

文章编号:1673-2049(2017)06-0110-06

单箱双室组合箱梁剪力滞效应分析

周世军^{1,2},黄瑜^{1,2},江瑶^{1,2},陈晨³,李文昊^{1,2},方吕^{1,2}

(1. 重庆大学 土木工程学院,重庆 400045; 2. 重庆大学 山地城镇建设与新技术教育部重点实验室,
重庆 400045; 3. 中铁二十一局集团第五工程有限责任公司,重庆 400025)

摘要:通过对组合箱梁底板、混凝土顶板与悬臂翼板引入不同的剪滞翘曲位移函数,利用能量变分法推导出考虑界面相对滑移、钢腹板剪切变形和剪力滞效应的微分方程及均布荷载作用下的解析解。以带有悬臂翼板的单箱双室组合箱梁为例,运用提出的解析法对其剪力滞效应进行分析,并与ANSYS有限元结果对比。结果表明:提出的解析法所得结果与ANSYS空间有限元计算结果吻合良好;界面滑移量和挠度随着滑移刚度的增大而增加,而剪力滞效应则无较明显的变化,因此在一定条件下可忽略滑移刚度对剪力滞效应的影响;混凝土顶板应力随着滑移刚度的增大而增大,且中腹板部位处顶板的剪力滞效应较边腹板部位处大,而钢箱梁底板则与之相反。

关键词:钢-混凝土组合箱梁;剪力滞效应;能量变分法;滑移

中图分类号:TU441 文献标志码:A

Analysis of Shear Lag Effect of Single-box Twin-cell Composite Box Girder

ZHOU Shi-jun^{1,2}, HUANG Yu^{1,2}, JIANG Yao^{1,2}, CHEN Chen³, LI Wen-hao^{1,2}, FANG Lu^{1,2}

(1. School of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045; 2. Key Laboratory of New Technology for Construction of Cities in Mountain Area, Chongqing University, Chongqing 400045, China;
3. Fifth Engineering Corporation of China Railway 21th Bureau Group, Chongqing 400025, China)

Abstract: The different shear warping displacement functions were introduced into the composite box girder plate, the concrete roof and the cantilever plate. The differential equations were deduced by energy variational method for the shear lag effect, the relative slip of the interface and the shear deformation of the steel web. A closed-form solution for the case of uniform loading was derived. Taking the single-box double-cell composite box girder with cantilever wing as an example, the shear lag effect was analyzed by using the proposed analytical method and compared with the finite element numerical solution analyzed by the software of ANSYS. The results show that the results obtained by the analytical method are in good agreement with the finite element calculation results of ANSYS. With the increase of the sliding stiffness, the interface slip and the deflection increase, while the shear lag effect has no obvious change. Therefore, the influence of the sliding stiffness on the shear lag effect can be neglected under certain conditions. The stress of the concrete roof increases with the increase of the sliding stiffness, and the shear lag effect of the roof in the middle web part is larger than the edge web part, while the steel box girder floor is opposite.

Key words: steel-concrete composite box girder; shear lag effect; energy variational method; slip

0 引言

钢-混凝土组合箱梁通过抗剪连接件将混凝土顶板与钢箱梁紧密连接在一起共同受力, 以便充分发挥 2 种材料的性能^[1]。由于抗剪连接件的刚度并非无穷大, 因此在钢箱梁和混凝土顶板接触面之间将产生相对滑移; 同时钢箱梁腹板的剪切变形会引起其横截面和轴线之间的相对转动, 钢箱梁底板和混凝土顶板因剪切变形而引起剪力滞效应。当其中一种剪切变形不能被忽略时, 这样的组合梁将不能利用 Euler-Bernoulli 梁进行分析。现有的组合梁单元大都仅考虑了接触面的相对滑移与剪切变形中的一种。Adekola^[2]通过建立柔性剪力连接组合梁模型来考虑界面滑移和剪力滞效应; 骆佐龙等^[3]基于变分原理推导出组合单元的刚度矩阵, 大大减少了组合单元节点自由度, 从而提高了有限元的计算效率。程海根等^[4]以带悬臂翼板的组合箱梁为例分析了其应力与挠度在不同剪力连接件刚度下的变化规律; 周勇超等^[5]以最小势能原理推导出考虑界面滑移的解析解, 并验证剪力滞与相对滑移量无关而与相对滑移趋势有关; 孙飞飞等^[6]以 Newmark 模型^[7]为基础, 建立了同时考虑滑移与剪切变形的组合梁模型, 推导出解析解并用有限元模型验证考虑剪切变形的重要性。

