

文章编号:1673-2049(2018)06-0102-09

# 页岩陶粒轻质混凝土双向叠合楼板受力性能试验及挠度计算分析

谷 倩,雷晓天,黄 超,赵端锋

(武汉理工大学 土木工程与建筑学院,湖北 武汉 430070)

**摘要:**根据 3 块足尺页岩陶粒轻质混凝土双向叠合楼板试件和 1 块足尺现浇双向楼板对比试件的静力堆载试验结果,分析了双向叠合楼板预制底板的普通混凝土和后浇叠合层的页岩陶粒轻质混凝土采用相同强度等级时的挠度变形特点,并根据试验结果和弹性力学薄板理论推导了页岩陶粒轻质混凝土双向叠合楼板的挠度计算公式。推导了四边固支页岩陶粒混凝土和普通混凝土叠合板在竖向均布荷载作用下截面中和轴高度、抗弯刚度和挠度的计算表达式,并分别对挠度和初始刚度计算公式进行了修正,提出了考虑四边支承转动的页岩陶粒轻质混凝土双向叠合楼板挠度计算公式。结果表明:页岩陶粒轻质混凝土双向叠合楼板跨中位移呈现线弹性变化特征,页岩陶粒轻质混凝土材料的弹性模量、叠合板中设置的钢筋桁架以及双向叠合板的板端约束条件是影响叠合楼板刚度和跨中挠度的主要因素;采用所推导公式计算的页岩陶粒混凝土叠合楼板的挠度值与试验值吻合良好。

**关键词:**页岩陶粒混凝土;叠合板;双向板;薄板理论;挠度;受力性能

**中图分类号:**TU311

**文献标志码:**A

## Mechanical Performance Test and Deflection Calculation Analysis of Shale Ceramsite Lightweight Concrete Two-way Composite Floor Slab

GU Qian, LEI Xiao-tian, HUANG Chao, ZHAO Duan-feng

(School of Civil Engineering and Architecture, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, Hubei, China)

**Abstract:** According to the static-load test of three full-scale shale ceramsite concrete two-way composite floor slabs and one full-scale cast-in-place concrete two-way floor slab, the deflection and deformation characteristics of the normal concrete of the two-way composite prefabricated bottom slab and the shale ceramsite lightweight concrete of the post-cast laminated layer with similar strength grade were analyzed. Based on the experimental results and the theory of elastic mechanics of thin plates, the formulas for calculating deflection of shale ceramsite concrete two-way composite floor slabs were deduced. The expressions of neutral axis height, bending stiffness and deflection of four boundary-fixed shale ceramsite concrete and ordinary concrete composite slabs under the vertical distributed load were deduced, then the calculating formulas of deflection and initial stiffness were modified. The calculation formulas of deflection for shale ceramsite lightweight concrete two-way composite floor slabs considering the rotation of four sides supports were proposed. The results show that the mid-span displacement of shale

收稿日期:2018-01-21

基金项目:湖北省建设科技计划项目(鄂建文[2015]67号);武汉市城建科研计划项目(武城建[2014]205号)

作者简介:谷 倩(1972-),女,山东巨野人,教授,工学博士,E-mail:guqian218@126.com。

ceramsite lightweight concrete two-way composite floor slab exhibits liner elastic variation characteristic. The elastic modulus of shale ceramsite lightweight concrete, the steel truss in the composite slab and the restraint conditions at the end of the two-way composite slab are the main factors affecting the rigidity and midspan deflection of composite slab. The deflection values of the shale ceramsite concrete composite floor slab calculated by the proposed formula are in good agreement with the experimental values.

**Key words:** shale ceramsite concrete; composite slab; two-way slab; thin plate theory; deflection; mechanical performance

## 0 引言

预制装配整体式叠合楼板是中国装配式建筑中普遍采用的一种楼板形式,具有施工速度快、免模板、整体性好和承载力高等特点<sup>[1]</sup>。目前,国内外装配式建筑中主要采用的是普通混凝土叠合楼板。页岩陶粒混凝土作为一种轻集料混凝土,具有轻质、高强、导热系数明显低于普通混凝土等特点<sup>[2-3]</sup>,将其应用于叠合楼板不仅能减轻楼板自重,而且可兼具优良的保温隔热性能。

目前国内外学者多围绕普通混凝土叠合楼板的受力性能开展研究。王元清等<sup>[4]</sup>提出了一种拼装式混凝土双向叠合楼板,并对其在均布荷载和集中荷载下的承载力与单向叠合楼板做了对比试验,结果表明,在均布荷载下双向叠合楼板具有良好的承载能力,在集中荷载下双向叠合楼板具有明显的双向传力性能。吴晓莉等<sup>[5]</sup>提出了一种干接头拼缝方式的双向叠合楼板,进行了足尺双向叠合楼板的静力堆载试验,结果表明采用该拼缝形式楼板的整体受力性能可靠,可作为结构楼板使用。周鲲鹏<sup>[6]</sup>设计了1块沿长跨布置预应力钢筋的混凝土叠合板,并使用静水加载方式对其进行了检测。试验结果表明预应力叠合板具有抗裂能力强、整体性好和承载力高的优点。徐天爽等<sup>[7]</sup>研究了几种叠合板接缝的传力性能,试验表明预制层钢筋在接缝处弯折并锚固于后浇层混凝土中的接缝形式具有良好的传力性能。汤磊等<sup>[8]</sup>研究了带三角钢筋桁架混凝土叠合板在均布荷载作用下的力学性能。试验表明,钢筋桁架和叠合面凿毛处理可以保证叠合面的抗剪能力,此类叠合板的裂缝开展方式和现浇板基本一致,但抗裂性能低于现浇板。Husain 等<sup>[9]</sup>采用非线性有限元法对叠合板进行了大位移弹塑性研究,结果表明层间粗糙面处理的叠合板具有最大的极限承载力。

