

文章编号:1673-2049(2018)04-0027-07

# 砂土剪胀剪缩特性及其对抗剪强度的影响

许成顺,李艳梅,耿琳,戴金

(北京工业大学 城市与工程安全减灾教育部重点实验室,北京 100124)

**摘要:**为了研究饱和砂土的剪胀剪缩特性及其对抗剪强度的影响,选取滹沱河细砂,利用空心圆柱扭剪仪较系统地开展了一系列不同初始密度、不同固结压力条件下的排水与不排水纯扭剪试验研究,在总应力保持不变的情况下研究了砂土的剪胀剪缩特性,着重探讨了在排水与不排水试验中,不同密度和不同有效围压的砂土在单调剪切荷载作用下的应力-应变关系、硬化与软化、土体的剪胀剪缩以及强度等特性。结果表明:砂土密度和固结压力对砂土剪胀剪缩特性具有显著的影响;砂土的剪胀剪缩特性对砂土的排水、不排水强度以及应力-应变关系产生显著的影响;由于剪胀剪缩特性的影响,砂土的不排水抗剪强度甚至可能高于排水抗剪强度;研究成果可为今后砂土的本构模型和数值模拟提供试验资料。

**关键词:**饱和砂土;纯扭剪试验;超静孔隙水压力;体应变;剪胀剪缩;抗剪强度

**中图分类号:**TU411      **文献标志码:**A

## Shear Dilatancy and Shear Shrinkage Characteristic of Sand and Its Influence on Shear Strength

XU Cheng-shun, LI Yan-mei, GENG Lin, DAI Jin

(Key Laboratory of Urban Security and Disaster Engineering, Beijing University of Technology,  
Beijing 100124, China)

**Abstract:** In order to study the shear dilatancy and shear shrinkage characteristic of saturated sand soil and its influence on shear strength, the Hutuo River fine sand was selected and the hollow cylindrical torsional shear apparatus was used to carry out a series of experimental research on the drainage and undrained pure torsional shear under different initial densities and different consolidation pressures. The shear dilatancy and shear shrinkage characteristics of sand soil were studied under the condition that the total stress remained unchanged. The stress-strain relationship, hardening and softening, shear dilatancy and shear shrinkage characteristics and strength of sand soil with different densities and different effective confining pressures under the action of monotonic shear load in the drainage and undrained tests were discussed. The results show that the effects of sand density and consolidation pressure on shear dilatancy and shear shrinkage characteristics of sand soil are significant. The shear dilatancy and shrinkage characteristics of sand soil have significant effects on the drainage, undrained strength and stress-strain relationship. Due to the influence of shear dilatancy and shear shrinkage characteristics, the undrained shear strength of sand soil may even be higher than that of drained shear strength. The research results can provide experimental data for future constitutive models and numerical

simulations.

**Key words:** saturated sand soil; pure torsional shear test; excess pore water pressure; volume strain; shear dilatancy and shear shrinkage; shear strength

## 0 引言

剪胀剪缩是岩土材料区别于其他材料的重要特性<sup>[1-2]</sup>。邵俊生等<sup>[3-5]</sup>通过饱和砂土的加卸载三轴试验,揭示了饱和砂土的初剪缩、剪胀、次剪缩和反向剪缩等物态变化特性,论证了其与不排水条件下饱和砂土孔压变化和排水条件下剪缩剪胀体应变变化具有的内在联系;冷艺等<sup>[6-7]</sup>针对福建标准砂进行了不同中主应力系数和主应力方向下的单调排水剪切试验,分析了砂土的剪胀剪缩特性。森茂田等<sup>[8]</sup>利用土工静力-动力液压三轴-扭剪多功能剪切仪,研究了饱和砂土在复杂应力条件下的循环、单调剪切特性,以及土体的硬化与软化、剪胀与剪缩等特性。迟明杰<sup>[9]</sup>通过建立基于热力学的砂土本构模型,研究了密实砂土先剪胀后剪缩的变形特性。

已有大量研究对砂土的剪胀变形特性进行了分析。土的剪胀性实质上是由于剪应力引起的土颗粒间相互位置的变化,使其排列发生变化,加大或减小颗粒间的孔隙,从而发生了体积变化<sup>[10]</sup>。Rowe<sup>[11]</sup>首先提出应力剪胀理论,假设剪胀是由内部几何约束引起的。剪胀性是砂土与普通固体最显著的差别,通常在本构模型中作为塑性势力。Reynolds<sup>[12]</sup>认为砂土体积变化是颗粒在克服围压发生剪切变形的过程中,由于一个粒子跨过另一个粒子而产生的。Casagrande<sup>[13]</sup>解释了土体中摩擦角对体变的影响。Taylor<sup>[14]</sup>提出了运用能量理论将剪应力分解为摩擦和体变两部分。