综上所述, 国内外学者对组合结构的剪力滞效应进行了大量分析, 但多局限于钢梁采用工字形截面或单箱单室, 且仅考虑单因素分析。对于单箱双室或多室的组合箱梁剪力滞研究较少。孙飞飞等^[6]已经论证考虑钢梁剪切变形对于分析组合结构剪力滞效应的重要性。因此, 本文在单箱双室组合箱梁的剪力滞效应分析中同时考虑相对滑移和剪切变形, 选取二次抛物线形式的剪滞翘曲位移函数, 推导其解析解, 以简支组合箱梁为算例进行验证, 并与有限元软件 ANSYS 结果进行对比分析。

1 组合箱梁模型的建立

本文研究等截面单箱双室组合箱梁, 引入直角坐标系 $Oxyz$, 如图 1 所示, 其中, u_c, u_s 分别为混凝土顶板和钢箱梁形心处的纵向位移; h_1, h_2, h_3 分别为混凝土顶板、悬臂板和钢箱梁底板形心到组合梁截面形心的距离; $s(x)$ 为广义相对滑移量, $s(x) = u_s - u_c$; w 为组合箱梁的竖向挠度; w' 为 w 产生的截面转角; ϕ 为混凝土顶板和钢箱梁的平均转角。选取截面形心处为坐标原点, 其 x 轴平行于变形前

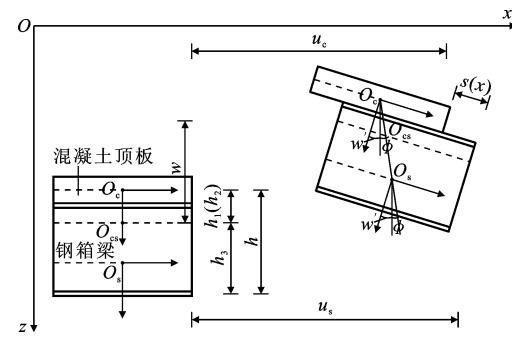


图 1 组合箱梁滑移效应分析模型

Fig. 1 Analysis Model of Slip Effect of Combined Box Girder

组合箱梁的跨度方向。假定梁横截面对称, 使得坐标平面 xz 与梁的对称平面重合。

组合箱梁横截面几何参数标注见图 2, 其中, t_1, t_2, t_3, t_4, t_5 分别为混凝土顶板、悬臂板、钢箱梁底板、钢箱梁腹板和钢箱梁上翼缘板的厚度; b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 分别为混凝土顶板、悬臂板、钢箱梁底板、钢箱梁腹板和钢箱梁顶板的宽度; b'_3 为翼缘宽度。

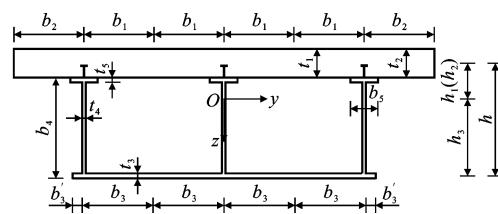


图 2 组合箱梁横截面

Fig. 2 Cross Section of Composite Box Girder

1.1 基本假定

本文为便于理论推导, 对组合箱梁理论分析模型作如下假设:

(1) 忽略混凝土顶板与钢箱梁间的竖向相对位移, 即两者交界面处竖向挠度值相同。

(2) 混凝土顶板仅考虑纵向的正应变 ϵ_x 和剪应变 γ_{xy} , 其他应变量均忽略不计。

(3) 假定在竖向荷载作用下, 组合箱梁中和轴的位置仍按初等梁理论确定, 不计翘曲位移函数引起板中翘曲正应力产生的附加轴力^[8]。

(4) 混凝土与钢箱梁接触面的滑移量集中在剪力连接件处且与剪力连接件刚度呈线性关系。

(5) 混凝土和钢材均为理想弹性材料, 不考虑混凝土板中钢筋的作用。

1.2 剪滞翘曲位移函数的选定

剪力滞效应的本质是由翼板的剪切变形所致, 蔺鹏臻等^[9]通过分析在竖向弯曲时箱梁截面上剪力流的分布规律, 提出利用翼板剪切变形规律来定义

其剪滞翘曲函数的方法，并证明其变分解与实测值、有限元数值解吻合良好。本文基于此方法，对顶底板以及悬臂翼板分别定义不同的剪滞翘曲位移函数： $\varphi_1(y)$ （混凝土顶板）， $\varphi_2(y)$ （混凝土悬臂翼板）， $\varphi_3(y)$ （钢箱梁底板）。各位移函数表达式为