在混凝土双向板的挠度计算理论研究方面,

Yang 等<sup>[10]</sup>针对两对边简支和另外两对边采用6种不同支座约束形式的矩形混凝土板,提出了4阶偏微分挠度计算公式,其与经典的偏微分方程相似。冯然等<sup>[11]</sup>研究了承受均布荷载的四边固支和四边简支的混凝土双向板在正常使用阶段的挠度分析方法,采用有限元增量迭代混合法对双向板试件进行模拟,给出了挠度计算公式。吴方伯等<sup>[12-14]</sup>分别研究了两对边简支两对边固支、四边简支和一边固支三边简支的叠合板在均布荷载作用下的挠度变化,推导了挠度计算公式,但均未考虑固支端边梁扭转对挠度变化的因素。刘香等<sup>[15]</sup>进行了现浇板与带钢筋桁架的叠合板静载试验,并推导了刚度公式。结果表明叠合板刚度由于二次浇筑反而小于现浇板刚度,试验没有叠合板之间的横向对比,未考虑钢筋桁架对叠合板的刚度加强作用。Sohel 等<sup>[16]</sup>通过对不同混凝土强度等级和连接件的SCS叠合板进行试验研究,分析了这种叠合板的抗弯性能和连接件的工作性能,提出了SCS叠合板承载力计算公式。Crisinel 等<sup>[17]</sup>结合试验结果提出了一种叠合板的简化计算方法,计算值误差较小,为工程设计提供了依据。曹光荣<sup>[18]</sup>提出了四边约束的冷轧双翼变形钢筋混凝土双向板弹性阶段和带裂缝工作阶段的挠度计算公式,计算值与试验值吻合良好。杨海斌<sup>[19]</sup>根据钢筋混凝土双向板的双向受力特性,基于有限元分析结果和单向受弯构件截面刚度的计算方法,并考虑长短边边长比、荷载分配及板带刚度的影响等因素,提出了钢筋混凝土双向板挠度计算公式。

目前国内外关于页岩陶粒轻质混凝土叠合楼板的足尺试验和理论研究尚不多见。本文基于3块足尺页岩陶粒轻质混凝土双向叠合楼板试件和1块足尺页岩陶粒轻质混凝土现浇楼板试件的静力堆载试验结果,考虑轻质页岩陶粒混凝土的材料性能、叠合楼板的钢筋桁架设置以及双向叠合楼板的板端约束条件等因素对叠合楼板刚度和挠度的影响,按照弹性力学薄板理论推导页岩陶粒轻质混凝土双向叠合

楼板的挠度计算公式,为页岩陶粒混凝土用于预制装配式混凝土楼盖体系提供试验和计算依据。

# 1 试验概况

## 1.1 试件设计与制作

试件为 4 块四边固支的双向叠合楼板,试件参数如表 1 所示。叠合楼板预制底板纵向受力钢筋采用直径 8 mm 的 HRB400 级钢筋,双向叠合楼板跨中位置板底及支座位置板面配筋均为 8@200;为增强预制层与现浇层结合效果,叠合楼板预制底板顶面采用人工粗糙处理,并配置有钢筋桁架以提高叠合面的抗剪能力。所有试件均支承于 240 mm 厚普

通烧结砖墙上,砖墙设有 1.8 m 高洞口,以便试验人员出入。试件尺寸及配筋如图 1 所示,其设计满足文献[20],[21]的相关规定。

## 1.2 试验加载方案

试验采用分区格堆载的方式进行加载。为准确模拟均布荷载,预先在叠合楼板上表面画出堆载区格,每个区格之间保持 100 mm 的间距。加载时,低于活载标准值时用烧结砖加载,高于活载标准值时改用砂袋加载。本试验活载标准值取 2 kPa,活载标准值前的每级荷载取 0.4 kPa,活载标准值后的每级荷载取 2 kPa,每级荷载持荷 10 min,活载标准值下持荷 30 min。

表 1 试件参数  
Tab. 1 Parameters of Specimens

试件编号	试件数量	预制部分混凝土材料	现浇部分混凝土材料	预制板接缝方式	板厚/mm
B-CC-1	1	普通混凝土	普通混凝土	接缝方式 1(叠合双向板)	120
B-CL-1	1	普通混凝土	页岩陶粒混凝土	接缝方式 1(叠合双向板)	120
B-LL-2	1	页岩陶粒混凝土	页岩陶粒混凝土	接缝方式 2(叠合双向板)	120
B-L-X	1		页岩陶粒混凝土	无接缝(全现浇双向板)	120

