华, 陈从新, 冯夏庭, 等. 地下水对库岸边坡稳定性的影响 [J]. 岩土力学, 2005, 26(3): 419-422.  
LIU Cai-hua, CHEN Cong-xin, FENG Xia-ting, et al. Effect of Groundwater on Stability of Slopes at Reservoir Bank [J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(3): 419-422.
- [6] 郭志华, 周创兵, 盛 谦, 等. 库水位变化对边坡稳定性的影响 [J]. 岩土力学, 2005, 26(增 2): 29-32.  
GUO Zhi-hua, ZHOU Chuang-bing, SHENG Qian, et al. Influence of Reservoir Water Level Variation on Slope Stability [J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(S2): 29-32.
- [7] 吴争光. 库水位变化对库岸边坡稳定性影响研究 [J]. 灾害与防治工程, 2009(1): 1-6.  
WU Zheng-guang. The Influence of Water Level Fluctuation on the Bank Slope Stability [J]. Disaster and Control Engineering, 2009(1): 1-6.
- [8] 朱冬林, 任光明, 聂德新, 等. 库水位变化下对水库滑坡稳定性影响的预测 [J]. 水文地质工程地质, 2002(3): 6-9.  
ZHU Dong-lin, REN Guang-ming, NIE De-xin, et al. Effecting and Forecasting of Landslide Stability with the Change of Reservoir Water Level [J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2002(3): 6-9.
- [9] 时卫民, 郑颖人. 库水位下降情况下滑坡的稳定性评价 [J]. 工程勘察, 2004(1): 26-30, 35.  
SHI Wei-min, ZHENG Ying-ren. Evaluation on Stability of Landslide During Reservoir Drawdown [J]. Geotechnical Investigation & Surveying, 2004(1): 26-30, 35.
- [10] 王学武, 冯学钢, 王维早. 库水位升降作用对库岸滑坡稳定性的影响研究 [J]. 水土保持研究, 2006, 13(5): 232-234, 237.  
WANG Xue-wu, FENG Xue-gang, WANG Wei-zao. Study on the Effect to the Bank Landslide in Rising and Drawdown of Water Level of the Three Gorges Reservoir [J]. Research of Soil and Water Conservation, 2006, 13(5): 232-234, 237.
- [11] 罗红明, 唐辉明, 章广成, 等. 库水位涨落对库岸滑坡稳定性的影响 [J]. 地球科学, 2008, 33(5): 687-692.  
LUO Hong-ming, TANG Hui-ming, ZHANG Guang-cheng, et al. The Influence of Water Level Fluctuation on the Bank Landslide Stability [J]. Earth Science, 2008, 33(5): 687-692.
- [12] 时卫民, 郑颖人. 库水位下降情况下滑坡的稳定性分析 [J]. 水利学报, 2004(3): 76-80.  
SHI Wei-min, ZHENG Ying-ren. Analysis on Stability of Landslide During Reservoir Drawdown [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2004(3): 76-80.
- [13] 郑颖人, 唐晓松. 库水作用下的边(滑)坡稳定性分析 [J]. 岩土工程学报, 2007, 29(8): 1115-1121.  
ZHENG Ying-ren, TANG Xiao-song. Stability Analysis of Slopes Under Drawdown Condition of Reservoirs [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(8): 1115-1121.
- [14] 李同录, 邓宏科, 李 萍, 等. 搜索简单土坡潜在滑动面的一种新方法 [J]. 长安大学学报: 地球科学版, 2003, 25(3): 56-59.  
LI Tong-lu, DENG Hong-ke, LI Ping, et al. A New Method for Quick Searching Potential Sliding Surface of the Simple Earth Slope [J]. Journal of Chang'an University: Earth Science Edition, 2003, 25(3): 56-59.
- [15] 李同录, 王刘华, 张常亮, 等. 土质边坡空间临界滑动面搜索的优化算法 [J]. 地球科学与环境学报, 2011, 33(3): 300-305.  
LI Tong-lu, WANG Liu-hua, ZHANG Chang-liang, et al. Optimistic Method for Searching the Spatial Critical Slip Surface of Earth Slopes [J]. Journal of Earth Sciences and Environment, 2011, 33(3): 300-305.