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1(y) &= 1 - \left(\frac{y - b_1}{b_1} \right)^2 \\ \varphi_2(y) &= \left[1 - \left(\frac{2b_1 + b_2 - y}{b_2} \right)^2 \right] \left(\frac{b_2}{b_1} \right)^2 \\ \varphi_3(y) &= \left[1 - \left(\frac{y - b_3}{b_3} \right)^2 \right] \left(\frac{b_3}{b_1} \right)^2 \left(\frac{h_3}{h_1} \right) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

本文在线弹性范围内对组合箱梁进行研究，因此其受力行为可按线性位移叠加原理计算。组合箱梁横截面上任一点纵向位移由以下 4 项叠加而成：组合箱梁纵向位移、混凝土顶板与钢箱梁自身弯曲变形、混凝土顶板与钢箱梁间相对滑移、翘曲位移^[10]。

根据图 1 所示相关变量的几何关系，组合箱梁上任意一点的纵向位移可表示为

$$\left. \begin{aligned} u_1(x, y, z) &= K_c s(x) - h_1 [-\phi(x) + \varphi_1(y)u(x)] \\ u_2(x, y, z) &= K_c s(x) - h_2 [-\phi(x) + \varphi_2(y)u(x)] \\ u_3(x, y, z) &= K_s s(x) - h_3 [-\phi(x) + \varphi_3(y)u(x)] \\ u_4(x, y, z) &= K_s s(x) - z\phi(x) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中： u_1, u_2, u_3, u_4 分别为混凝土顶板、悬臂翼板、钢箱梁底板与钢梁腹板上任意一点的纵向位移； K_c 为混凝土顶板纵向滑移函数， $K_c = -E_s A_s / (E_c A_c + E_s A_s)$ ； K_s 为钢箱梁纵向滑移系数， $K_s = E_c A_c / (E_c A_c + E_s A_s)$ ； E_c, E_s 分别为混凝土顶板与钢箱梁的弹性模量； A_c, A_s 分别为混凝土与钢箱梁的截面面积； $\phi(x)$ 为横截面的转角， $\phi(x) = w'(x) - \beta(x)$ ， $\beta(x)$ 为钢腹板剪切应变的平均值， $\beta(x) = \alpha_s Q(x) / (G_s A_w)$ ， α_s 为剪切系数， $Q(x)$ 为竖向剪力， G_s 为钢箱梁的剪切模量， A_w 为钢腹板的横截面面积； $u(x)$ 为最大纵向位移差函数。

2 控制微分方程及其求解

根据虚功原理，可得单箱双室组合箱梁在竖向荷载作用下的总势能 Π 为

$$\begin{aligned} \Pi &= \frac{1}{2} \int_{V_c} (E_c \epsilon_c^2 + G_c \gamma_c^2) dV + \frac{1}{2} \int_{V_s} (E_s \epsilon_s^2 + \\ &G_s \gamma_s^2) dV + \frac{1}{2} \int_0^L K_{sl} s^2(x) dx + \\ &\int_0^L M(x) \phi'(x) dx - \int_0^L Q(x) \beta(x) dx \end{aligned} \quad (3)$$

式中： L 为组合箱梁的跨度； K_{sl} 为滑移刚度； $M(x)$

为组合箱梁沿轴向的弯矩分布； ϵ_s, ϵ_c 分别为钢箱梁和混凝土顶板的正应变； G_c 为混凝土顶板的剪切模量； γ_c, γ_s 分别为混凝土顶板和钢箱梁的剪应变。