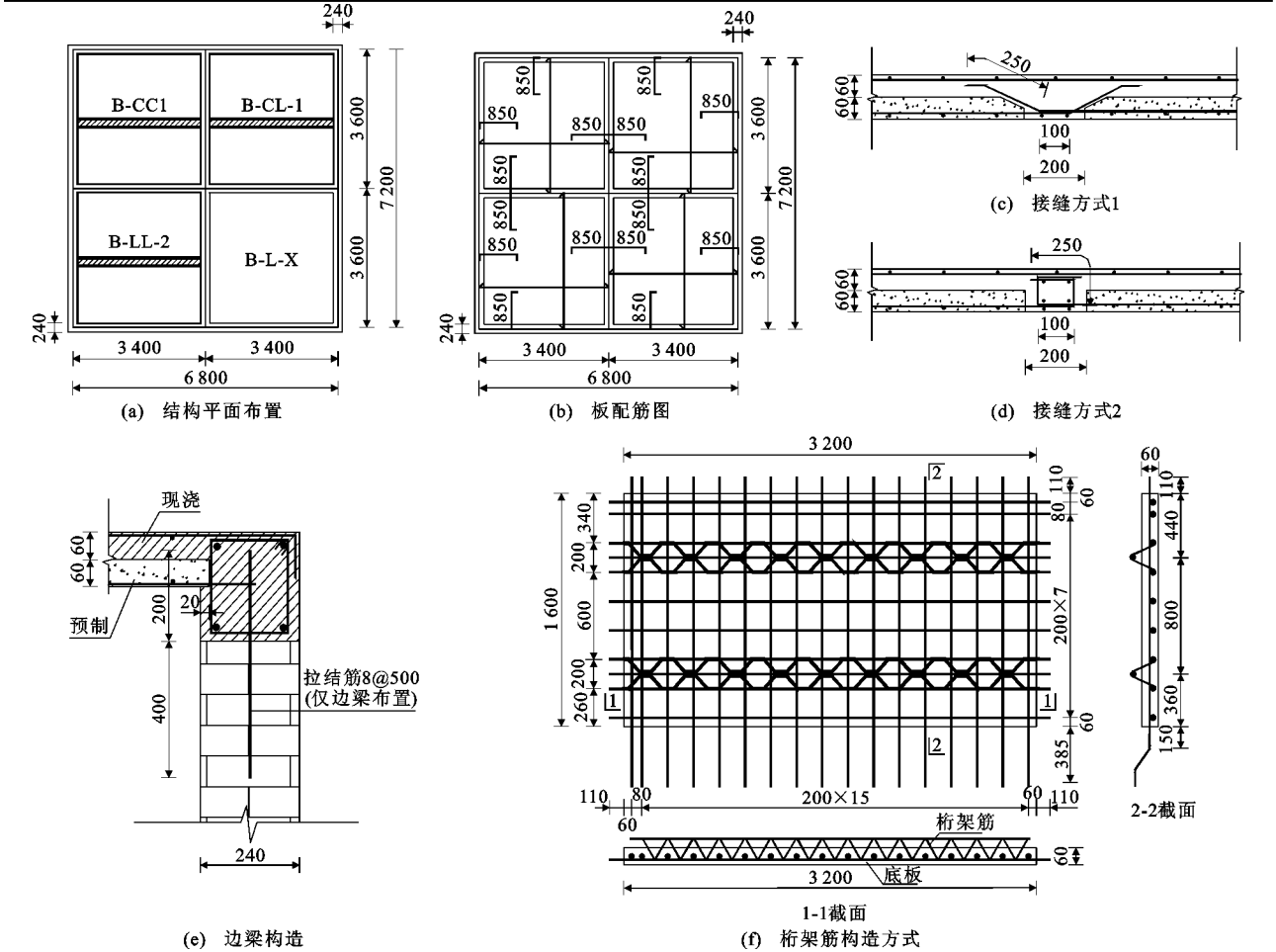


图 1 试件尺寸及配筋(单位:mm)  
Fig. 1 Dimensions and Reinforcement of Specimens (Unit:mm)

### 1.3 测点布置与裂缝观测

根据试验目的,对双向叠合楼板跨中及支座挠度进行测量,其中挠度测点均位于叠合楼板 1/2 跨度处,靠近墙边的挠度测点距墙边 80 mm。

根据挠度的突变来判断裂缝是否出现,采用肉眼观察及裂缝综合测试仪对裂缝的出现、分布进行观测,同时测量裂缝宽度,对裂缝的开展情况及过程做详细记录。

## 2 挠度测量结果及分析

当均布荷载加载至楼面活载标准值 2 kPa 时,叠合楼板试件跨中挠度均远小于相关规范限值。继续加载,试件 B-CC-1, B-CL-1 始终未开裂,由于后期砂袋堆载高度过大,为避免起拱效应,试验停止加载,停止加载时荷载值为 32 kPa。此时, B-CC-1 跨中挠度为 2.74 mm, B-CL-1 跨中挠度为 2.99 mm。持荷 12 h,跨中挠度变化甚微。

试件 B-LL-2, B-L-X 所用材料全部为页岩陶粒混凝土,在加载过程中出现开裂。B-LL-2 开裂荷载为 26 kPa, B-L-X 开裂荷载为 14 kPa。试件开裂后,用智能裂缝测宽仪测定了每级荷载下的最大裂缝宽度,试件 B-LL-2 在 30 kPa 时裂缝宽度为 0.216 mm, B-L-X 在 20 kPa 时裂缝宽度为 0.243 mm,均小于正常使用极限状态限值,但试件最终未达到极限破坏。

试件的跨中荷载-挠度曲线如图 2 所示。由图 2 可知,当均布荷载小于 25 kPa 时,各试件的荷载-挠度曲线呈线性变化,表明各试件均处于弹性阶段。

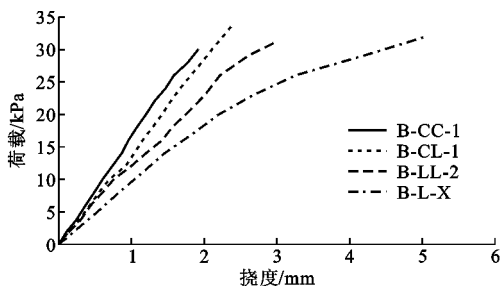


图 2 双向叠合板荷载-挠度曲线

Fig. 2 Load-deflection Curves of Two-way Composite Slabs

## 3 双向叠合楼板变形分析

由于本次试验观测到双向叠合楼板的叠合面均未发生相对滑移,且具有弹性变形的特征,故双向叠合楼板可按经典弹性力学中的薄板弯曲理论进行受力分析,以文献[22],[23]中的克希霍夫假定为基础,使问题得到简化。

### 3.1 叠合板中和轴高度

矩形薄板的小挠度弯曲问题以  $z$  方向挠度  $w(x, y)$  为基本未知量,在克希霍夫假定的前提下该问题为二维问题。文献[22],[23]得出了关于挠度  $w$  的板弯曲控制微分方程,即

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q}{D} \quad (1)$$

式中:  $q$  为薄板单位面积内的横向荷载;  $D$  为薄板的抗弯刚度,  $D = Et^3 / [12(1 - \nu^2)]$ ,  $E$  为材料的弹性模量,  $t$  为薄板厚度,  $\nu$  为材料的泊松比,一般情况下取  $\nu = 0.2$ 。