大量试验表明,在相同加载条件下,砂土的剪胀性不仅与其所处的应力状态有关,也与其物理状态相关。徐日庆等<sup>[15]</sup>进行了不同干密度和不同围压下的常规三轴试验研究,结果表明不同初始相对干密度和围压共同影响砂土的力学特性,并建立了抗剪强度指标与初始相对干密度和围压的关系。朱俊高等<sup>[16]</sup>对不同密度砂土进行了常规三轴固结排水试验,结果表明密度对砂土应力应变的形态影响不大,对试样破坏时的轴向应变有显著影响。周成等<sup>[17]</sup>建立的次塑性本构模型中,采用的是考虑了土石料颗粒破碎和湿化引起体应变增加、密度和剪胀性改变,以及密度变化影响状态依存的建模方法。Do 等<sup>[18]</sup>利用石土进行了不同干密度和围压下的不

排水三轴试验,分析了静态液化的现象和机理。Igwe<sup>[19]</sup>对不同颗粒级配和相对干密度的砂土进行环剪试验,结果表明临界密度下的砂土剪切特性反映了砂土松散状态下的真实剪切特性。Cai 等<sup>[20]</sup>认为砂土在剪切过程中变形特性取决于自身的密度和所施加的有效平均正应力。

以往关于砂土的剪胀剪缩特性研究仅局限于其影响因素及机理研究,针对砂土剪胀剪缩对土体抗剪强度的影响在试验方面的研究成果尚不多见。本文利用空心圆柱扭剪仪,在总应力保持不变的情况下较系统地开展了一系列纯扭剪试验,分别研究了在排水与不排水条件下密度与有效围压对砂土剪切特性的影响,着重探讨了剪胀剪缩特性对砂土抗剪强度的影响,旨在为今后砂土的本构模型和数值计算提供试验资料。

## 1 试验设计

### 1.1 试验土料和设备

本试验采用石家庄滹沱河两岸的细砂,其颗粒相对密度  $G_s = 2.66$ ,土样的颗粒级配如表 1 所示。

表 1 细砂颗粒级配

Tab. 1 Particle Distribution of Fine Sand

试验土料	不同粒径(mm)的颗粒所占比例/%				
	>2	2.0~0.5	0.5~0.25	0.25~0.075	<0.075
滹沱河细砂	0.2	2.8	20.6	72.8	3.6

本试验采用空心圆柱扭剪仪,试样外径和内径分别为 100 mm 和 60 mm,试样高度为 150 mm,在均等固结条件下进行纯扭剪试验。加载过程中总应力保持不变,因此剪切过程中产生的土体体积变化或超静孔隙水压力的变化完全由土体的剪胀剪缩引起。

### 1.2 试样制备

试样采用分层干装法制备(图 1)。根据设计的密度称取一定质量的烘干砂土,利用纸漏斗分 5 层均匀撒入橡皮膜内,每装完 1 层根据需要在成模筒外侧用木锤轻轻敲打,以保证每层密度的均匀性。试样制备完毕后,先施加 20 kPa 的负压使试样直立,再取下成模筒,降下外腔筒,内外腔注水完毕,施加 30 kPa 的内外腔压后,再撤去此前施加的 20 kPa 负压,使真空压力释放到 0 kPa。