根据最小势能原理，在外力处于平衡状态，存在一组位移使得整个体系的总势能最小，体系总势能的一阶变分为 0，即 $\delta\Pi=0$ 。经分部积分得到控制微分方程组及边界条件如下

$$B_3 \phi'(x) + \frac{1}{2} B_4 u'(x) + \frac{1}{2} B_6 s'(x) + M(x) = 0 \quad (4)$$

$$B_1 s''(x) + \frac{1}{2} B_5 u''(x) + K_{sl} s(x) - \frac{1}{2} B_6 \phi''(x) = 0 \quad (4)$$

$$B_2 u''(x) + \frac{1}{2} B_5 s''(x) + B_7 u(x) - \frac{1}{2} B_4 \phi'(x) = 0 \quad (4)$$

$$[B_4 u'(x) + B_6 s'(x)] \delta\phi|_0^L = 0 \quad (5)$$

其中

$$B_1 = K_c^2 E_c \left(\frac{I_{s1}}{h_1^2} + \frac{I_{s2}}{h_2^2} \right) + n K_s^2 E_c \left(\frac{I_{s3}}{h_3^2} + \frac{I_{s4}}{h_4^2} \right)$$

$$B_2 = \frac{8}{15} E_c (I_{s1} + I_{s2}) \frac{b_2^4}{b_1^4} + n I_{s3} \frac{h_3^2 b_3^4}{h_1^2 b_1^4}$$

$$B_3 = E_c [I_{s1} + I_{s2} + n(I_{s3} + I_{s4})]$$

$$B_4 = -\frac{4}{3} E_c (I_{s1} + I_{s2}) \frac{b_2^2}{b_1^2} + n I_{s3} \frac{h_3 b_3^2}{h_1 b_1^2}$$

$$B_5 = -\frac{4}{3} E_c [K_c \left(\frac{I_{s1}}{h_1} + \frac{I_{s2} b_2^2}{h_2 b_1^2} \right) - n K_s I_{s3} \frac{h_3 b_3^2}{h_1 b_1^2}]$$

$$B_6 = 2 E_c [K_c \left(\frac{I_{s1}}{h_1} + \frac{I_{s2}}{h_2} \right) - n K_s \left(\frac{I_{s3}}{h_3} + \frac{I_{s4}}{h_4} \right)]$$

$$B_7 = \frac{2}{3} E_c \left[\frac{G_c}{E_c b_1^2} (I_{s1} + I_{s2}) \frac{b_2^2}{b_1^2} + \frac{G_s I_3^2 h_3^2}{E_s b_1^2 h_1^2} I_{s4} \right]$$

式中： $n = E_s / E_c$ ； $I_{s1}, I_{s2}, I_{s3}, I_{s4}$ 分别为混凝土顶板、悬臂翼板、钢箱梁底板和钢腹板对组合箱梁中和轴的惯性矩， $I_{s1} = 4b_1 t_1 h_1^2$ ， $I_{s2} = 2b_2 t_2 h_2^2$ ， $I_{s3} = 4b_2 t_3 h_3^2$ ， $I_{s4} = 3b_4 t_4 h_4^2$ ， t'_4 为钢腹板换算厚度， $t'_4 = \frac{b_4 t_4 + b_5 t_5}{b_4}$ 。

3 均布荷载作用下的解析解

均布荷载下的简支组合箱梁如图 3 所示。在混凝土顶板上表面对应钢箱梁腹板的位置分别布置 $q/3$ (q 为均布荷载) 的均布线荷载，简支梁的弯矩和剪力为

$$\left. \begin{aligned} M(x) &= \frac{1}{2} q(L-x)x \\ Q(x) &= \frac{1}{2} q(L-2x) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

边界条件为

$$\left. \begin{aligned} w(0) &= 0, & w''(0) &= 0, & s'(0) &= 0 \\ w(L) &= 0, & w''(L) &= 0, & s'(L) &= 0 \end{aligned} \right.$$