页岩陶粒混凝土叠合楼板是由 2 种不同的混凝土材料叠合而成,由《轻骨料混凝土结构技术规程》[24]可知,下层普通混凝土弹性模量  $E_1$  大于上层页岩陶粒混凝土弹性模量  $E_2$ ,双材料叠合板受力简图如图 3 所示。图 3 中  $x$  方向为叠合板短跨方向,  $y$  方向为叠合板长跨方向,  $l_{0x}$  为叠合板计算单元短跨方向计算长度,  $l_{0y}$  为叠合板计算单元长跨方向计算长度,  $z$  方向为板厚方向,  $A_{sy}$  为沿  $y$  方向纵筋的截面面积,  $\rho_y$  为沿  $y$  方向纵筋的配筋率,  $h_0$  为中和轴距板底的距离,  $h$  为板厚,  $a_0$  为叠合板纵筋合力作用点到板底边缘的距离, 2 种混凝土材料的泊松比  $\nu$  均取为 0.2。

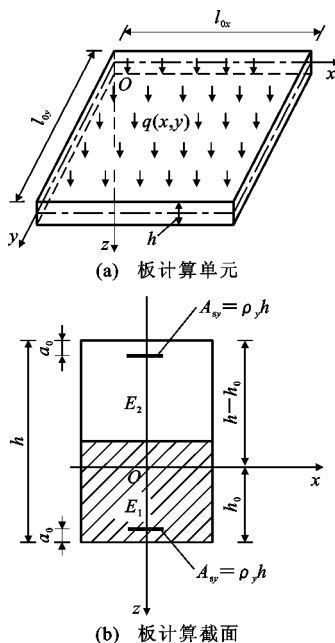


图 3 双材料叠合板受力简图

Fig. 3 Force Diagram of Double Material Composite Slab

由于板底与板面配筋相同,设  $x$  方向和  $y$  方向配筋率  $\rho_x, \rho_y$  之和为  $\rho$ , 即  $\rho_x + \rho_y = \rho$ , 则由文献[22],[23]可得混凝土  $x, y$  方向的应力  $\sigma_x, \sigma_y$  分别为

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2}(\epsilon_x + \nu\epsilon_y) \quad (2)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2}(\epsilon_y + \nu\epsilon_x) \quad (3)$$

式中:  $\epsilon_x$  为混凝土沿  $x$  方向的应变;  $\epsilon_y$  为混凝土沿  $y$  方向的应变。

钢筋  $x, y$  方向的应力  $\sigma'_x, \sigma'_y$  分别为

$$\sigma'_x = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} E(\alpha_E - 1) \rho h \quad (4)$$

$$\sigma'_y = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} E(\alpha_E - 1) \rho h \quad (5)$$

式中:  $\alpha_E$  为钢筋与混凝土弹性模量的比值。

根据  $x, y$  方向混凝土和钢筋应力平衡, 推导出中和轴距底板的距离  $h_0$  的表达式为

$$h_0 = \{ (E_1 + 3E_2)h + 8(1-\mu)\rho[E_1(\alpha_{E1} - 1)a_0 + E_2(\alpha_{E2} - 1)(h - a_0)] \} / \{ 4[E_1 + E_2 + 2(1-\mu) \cdot \rho(E_1(\alpha_{E1} - 1) + E_2(\alpha_{E2} - 1))] \} \quad (6)$$

式中:  $E_s$  为板纵筋弹性模量;  $\alpha_{E1} = E_s/E_1$ ;  $\alpha_{E2} = E_s/E_2$ 。

### 3.2 叠合板抗弯刚度

假设叠合板截面单位宽度  $x, y$  方向上的弯矩分别为  $M_x, M_y$ , 扭矩为  $M_{xy}$ , 由文献[22], [23]得

$$M_x = -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - (h_0 - a_0)^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot E_1(\alpha_{E1} - 1)\rho h - (h - h_0 - a_0)^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot E_2(\alpha_{E2} - 1)\rho h \quad (7)$$

$$M_{xy} = -D(1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - [(h_0 - a_0)^2 E_1(\alpha_{E1} - 1) - (h - h_0 - a_0)^2 E_2(\alpha_{E2} - 1)] \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \rho h \quad (8)$$

同理可得  $M_y$ , 将  $M_x, M_y, M_{xy}$  分别代入板平衡微分方程, 得

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = -q \quad (9)$$

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q}{D_{eq}} \quad (10)$$

$$D_{eq} = \frac{E_1}{3(1-\nu^2)} [h_0^3 - (h_0 - \frac{h}{2})^3] + \frac{E_2}{3(1-\nu^2)} \cdot [ (h_0 - \frac{h}{2})^3 - (h_0 - h)^3 ] \rho h [ (h_0 - a_0)^2 \cdot E_1(\alpha_{E1} - 1) + (h - h_0 - a_0)^2 E_2(\alpha_{E2} - 1) ] \quad (11)$$

类比普通薄板的小挠度弯曲控制微分方程,  $D_{eq}$  为双材料叠合板的等效抗弯刚度。同理, 相同材料的叠合板抗弯刚度  $D$  为

$$D = \frac{E_c h^3}{12(1-\nu^2)} + 2\rho E_c (\alpha_E - 1) (\frac{h}{2} - a_0)^2 h \quad (12)$$

式中:  $E_c$  为相同材料叠合板混凝土弹性模量。

### 3.3 叠合板挠度表达式

矩形板在弹性受力阶段位移呈线性变化, 因此可以应用叠加原理, 将四边弹性转动支承的矩形板分解为 1 块四边简支矩形板和 2 块对边弹性转动约束板的叠加, 如图 4 所示, 其中  $M(x)$  为短边扭矩,  $M(y)$  为长边扭矩。将各拆分板的挠度叠加, 便可求出原板的挠度表达式。