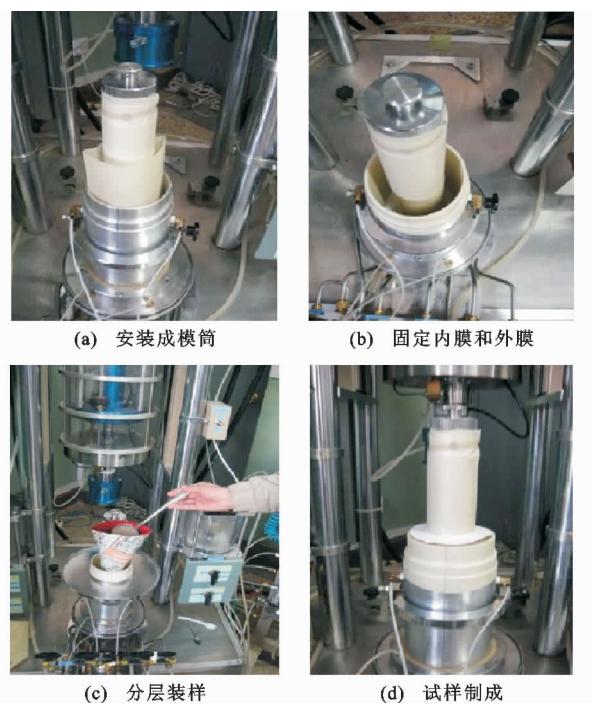


图 1 试样制备过程

Fig. 1 Preparation Procedures of Sample

试样的饱和采用依次通入  $\text{CO}_2$ 、无气水和施加反压联合饱和方式进行。首先向试样通入  $\text{CO}_2$ ,以置换试样中的空气;约 15 min 后结束通  $\text{CO}_2$ ,由试样底部向试样内通无气水,通水体积大约为试样体积的 3 倍,以充分置换孔隙中的  $\text{CO}_2$ ;通水结束后接着对试样缓慢施加反压,使孔隙中残余的少量  $\text{CO}_2$  溶于水中。施加反压结束后等待 20 min,在不排水条件下施加 50 kPa 的固结压力,观察孔隙水压力的变化,测定孔隙水压力系数  $B$  值,通常  $B$  值一般均能达到 0.98 以上,饱和效果良好。饱和过程结束后,可进行试样的固结。

### 1.3 试验方案

为了研究固结压力、初始密度及排水条件对砂土超静孔隙水压力、应力-应变关系、硬化与软化、土体剪胀剪缩以及强度等特性的影响,本文试验设计方案如表 2 所示。

## 2 试验结果分析

### 2.1 砂土剪胀剪缩特性及应力-应变关系

为探讨干密度、固结压力对砂土剪胀剪缩特性及强度的影响,针对 3 种不同装样干密度和固结压力下的砂土进行了排水与不排水单调剪切试验。

#### 2.1.1 不排水剪切条件下砂土剪胀剪缩特性

图 2 为  $\rho=1.51 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$  和  $\rho=1.61 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$  的细砂在不同固结压力条件下不排水剪切的超静孔

表 2 试验方案

Tab. 2 Test Plan

干密度 $\rho$ ( $\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ )	相对干密度 $D_r / \%$	固结压力 $p / \text{kPa}$	排水条件
1.41	30	50	CU,CD
		100	CU,CD
		200	CU
1.51	48	50	CU,CD
		100	CU,CD
		200	CU
1.61	70	50	CU,CD
		100	CU
		200	CU

注: CU 表示不排水; CD 表示排水。

隙水压力变化曲线,其中  $u$  为超静孔隙水压力,  $\gamma$  为剪应变,  $\tau$  为剪应力。由图 2 可知,在剪切过程中,饱和砂土超静孔隙水压力发展表现为先上升再降低。从图 2(b)可以看出:在相同的剪应变下,固结压力越大,产生的超静孔隙水压力越大;固结压力越小,产生的负超静孔隙水压力越大,即剪胀现象越明显。

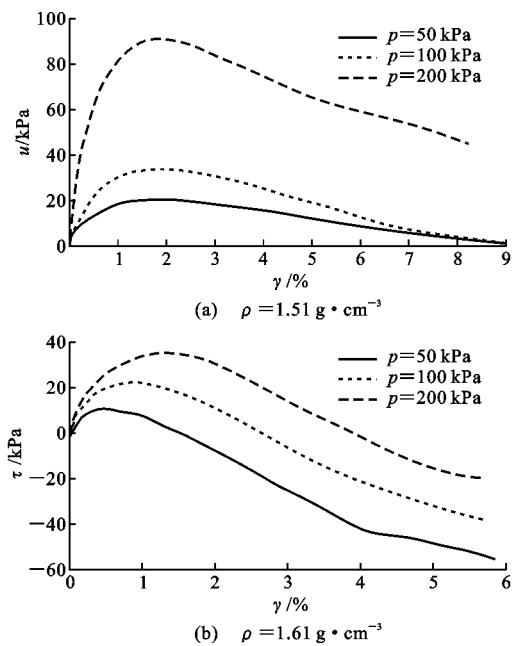
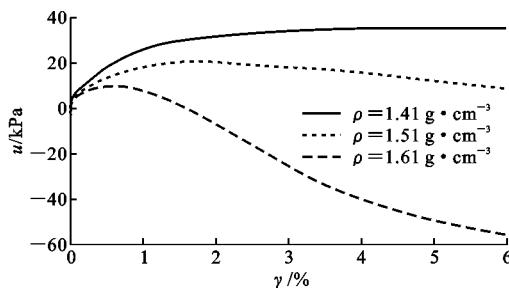