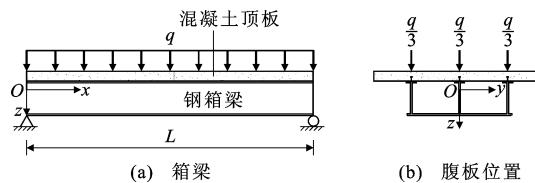


图 3 均布荷载下的简支组合箱梁

Fig. 3 Simply Supported Combined Box Girder Under Uniform Distributed Load

$$\begin{cases} u'(0)=0 \\ u(L)=0 \end{cases}, w(L/2)=0 \quad (7)$$

联立方程组(4), 得到剪力滞纵向位移差函数的4阶常微分方程为

$$u^{(4)}(x)+C_1 u''(x)+C_2 u(x)=C_3 Q(x) \quad (8)$$

式中: $C_1=-(16B_1B_3^2B_7+4B_3B_6^2B_7+16B_2B_3^2K_{s1}+4B_3B_4^2K_{s1})/\xi$; $\xi=(2B_3B_5+B_4B_6)^2-(4B_1B_3+B_6^2)\cdot(4B_2B_3+B_4^2)$; $C_2=-16B_3^2B_7K_{s1}/\xi$; $C_3=8B_3B_4K_{s1}/\xi$ 。

由式(8)解得翘曲位移函数为

$$u(x)=D_1 \sinh(r_1 x)+D_2 \cosh(r_1 x)+D_3 \sinh(r_2 x)+D_4 \cosh(r_2 x)+\frac{C_3(L-2x)q}{2C_2} \quad (9)$$

式中: $r_1=\sqrt{\frac{-C_1+\sqrt{C_1^2-4C_2}}{2}}$;

$$r_2=\sqrt{\frac{-C_1-\sqrt{C_1^2-4C_2}}{2}}.$$

将式(9)代入方程组(4), 可得

$$s(x)=J_1[D_1 \sinh(r_1 x)+D_2 \cosh(r_1 x)]+J_2[D_3 \sinh(r_2 x)+D_4 \cosh(r_2 x)]+J_3 qx^2(3L-2x)+D_5 x+D_6 \quad (10)$$

式中: $J_1=-\frac{r_1^2(4B_3B_7+B_4^2)+4B_3B_7}{r_1^2(2B_3B_5+B_4B_6)}$;

$$J_2=-\frac{r_2^2(4B_3B_7+B_4^2)+4B_3B_7}{r_2^2(2B_3B_5+B_4B_6)};$$

$$J_3=-\frac{2C_3B_3B_7+C_2B_4}{6(2C_2B_3B_5+C_2B_4B_6)}.$$

将式(9),(10)求导后代入方程组(4), 解得

$$w(x)=J_4[D_1 \cosh(r_1 x)+D_2 \sinh(r_1 x)]+J_5[D_3 \cosh(r_2 x)+D_4 \sinh(r_2 x)]+\frac{J_3 K_{s1} q x^5}{30 B_6}(3L-x)+\frac{J_3 B_1 q x^3}{B_6}(2L-x)+\frac{D_5 K_{s1} x^4}{12 B_6}+\frac{D_6 K_{s1} x^3}{3 B_6}+\frac{\alpha_s q x(L-x)}{2 G_s A_w}+D_7 x^2+D_8 x+D_9 \quad (11)$$

式中: $J_4=\frac{B_5 r_1^2+2B_1 J_1 r_1^2+2K_{s1} J_1}{B_6 r_1^3}$;

$$J_5=\frac{B_5 r_2^2+2B_1 J_2 r_2^2+2K_{s1} J_2}{B_6 r_2^3}.$$

依据边界条件式(7)可求得系数 $D_1 \sim D_9$, 但由于篇幅限制, 此处不列出其具体表达式。

4 算例分析

4.1 解析解的验证

为验证本文中所选取的翘曲位移函数的合理性以及横截面正应力的分布情况, 将前述采用能量变分法的结果与有限元仿真结果进行对比分析。本文算例模型由文献[4]中的箱梁模型修改得来。本文采用通用有限元软件 ANSYS18.0 建立有限元模型, 其单元类型的选取依据材料自身的特性并参照文献[11], 以 Solid65 实体单元模拟混凝土板, Shell181 单元模拟钢箱梁, 而混凝土板与钢箱梁之间的栓钉则采用 Combin14 弹簧单元模拟。算例简支梁的计算跨径为 4 m, 其截面尺寸见表 1, 材料属性分别为: 混凝土板弹性模量 $E_c=3.45 \times 10^4$ MPa, 泊松比 $\mu_c=0.2$, 钢箱梁弹性模量 $E_s=2.06 \times 10^5$ MPa, $G_s=8.17 \times 10^4$ MPa, 泊松比 $\mu_s=0.26$ 。剪力连接件的刚度分别取 1.0, 2.0, 5.0 kPa(间距 150 mm), 均布荷载 $q=300$ kN·m⁻¹。为消除荷载对混凝土顶板应力分布的影响, 将均布荷载作用于腹板中心, 如图 3 所示。按照不同剪切刚度对算例进行计算, 并同有限元计算结果比较, 组合箱梁有限元模型如图 4 所示, 跨中截面应力分布如图 5, 6 所示。