假设图 4 中 3 个拆分板的跨中挠度分别为  $w_1, w_2, w_3$ , 根据叠加原理, 总的挠度表达式为

$$w(x, y) = w_1 + w_2 + w_3 \quad (13)$$

在矩形薄板问题中, 可将挠度  $w(x, y)$  和均布荷载  $q(x, y)$  都展开成傅里叶级数, 用三角函数的正交性解出待定系数。

设矩形板边长分别为  $a$  和  $b$ , 四边支承条件均为简支, 如图 5 所示。

由文献[22], [23]得到四边简支、承受竖向均布荷载  $q(x, y)$  的矩形板挠度  $w_1(x, y)$  计算公式, 即

$$w_1(x, y) = \frac{1}{D\pi^6} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{+\infty} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{+\infty} 16q / [mn(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2})^2] \sin(\frac{m\pi x}{a}) \sin(\frac{n\pi y}{b}) \quad (14)$$

### 3.4 考虑边梁扭转对叠合板挠度的修正

试验过程中发现双向叠合板边界条件并非完

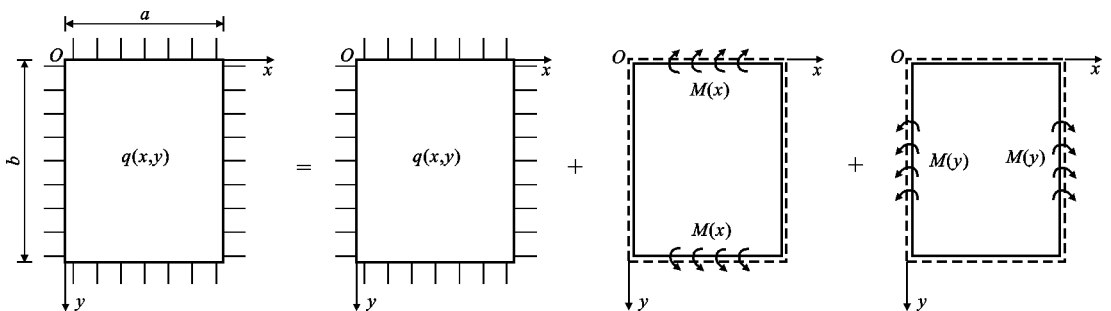


图 4 试验矩形板计算简图

Fig. 4 Calculation Diagram of Test Rectangular Slab

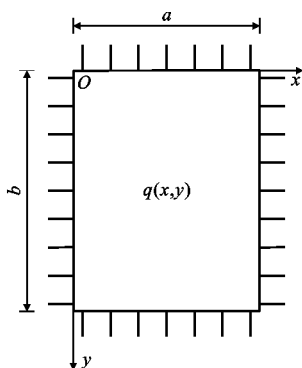


图 5 四边简支矩形板

Fig. 5 Four Edges Simply Supported Rectangular Slab

全固支,而是有一定的转动。由弹性力学可知,边界支座转动对跨中挠度会产生较大影响,因此在计算时不可忽略边梁的转动。为考虑边梁转动对板跨中挠度的影响,假设边梁长度为  $a$ ,梁上作用关于中点对称的分布扭矩  $M_t(x)$ ,如图 6 所示。设材料的剪切模量为  $G$ ,梁的扭转常数为  $J_p$ ,若梁的截面扭矩为  $M_t(x)$ ,转角为  $\varphi$ ,则对边梁任意截面长度  $s$  有

$$M_t(x) = GJ_p \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad (15)$$

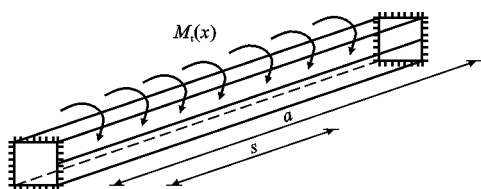


图 6 边梁扭转示意

Fig. 6 Diagram of Side Beam Torsion

分布扭矩  $M_t(x)$  可以按三角级数展开,即

$$M_t(x) = \sum_{m=1}^{+\infty} M_{t,m} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \quad (16)$$

式中:  $M_{t,m}$  为三角级数展开系数。

为得到任意截面处的转角,采用虚功原理,设  $\bar{m}_t$  为单位虚扭矩,则可得任意截面长度  $s$  的转角  $\varphi(s)$  为

$$\varphi(s) = \int_0^a \bar{m}_t d\varphi = \int_0^a \frac{T(x)\bar{m}_t}{GJ_p} dx \quad (17)$$

$$T(x) = \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{aM_{t,m}}{2m\pi} \left[ 2\cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) - 1 - \cos(m\pi) \right]$$

$$\bar{m}_t = \begin{cases} \frac{a-s}{a} & x \leq s \\ -\frac{s}{a} & s < x \leq a \end{cases} \quad (18)$$

图 7 为对边承受边梁扭转约束作用的双向板示意图,其中图 7(a)为短边承受扭转约束,短边长为  $a$ ,扭矩为  $M(x)$ ,图 7(b)为长边承受扭转约束,长边

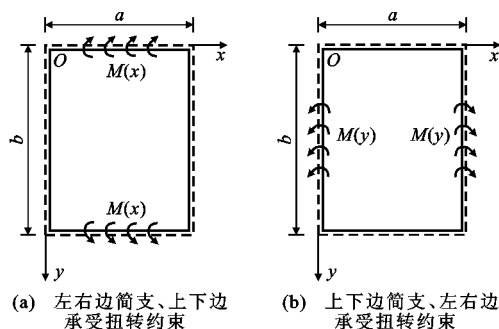


图 7 对边承受扭转约束的双向板

Fig. 7 Two-way Slab with Opposite Edges Subjected to Torsional Restraint

长为  $b$ ,扭矩为  $M(y)$ 。

针对图 7(a)中边梁对短边的扭转约束作用,根据文献[22],板的挠曲方程可表示为

$$w_2(x, y) = \sum_{m=1}^{+\infty} Y_m(y) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \quad (19)$$