图 2 超静孔隙水压力变化曲线

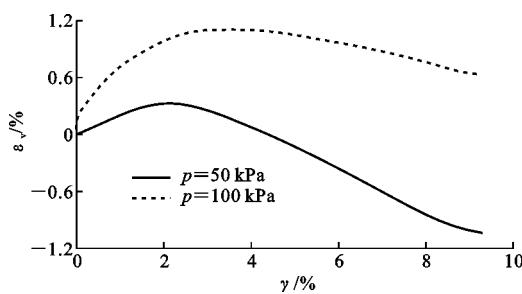
Fig. 2 Change Curves of Excess Pore Water Pressure

图 3 为固结压力为 50 kPa 时不同干密度砂土在不排水剪切情况下的超静孔隙水压力变化曲线。由图 3 可知,干密度对超静孔隙水压力的发展影响显著,干密度较高时,产生明显的剪胀现象,超静孔隙水压力出现负值。

图 3 超静孔隙水压力变化曲线( $p=50 \text{ kPa}$ )Fig. 3 Change Curves of Excess Pore Water Pressure( $p=50 \text{ kPa}$ )

## 2.1.2 排水剪切条件下砂土剪胀剪缩特性

图 4 为  $\rho=1.51 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$  的砂土在固结压力分别为 50 kPa 和 100 kPa 条件下排水剪切的体应变变化曲线, 其中  $\epsilon_v$  为体应变。图 5 为不同干密度的砂土在不同固结压力条件下的排水剪切体应变变化曲线。

图 4 砂土体应变变化曲线( $\rho=1.51 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ )Fig. 4 Change Curves of Volume Strain of Sand ( $\rho=1.51 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ )

从图 4 可知, 在相同干密度条件下, 固结压力越大, 剪缩体应变越大, 固结压力越小, 剪胀趋势越明显。这是由于固结压力越大, 颗粒之间的摩擦力越大, 颗粒之间越不容易发生相对错动, 故不容易发生剪胀; 反之, 产生的摩擦力越小, 越容易发生剪胀。

从图 5 可知: 在相同的固结压力条件下, 干密度越大, 砂土剪胀体应变越大, 剪缩体应变越小; 反之, 其剪胀体应变越小。综上所述, 饱和砂土在不排水与排水的纯剪试验过程中产生了不同程度的剪胀剪缩特性, 且在不排水试验中砂土的剪胀剪缩特性反映在产生的超静孔隙水压力发展趋势中(图 2, 3), 在排水试验中直接反映在土体的体应变中(图 4, 5)。砂土的剪胀剪缩特性随着固结压力和干密度的不同表现出较大的差异性。

## 2.1.3 不排水和排水条件下的应力-应变关系

图 6 为不同干密度、不同固结压力下的不排水应力-应变关系曲线, 图 7 为  $\rho=1.61 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$  时不