表 1 算例几何参数

Tab. 1 Geometric Parameters of Example

参数	b_1, b_2, b_3	b_3	b_4	b_5	t_1, t_2	t_3	t_4	t_5
参数值	0.3	0.024	0.4	0.12	0.12	0.01	0.008	0.01

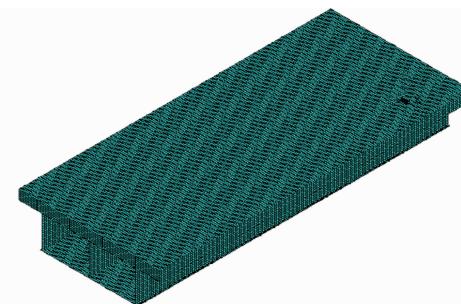


图 4 组合箱梁有限元模型

Fig. 4 Finite Element Model of Combined Box Girder

从图 5, 6 可以看出, 运用本文方法所得解析解与有限元分析结果较为吻合, 顶、底板应力最大相对误差分别为 5.5%, 8.8%, 说明本文方法对分析组合箱梁剪力滞效应具有一定的参考性。在中腹板与边腹板部位顶、底板应力存在着同一般单箱双室截

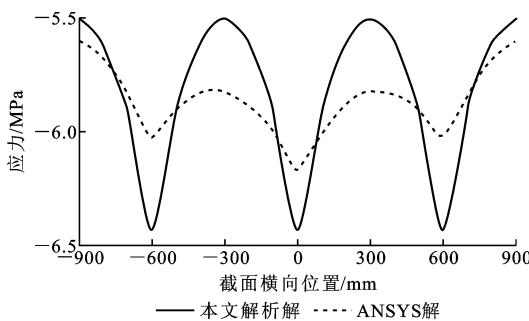


图 5 跨中截面混凝土顶板应力分布

Fig. 5 Distribution of Stress in Cross Section of Concrete Slab

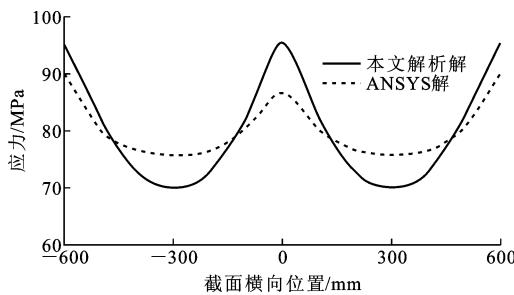


图 6 跨中截面钢箱梁底板应力分布

Fig. 6 Distribution of Stress in Cross Section of Baseplate of Steel Box Girder

面相似的规律,其顶板在中腹板处的剪力滞效应较边腹板处的剪力滞效应偏大,而其底板在边腹板处的剪力滞效应明显大于中腹板处的剪力滞效应,说明单箱双室箱梁顶、底板的剪力滞效应规律存在较明显的差异,因此在进行设计时对于顶、底板强度设计应予以区别考虑。组合箱梁挠度分布如图 7 所示,除 $1/8L$ 处相对误差较大(最大为 18.3%)以外,其余各处相对误差都在 10% 以内,验证了本文方法的正确性和合理性。组合箱梁滑移量分布如图 8 所示,组合箱梁界面间的相对滑移最大值出现在距梁端 0.25 m 处,源于由弹簧单元(Combin14 单元)模拟剪力连接件在梁端形成的局部集中力效应。