常微分方程的通解  $Y_m(y)$  可表示为

$$Y_m(y) = A_m \sin\left(h \frac{m\pi y}{a}\right) + B_m \cos\left(h \frac{m\pi y}{a}\right) + C_m y \sin\left(h \frac{m\pi y}{a}\right) + D_m y \cos\left(h \frac{m\pi y}{a}\right) \quad (20)$$

式中:  $A_m, B_m, C_m, D_m$  为系数。

根据板的边界条件,令

$$\alpha_m = \frac{m\pi b}{a} \quad (21)$$

则

$$\begin{cases} A_m = \frac{M_m ab}{2m\pi D} \left[ 1 + \frac{\cos(h\alpha_m)}{\sin(h^2\alpha_m)} - \frac{\cos(h^2\alpha_m)}{\sin(h^2\alpha_m)} \right] \\ B_m = 0 \\ C_m = -\frac{M_m a}{2m\pi D} \\ D_m = -\frac{M_m a}{2m\pi D} \left[ \frac{1}{\sin(h\alpha_m)} - \frac{\cos(h\alpha_m)}{\sin(h\alpha_m)} \right] \end{cases} \quad (22)$$

式中:  $M_m$  为级数展开系数。

将式(20),(22)代入式(19)得

$$w_2(x, y) = \frac{ab}{2\pi D} \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{M_m}{m} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \left[ \left( 1 + \frac{\cos(h\alpha_m)}{\sin(h^2\alpha_m)} - \frac{\cos(h^2\alpha_m)}{\sin(h^2\alpha_m)} \right) \sin\left(h \frac{m\pi y}{a}\right) - \frac{y}{b} \sin\left(h \frac{m\pi y}{a}\right) - \left( \frac{1}{\sin(h\alpha_m)} - \frac{\cos(h\alpha_m)}{\sin(h\alpha_m)} \right) \frac{y}{b} \cos\left(h \frac{m\pi y}{a}\right) \right] \quad (23)$$

同理,针对图 7(b)中边梁对长边的扭转约束作用,令

$$\beta_n = \frac{n\pi a}{b} \quad (24)$$

则

$$\begin{aligned} w_3(x,y) = & \frac{ab}{2\pi D} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{M_n}{n} \sin(\frac{n\pi y}{b}) [(1 + \frac{\cos(h\beta_n)}{\sin(h^2\beta_n)} - \\ & \frac{\cos(h^2\beta_n)}{\sin(h^2\beta_n)}) \sin(h \frac{n\pi x}{b}) - \frac{x}{a} \sin(h \frac{n\pi x}{b}) - \\ & (\frac{1}{\sin(h\beta_n)} - \frac{\cos(h\beta_n)}{\sin(h\beta_n)}) \frac{x}{a} \cos(h \frac{n\pi x}{b})] \end{aligned} \quad (25)$$

式中: $M_n$  为级数展开系数。

板在  $y=0$  和  $y=b$  处的转角  $\varphi$  可表示为

$$\begin{aligned} \varphi = & \frac{1}{GJ_p} \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{a^2 M_{t,m}}{m^2 \pi^2} \sin(\frac{m\pi x}{a}) = \\ & \frac{\partial (w_1 + w_2 + w_3)}{\partial y} \end{aligned} \quad (26)$$

板的边缘负弯矩就是作用在边梁上的扭矩,因此二者的级数展开系数相同,即  $M_m=M_{t,m}$ 。由数学分析可知,式(19)和式(24)所代表的级数收敛速度均很快,为计算方便,仅取级数第 1 项计算能够满足精度要求。本试验中, $a=3\ 340\ \text{mm}$ , $b=3\ 540\ \text{mm}$ , $a/b\approx 1$ ,可认为  $a=b$ 。

表 2 试件抗弯刚度与抗扭刚度计算值

Tab. 2 Calculation Values of Bending Rigidity and Torsional Stiffness of Specimens

试件编号	板厚/mm	边梁截面尺寸	抗弯刚度 $D/(10^9\ \text{N}\cdot\text{mm})$	抗扭刚度 $/(10^{12}\ \text{N}\cdot\text{mm}^2)$	$aD/(GJ_p)$	$M_m$ 或 $M_n$
B-CC-1	120	240 mm×240 mm	4.639	3.463	4.474	-0.017 90
B-CL-1	120	240 mm×240 mm	3.543	3.463	3.418	-0.020 97
B-LL-2	120	240 mm×240 mm	2.794	3.463	2.695	-0.023 76
B-L-X	120	240 mm×240 mm	2.794	3.463	2.695	-0.023 76

3.5 考虑钢筋桁架对叠合板刚度的修正

从图 8 可以看出,全页岩陶粒混凝土叠合板试件 B-LL-2 的初始刚度明显高于全页岩陶粒混凝土现浇板试件 B-L-X,因此考虑叠合板中钢筋桁架和接缝内附加构造钢筋对叠合板刚度的贡献,在刚度计算中可将叠合板的等效抗弯刚度  $D_{eq}$  乘以修正系数  $\beta$ ,即

$$D'=\beta D_{eq} \quad (30)$$

式中: $D'$  为考虑钢筋桁架修正后的叠合板抗弯刚度。

试件 B-L-X,B-LL-2 荷载-挠度曲线(图 2)的初始斜率之比取为 1.2~1.3。

3.6 计算值与试验值对比

根据公式(19),(24),(25)计算结果,可以分别求出四边简支和考虑边梁扭转两对边承受分布弯矩的矩形板跨中挠度  $w_1,w_2$  和  $w_3$ ,再将其叠加,最后根据式(30)考虑钢筋桁架对叠合板刚度的修正,即可算出跨中挠度计算值。如前所述,仅取级数第 1 项便可获得较高的精度。双向叠合楼板跨中挠度计算值与试验值对比如图 8 所示。