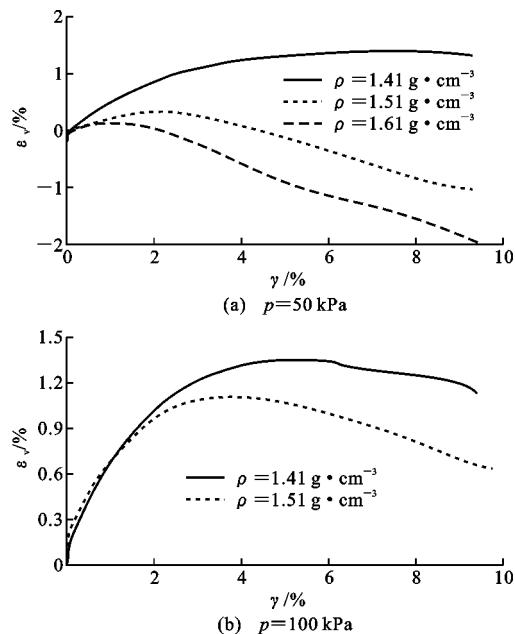


图 5 不同固结压力下砂土体应变变化曲线

Fig. 5 Change Curves of Volume Strain Under Different Consolidation Pressure

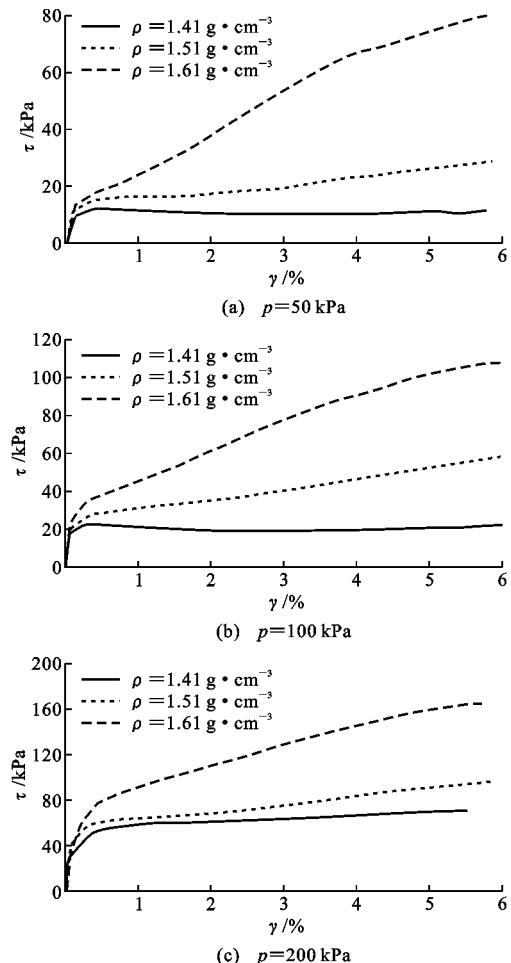
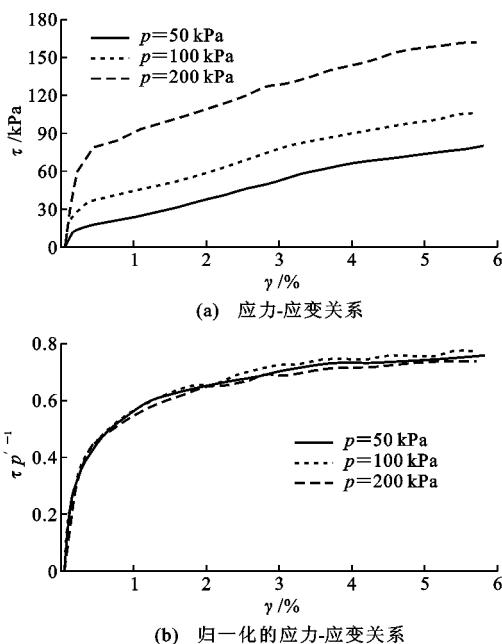
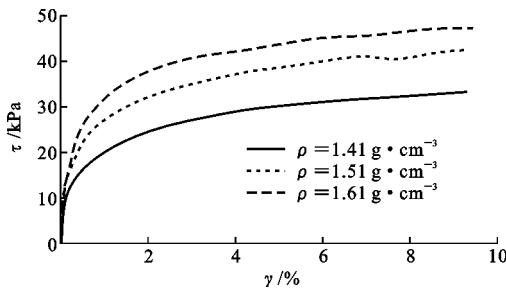


图 6 不排水条件下的应力-应变关系曲线

Fig. 6 Stress-strain Curves in Undrainage Condition

图 7 不排水条件下的应力-应变曲线 ( $\rho = 1.61 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ )Fig. 7 Stress-strain Curves in Undrained Condition  
( $\rho = 1.61 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ )

排水条件下的应力-应变关系曲线,图 8 为排水条件下的应力-应变关系曲线,其中  $p'$  为有效固结压力。

图 8 排水条件下的应力-应变曲线 ( $p = 50 \text{ kPa}$ )Fig. 8 Stress-strain Curves in Drainage Condition ( $p = 50 \text{ kPa}$ )

由图 6 可知,在不排水和相同固结压力条件下,砂土的应力-应变关系曲线与干密度具有显著的相关性,即干密度较高时,砂土的应力-应变关系表现出明显的硬化趋势,而干密度较低时,砂土的应力-应变关系表现出软化特征,而这种硬化或软化的趋势与固结压力密切相关,这主要是因为固结压力与砂土剪胀剪缩特性密切相关。