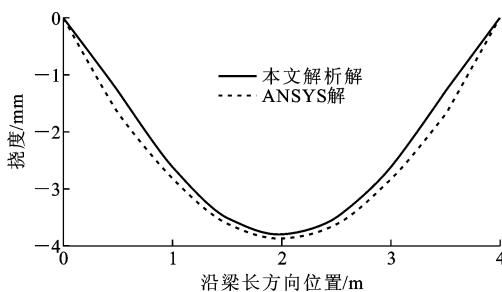


图 7 组合箱梁挠度分布

Fig. 7 Deflection Distribution of Combined Box Girder

4.2 滑移刚度对剪力滞效应的影响

滑移刚度 K 对跨中截面应力的影响见图 9。从

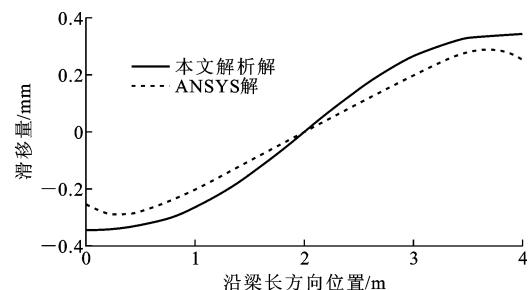


图 8 组合箱梁滑移量分布

Fig. 8 Slip Distribution of Combined Box Girder

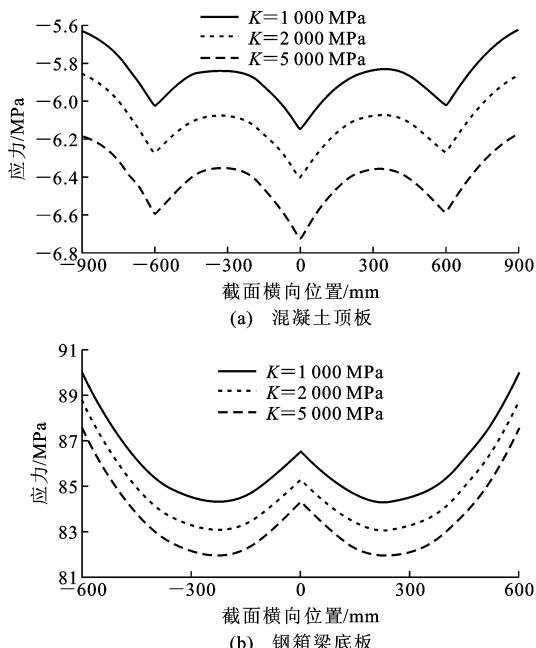


图 9 滑移刚度对跨中截面剪力滞效应的影响

Fig. 9 Influence of Slip Stiffness on Shear Lag Effect of Cross Section

图 9 中可以看出,在本文线弹性的算例中,不同滑移刚度下混凝土顶板与钢箱梁底板的横截面应力分布均无明显变化,但对于混凝土顶板与钢箱梁底板应力大小有一定影响,对于混凝土顶板,其压应力随着滑移刚度的增大而增大,而钢箱梁底板则与之相反。说明在组合梁中合理的滑移刚度对于充分发挥 2 种材料的性能具有重要作用。滑移刚度对滑移量的影响如图 10 所示。从图 10 中可知,滑移量随着滑移刚度的增大而减小,在梁跨方向基本呈线性分布,但当滑移刚度增大到一定程度后,其对滑移量的贡献会逐渐减小,甚至会趋于稳定。因此,在实际工程中,应研究组合结构剪力连接件剪切刚度的合理取值,使其既能满足设计要求,又能节约材料和成本。

5 结语

(1) 组合箱梁在考虑界面滑移和剪切变形条件

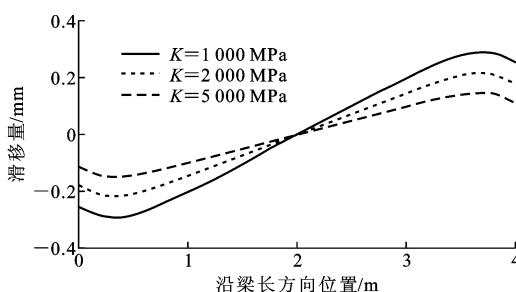


图 10 滑移刚度对滑移量的影响

Fig. 10 Influence of Slip Stiffness on Slip

下,在线弹性范围内,箱梁挠度和界面滑移量均随滑移刚度增大而减小,而剪力滞效应无显著变化,因此在一定条件下可忽略其对剪力滞效应的影响。

(2)混凝土板的应力随抗剪刚度增大而增加,钢箱梁底板应力随抗剪刚度增大而减小,因此选取合适的滑移刚度有助于充分发挥2种材料的性能。

(3)界面相对滑移量最大值在梁端部附近,因此在设计时应对组合箱梁端部滑移刚度予以加强。

(4)对于混凝土顶板,中腹板处顶板的剪力滞效应大于两侧边腹板处的剪力滞效应,而在钢箱梁底板当中,中腹板处底板的剪力滞效应则小于边腹板处底板的剪力滞效应。因此,有待于运用剪力流的规律对横向剪切翘曲位移函数进行进一步的修正,使其更符合实际分布规律。