当  $y=0,x=0.5a$  时,式(26)可表示为

$$\begin{aligned} & \frac{16q}{D\pi^5 b} \frac{1}{[(1/a)^2+(1/b^2)]^2} + \frac{ab}{2\pi D} \cdot \\ & M_m(0.079\ 416\ \frac{\pi}{a} + 0.917\ 15\ \frac{1}{b}) + \\ & 0.182\ 75\ \frac{ab}{2\pi D} \frac{\pi}{b} M_n = -\frac{1}{GJ_p} \frac{a^2}{\pi^2} M_m \end{aligned} \quad (27)$$

同理,对于另外两对边承受分布扭矩的情况,有

$$\begin{aligned} & \frac{16q}{D\pi^5 a} \frac{1}{[(1/a)^2+(1/b^2)]^2} + \frac{ab}{2\pi D} \cdot \\ & M_n(0.079\ 416\ \frac{\pi}{b} + 0.917\ 15\ \frac{1}{a}) + \\ & 0.182\ 75\ \frac{ab}{2\pi D} \frac{\pi}{a} M_m = -\frac{1}{GJ_p} \frac{a^2}{\pi^2} M_n \end{aligned} \quad (28)$$

根据式(27),(28)可得

$$M_m=M_n=4qa^2/[\pi^5(-\frac{aD}{GJ_p\pi^2}-0.277\ 06)] \quad (29)$$

对于不同试件,边梁的抗扭刚度计算值如表 2 所示。

4 结 语

(1)页岩陶粒混凝土叠合楼板和全现浇楼板在楼面活荷载标准值 2.0 kPa 作用下,挠度大小和裂缝宽度均满足现行国家标准中的限值要求,可作为结构楼板使用。

(2)试验结果表明,3 块叠合楼板试件在荷载等级 25 kPa 之前,现浇楼板试件在荷载等级 15 kPa 之前,其荷载-挠度曲线呈明显线性,可以按弹性阶段理论进行计算分析。

(3)配置钢筋桁架的双向叠合楼板整体性良好,预制与现浇混凝土叠合面未发生界面滑移。叠合板中的钢筋桁架提高了叠合楼板的整体刚度,计算叠合楼板刚度时应考虑乘以修正系数。

(4)考虑页岩陶粒混凝土的材料特性、边梁扭转影响和钢筋桁架对叠合楼板刚度的贡献等因素,推导了页岩陶粒轻质混凝土双向叠合板弹性阶段的挠度计算公式,计算结果与试验结果吻合良好,可用于指导相关工程实践。

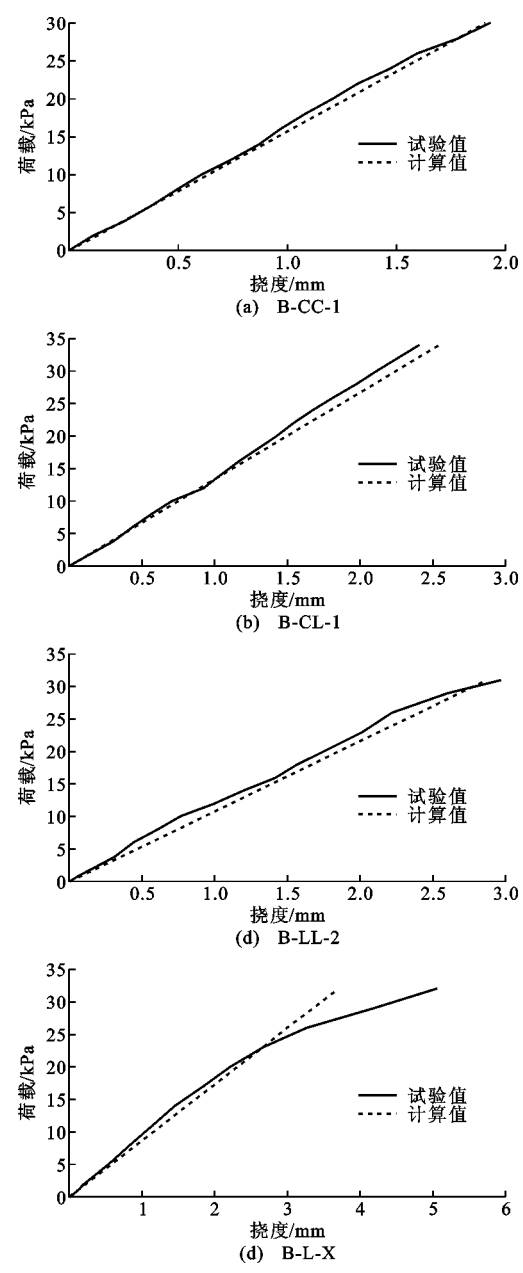


图8 双向叠合板跨中挠度试验值与计算值对比

Fig.8 Comparisons of Calculation Values and Test Values of Mid-span Deflection of Two-way Composite Plate

参考文献:

References:

[1] 郭学明. 装配式混凝土结构建筑的设计、制作与施工[M]. 北京:机械工业出版社,2017.

GUO Xue-ming. Design, Manufacture and Construction for Precast Concrete Buildings[M]. Beijing:China Machine Press,2017.

[2] 郑秀华,张宝生,葛勇,等. 页岩陶粒混凝土性能的研究[J]. 混凝土,2004(12):32-33,44,51.

ZHENG Xiu-hua, ZHANG Bao-sheng, GE Yong, et al. Study on Properties of Shale Ceramsite Concrete

[J]. Concrete,2004(12):32-33,44,51.

[3] 范瑛宏,彭鹏,侯子义. 页岩陶粒混凝土工作性及强度试验分析[J]. 混凝土与水泥制品,2014(10):30-33.

FAN Ying-hong, PENG Peng, HOU Zi-yi. Experimental Analysis on Work Ability and Strength of Shale Ceramsite Concrete[J]. China Concrete and Cement Products,2014(10):30-33.