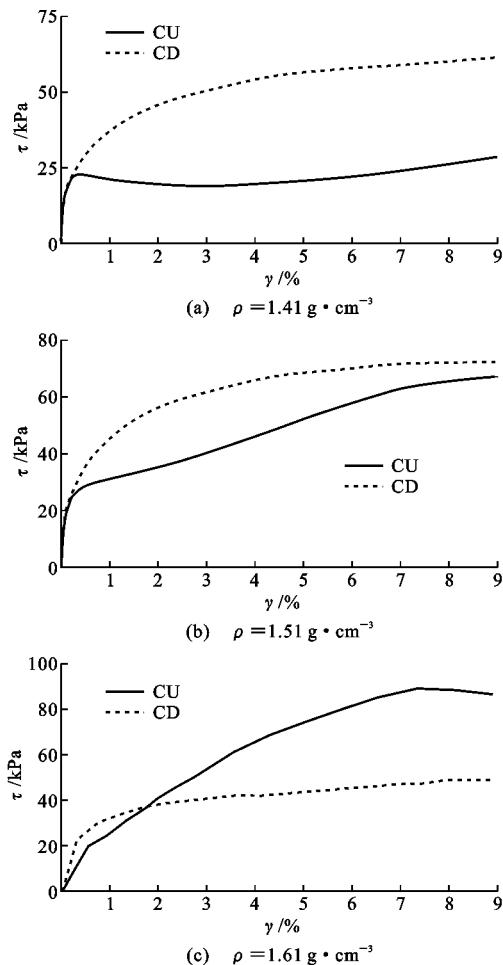
从图 7(a)可以看出,干密度  $\rho = 1.61 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$  的砂土在相同剪应变条件下,剪应力随着固结压力的增大而增大。图 7(b)为采用有效固结应力归一化得到的应力-应变关系,可见归一化之后固结压力的大小对应力-应变关系基本没有影响。

从图 8 可以看出,干密度较高时土体的起始剪

切模量较高,并且在相同的剪应变条件下,剪应力随着密度的增加而增大。

## 2.2 排水与不排水条件下砂土抗剪特性对比分析

图 9 为不同干密度砂土在固结压力为  $100 \text{ kPa}$  条件下的不排水(CU)、排水(CD)抗剪强度对比。

图 9 细砂抗剪强度对比 ( $p = 100 \text{ kPa}$ )Fig. 9 Shear Strength Comparison of Fine Sands ( $p = 100 \text{ kPa}$ )

由图 9 可见:干密度相对较低时砂土的不排水抗剪强度明显低于排水抗剪强度;随着干密度的增加,砂土的不排水抗剪强度逐渐接近排水抗剪强度,甚至超过排水抗剪强度。原因为:干密度相对较小时,砂土呈现剪缩特性,在不排水条件下产生较大的超静孔隙水压力,有效应力随之下降,土体的抗剪强度不会提高;在排水条件下体积减小,干密度增大,从而土体的抗剪强度明显提高;随着干密度增大,砂土逐渐呈现剪胀特性,在不排水条件下产生负的超静孔隙水压力,有效应力随之增大,砂土的抗剪强度明显提高,而在排水条件下由于体积的膨胀而干密度降低,土体的抗剪强度不会明显提高甚至可能下降。这充分说明了砂土的剪胀剪缩特性对土体抗剪

强度特性的影响。

图 10 为有效围压  $p=50$  kPa 时不同排水条件、不同干密度下的剪切特性对比。由图 10 可知,在不排水和排水条件下,干密度均对砂土的剪胀剪缩有显著影响,在不排水条件下体现在超静孔隙水压力上,在排水条件下体现在体应变上,但均表现为干密度越大,砂土的剪胀特性越明显。

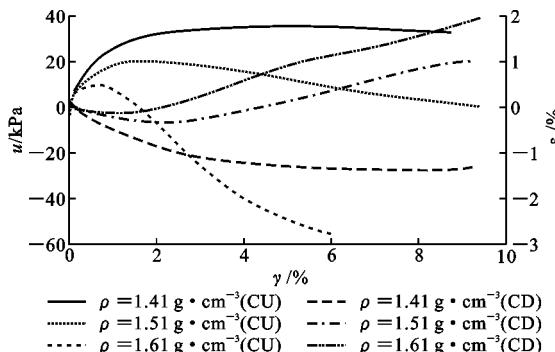


图 10 剪切特性对比 ( $p=50$  kPa)

Fig. 10 Comparison of Shear Characteristics ( $p=50$  kPa)