参考文献:

References:

- [1] 聂建国. 钢-混凝土组合结构桥梁[M]. 北京:人民交通出版社,2011.
- NIE Jian-guo. Steel-concrete Composite Structure Bridges[M]. Beijing: China Communications Press, 2011.
- [2] ADEKOLA A O. The Dependence of Shear Lag on Partial Interaction in Composite Beams[J]. International Journal of Solids and Structures, 1974, 10(4): 389-400.
- [3] 骆佐龙,宋一凡,贺拴海,等.薄壁箱梁剪力滞效应分析的组合单元法[J].公路交通科技,2014,31(9):58-63,75.
- LUO Zuo-long, SONG Yi-fan, HE Shuan-hai, et al. Combined Element Method for Shear Lag Effect Analysis of Thin-walled Box Girder[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2014, 31(9):58-63,75.
- [4] 程海根,强士中.钢-砼组合箱梁考虑滑移时剪力滞效应分析[J].中国铁道科学,2003,24(6):49-52.
- CHENG Hai-gen, QIANG Shi-zhong. Shear Lag Analysis of Steel-concrete Composite Box Girder in Consideration of Relative Slippage[J]. China Railway Science, 2003, 24(6):49-52.
- [5] 周勇超,李常乐,孙铁军,等.钢-混凝土组合梁界面滑移与剪力滞耦合效应分析[J].建筑科学与工程学报,2013,30(2):114-120.
- ZHOU Yong-chao, LI Chang-le, SUN Tie-jun, et al. Coupling Effect Analysis of Interface Relative Slip and Shear Lag of Steel-concrete Composite Beam[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2013, 30(2):114-120.
- [6] 孙飞飞,李国强.考虑滑移、剪力滞后和剪切变形的钢-混凝土组合梁解析解[J].工程力学,2005,22(2):96-103.
- SUN Fei-fei, LI Guo-qiang. A Closed-form Solution for Steel-concrete Composite Beams with Slip, Shear Lag and Shear Deformation[J]. Engineering Mechanics, 2005, 22(2):96-103.
- [7] NEWMARK N M, SEISS C P, VIEST I M. Test and Analysis of Composite Beams with Incomplete Interaction[J]. Proceedings of the Society for Experimental Stress Analysis, 1951, 9(1):75-92.
- [8] 蔺鹏臻,周世军,刘凤奎.抛物线型剪滞翘曲位移函数引起的附加轴力分析[J].工程力学,2010,27(8):90-93,119.
- LIN Peng-zhen, ZHOU Shi-jun, LIU Feng-kui. Additional Axial Force Analysis Caused by Parabolical Warping Displacement About Shear Lag[J]. Engineering Mechanics, 2010, 27(8):90-93,119.
- [9] 蔺鹏臻,周世军.基于剪切变形规律的箱梁剪力滞效应研究[J].铁道学报,2011,33(4):100-104.
- LIN Peng-zhen, ZHOU Shi-jun. Analysis on Shear-lag Effect of Box Girders Based on Flange-slab Shear Deformation Law[J]. Journal of the China Railway Society, 2011, 33(4):100-104.
- [10] 李法雄,聂建国.钢-混凝土组合梁剪力滞效应弹性解析[J].工程力学,2011,28(9):1-8.
- LI Fa-xiong, NIE Jian-guo. Elastic Analytical Solutions of Shear Lag Effect of Steel-concrete Composite Beam[J]. Engineering Mechanics, 2011, 28(9):1-8.
- [11] 周旺保,蒋丽忠,余志武,等.考虑剪力滞和滑移效应的钢-混凝土连续组合箱梁自振特性[J].中国公路学报,2013,26(5):88-94.
- ZHOU Wang-bao, JIANG Li-zhong, YU Zhi-wu, et al. Free Vibration Characteristics of Steel-concrete Composite Continuous Box Girder Considering Shear Lag and Slip[J]. China Journal of Highway and Transport, 2013, 26(5):88-94.