### 2.3 试验验证

本文针对密度  $\rho=1.48 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$  的福建标准砂(粗砂)进行了固结压力  $p=100$  kPa 条件下的排水和不排水纯扭剪试验,进一步证实了不排水抗剪强度和排水抗剪强度对土体剪胀剪缩特性的依赖性,福建标准砂试样的相对干密度为 30%,但由于颗粒较粗,仍然出现了显著的剪胀现象,如图 11 所示。

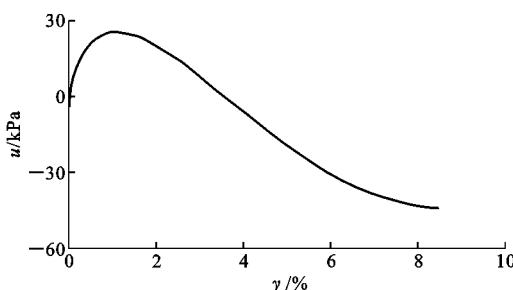


图 11 超静孔隙水压力变化曲线 ( $p=100$  kPa)

Fig. 11 Change Curve of Excess Pore Water Pressure ( $p=100$  kPa)

图 12 为福建标准砂排水与不排水条件下的应力-应变关系曲线。由图 12 可知:当剪应变  $\gamma<4\%$  时,不排水抗剪强度小于排水抗剪强度;当剪应变  $\gamma=4\%$  时,不排水抗剪强度等于排水抗剪强度;当剪应变  $\gamma>4\%$  时,不排水抗剪强度最终高于排水抗剪强度,这与福建标准砂的剪胀特性密切相关。

## 3 结语

(1) 本文针对不同干密度的砂土,在不同固结压

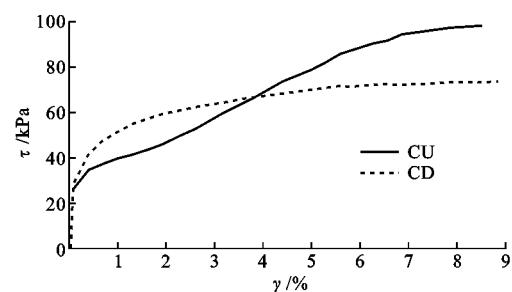


图 12 福建标准砂  $\tau$ - $\gamma$  关系 ( $p=100$  kPa)

Fig. 12  $\tau$ - $\gamma$  Relation of Fujian Standard Sand ( $p=100$  kPa)

力下进行了排水、不排水剪切试验,通过试验研究,分析了砂土剪胀剪缩特性及其影响因素以及对砂土排水、不排水抗剪强度的影响。

(2) 试验结果表明,由于砂土的剪胀剪缩特性,砂土的不排水抗剪强度甚至可能高于排水抗剪强度。在不排水剪切试验中,剪胀剪缩引起的超静孔隙水压力直接影响土体的有效应力,从而影响抗剪强度和应力-应变关系;在排水剪切过程中,剪胀剪缩特性直接影响砂土的体应变而改变土体的密实度,从而影响砂土的抗剪强度和应力-应变关系。

### 参考文献:

### References:

- [1] PRADHAN T B S, TATSUOKA F, SATO Y. Experimental Stress-dilatancy Relations of Sand Subjected to Cyclic Loading[J]. Soils and Foundations, 1989, 29(1): 45-64.
- [2] MATSUOKA H, SAKAKIBARA K. A Constitutive Model for Sands and Clays Evaluating Principal Stress Rotation[J]. Soils and Foundations, 1987, 27(4): 73-88.
- [3] 邵生俊, 谢定义. 饱和砂土的物态变化特性[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(1): 58-60.  
SHAO Sheng-jun, XIE Ding-yi. Physical State Change of Saturated Sand[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2001, 23(1): 58-60.
- [4] 邵生俊, 谢定义. 土的变形非线性与剪缩剪胀性新认识[J]. 岩土工程学报, 2000, 22(1): 72-76.  
SHAO Sheng-jun, XIE Ding-yi. New Consideration on Nonlinear and Dilatancy Deformation Characteristics of Soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2000, 22(1): 72-76.
- [5] 邵生俊, 李彦兴, 谢定义. 循环荷载下土的剪缩剪胀变形特性试验研究[C]//中国岩石力学与工程学会. 岩石力学新进展与西部开发中的岩土工程问题:中国岩石力学与工程学会第七次学术大会论文集. 北京:中

- 国科学技术出版社,2002:98-101.
- SHAO Sheng-jun, LI Yan-xing, XIE Ding-yi. Dilatancy of Sand Under Cyclic Loading[C]//Chinese Society for Rock Mechanics and Engineering. New Progress in Rock Mechanics and Geotechnical Engineering Problems in Western Development; Proceedings of the Seventh Academic Conference of Chinese Society of Rock Mechanics and Engineering. Beijing: Science and technology of China Press, 2002:98-101.
- [6] 冷艺,栾茂田,许成顺,等.复杂应力条件下饱和砂土排水剪切强度的试验研究[J].岩土力学,2009,30(6):1620-1626.
- LENG Yi, LUAN Mao-tian, XU Cheng-shun, et al. Experimental Research on Behaviors of Saturated Sand Subject to Drained Shear Strength Under Complex Stress Conditions[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(6):1620-1626.
- [7] 冷艺,栾茂田,许成顺,等.排水条件下饱和砂土单调剪切特性试验研究[J].大连理工大学学报,2009,49(1):98-104.
- LENG Yi, LUAN Mao-tian, XU Cheng-shun, et al. Experimental Research on Behavior of Saturated Sand Under Drained Monotonic Shearing [J]. Journal of Dalian University of Technology, 2009, 49 (1): 98-104.
- [8] 栾茂田,许成顺,何杨,等.复杂应力条件下饱和松砂单调与循环剪切特性的比较研究[J].地震工程与工程振动,2006,26(1):181-187.
- LUAN Mao-tian, XU Cheng-shun, HE Yang, et al. A Comparative Study on Monotonic and Cyclic Shear Behavior of Saturated Loose Sand Under Complex Stress Condition[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2006, 26(1):181-187.
- [9] 迟明杰.砂土的剪胀性及本构模型的研究[D].北京:北京交通大学,2008.
- CHI Ming-jie. Study on the Dilatancy and Constitutive Model of Sand[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2008.
- [10] 李广信.高等土力学[M].北京:清华大学出版社,2004.
- LI Guang-xin. Advanced Soil Mechanics[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004.
- [11] ROWE P W. The Stress-dilatancy Relation for Static Equilibrium of an Assembly of Particles in Contact [J]. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 1962, 269 (1339):500-527.
- [12] REYNOLDS O. On the Dilatancy of Media Composed of Rigid Particles in Contact. With Experimental Illustrations [J]. Philosophical Magazine, 1885, 20 (127):469-481.
- [13] CASAGRANDE A. Characteristics of Cohesionless Soils Affecting the Stability of Slopes and Earth Fills [J]. Journal of the Boston Society of Civil Engineers, 1936, 23(1):257-276.
- [14] TAYLOR D W. Fundamentals of Soils Mechanics [M]. New York: John Wiley & Sons Inc., 1948.
- [15] 徐日庆,王兴陈,朱剑锋,等.初始相对密实度对砂土强度特性影响的试验[J].江苏大学学报:自然科学报,2012,33(3):345-349.
- XU Ri-qing, WANG Xing-chen, ZHU Jian-feng, et al. Experiment of Initial Relative Density Effects on Sand Strength[J]. Journal of Jiangsu University: Natural Science Edition, 2012, 33(3):345-349.
- [16] 朱俊高,史江伟,罗学浩,等.密度对砂土应力应变强度特性影响试验研究[J].岩土工程学报,2016,38(2):336-341.
- ZHU Jun-gao, SHI Jiang-wei, LUO Xue-hao, et al. Experimental Study on Stress-strain-strength Behavior of Sand with Different Densities[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, 38 (2): 336-341.
- [17] 周成,陈生水,何建村,等.考虑土石料颗粒破碎和密度变化的次塑性本构模型建模方法[J].岩土力学,2013,34(增2):18-21.
- ZHOU Cheng, CHEN Sheng-shui, HE Jian-cun, et al. Development of a Hypo-plastic Model for Earth-rock Dams Considering Rock Crushing and Density Change[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, 34 (S2): 18-21.
- [18] DO J, HEO S B, YOON Y W, et al. Evaluating the Liquefaction Potential of Gravel Soils with Static Experiments and Steady State Approaches [J]. KSCE Journal of Civil Engineering, 2017, 21(3):642-651.
- [19] IGWE O. The Combined Effect of Particle Size Distribution and Relative Density on the Large Strain Behavior of Sandy Soils[J]. Geotechnical and Geological Engineering, 2018, 36(2):1037-1048.
- [20] CAI Z Y, LI X S. Deformation Characteristics and Critical State of Sand[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, 26(5):697-701.