[4] 王元清,袁霞,张延年,等. 拼装式混凝土双向叠合楼板承载性能试验研究[J]. 湖南大学学报:自然科学版,2015,42(9):14-22.

WANG Yuan-qing, YUAN Xia, ZHANG Yan-nian, et al. Experimental Study of the Load Carrying Capacities of Assembled Concrete Superimposed Two-way Slabs[J]. Journal of Hunan University; Natural Sciences,2015,42(9):14-22.

[5] 吴晓莉,杜春光,程文灏. 装配整体式钢筋混凝土双向板的构造和试验研究[J]. 特种结构,2009,26(2):36-39.

WU Xiao-li, DU Chun-guang, CHENG Wen-rang. Construction and Experimental Study of Assembled Monolithic Reinforced Concrete Two-way Slabs[J]. Special Structures,2009,26(2):36-39.

[6] 周鲲鹏. PK 预应力双向叠合楼板的试验研究与应用[D]. 长沙:湖南大学,2006.

ZHOU Kun-peng. Experimental Study and Application of PK Prestressed Composite Two-way Slab[D]. Changsha:Hunan University,2006.

[7] 徐天爽,徐有邻. 双向叠合板拼缝传力性能的试验研究[J]. 建筑科学,2003,19(6):11-14,38.

XU Tian-shuang, XU You-lin. An Experimental Study on Transmission Properties of Joints Between Superposed Slabs[J]. Building Science,2003,19(6):11-14,38.

[8] 汤磊,郭正兴,丁桂平. 新型钢筋桁架混凝土叠合双向板结构性能试验研究[J]. 工业建筑,2013,43(11):49-53.

TANG Lei, GUO Zheng-xing, DING Gui-ping. Structural Performance Test Research on the New Steel Bar Truss Concrete Superimposed Two-way Slab[J]. Industrial Construction,2013,43(11):49-53.

[9] HUSAIN H M, ALWASH N A, AMMASH H K. Large Displacement Elastic-plastic Analysis of Laminated Composite Plates Under In-plane Compressive Loads[J]. Al-Qadisiyah Journal for Engineering Sciences,2009,2(1):1-21.

[10] YANG B, DING H J, CHEN W Q. Elasticity Solutions for a Uniformly Loaded Rectangular Plate of



- Functionally Graded Materials with Two Opposite Edges Simply Supported[J]. *Acta Mechanica*, 2009, 207(3/4):245-258.
- [11] 冯 然,张先进. 钢筋混凝土双向板的非线性挠度分析[J]. *武汉理工大学学报*, 2003, 25(11):47-49, 79.  
FENG Ran, ZHANG Xian-jin. Nonlinear Finite Element Analysis of Deflection of Reinforced Concrete Two-way Slabs[J]. *Journal of Wuhan University of Technology*, 2003, 25(11):47-49, 79.
- [12] 吴方伯,黄海林,陈 伟,等. 预制带肋底板混凝土双向叠合板实用弹性计算方法[J]. *建筑结构*, 2012, 42(4):99-103.  
WU Fang-bo, HUANG Hai-lin, CHEN Wei, et al. Practical Elastic Calculation Methods of Concrete Two-way Composite Slab with Precast Ribbed Panels[J]. *Building Structure*, 2012, 42(4):99-103.
- [13] 崔亚涛,沈小璞. 叠合式双向板挠度变化规律的试验分析与研究[J]. *安徽建筑工业学院学报:自然科学版*, 2014, 22(2):51-54.  
CUI Ya-tao, SHEN Xiao-pu. Composite Two-way Slab Changing Law of Experiment Analysis and Research[J]. *Journal of Anhui Institute of Architecture & Industry*, 2014, 22(2):51-54.
- [14] 黄海林,李金华,曾垂军,等. 一边固支三边简支预制矩形肋底板混凝土双向叠合板的简化弹性计算方法[J]. *建筑科学与工程学报*, 2017, 34(1):58-67.  
HUANG Hai-lin, LI Jin-hua, ZENG Chui-jun, et al. Simplified Elastic Calculation Method of Precast Rectangular Rib Floor Concrete Two-way Composite Slab with One Edge Clamped and Three Edges Simply Supported[J]. *Journal of Architecture and Civil Engineering*, 2017, 34(1):58-67.
- [15] 刘 香,张君瑞,李 娟. 钢筋桁架叠合双向板刚度计算方法研究[J]. *江西建材*, 2017(8):15-16.  
LIU Xiang, ZHANG Jun-rui, LI Juan. Study on Stiffness Calculation Method of Steel Bar Truss Composite Two-way Slab[J]. *Jiangxi Building Materials*, 2017(8):15-16.
- [16] SOHEL K M A, LIEW J Y R. Steel-concrete-steel Sandwich Slabs with Lightweight Core-static Performance[J]. *Engineering Structures*, 2011, 33(3):981-992.
- [17] CRISINEL M, MARIMON F. A New Simplified Method for the Design of Composite Slabs[J]. *Journal of Constructional Steel Research*, 2004, 60(3/4/5):481-491.
- [18] 曹光荣. 现浇钢筋混凝土双向板挠度的试验研究[D]. 南京:东南大学, 2005.  
CAO Guang-rong. Experiment Researches on Deflection of Cast-in-situ RC Two-way Slab[D]. Nanjing: Southeast University, 2005.
- [19] 杨海斌. 钢筋混凝土双向板挠度计算方法研究[D]. 西安:西安建筑科技大学, 2015.  
YANG Hai-bin. The Calculation Method of Reinforced Concrete Two Way Slab Deflections[D]. Xi'an: Xi'an University of Architecture and Technology, 2015.
- [20] GB 50010—2010, 混凝土结构设计规范[S].  
GB 50010—2010, Code for Design of Concrete Structures[S].
- [21] DB42/T 1044—2015, 装配整体式混凝土剪力墙结构技术规程[S].  
DB42/T 1044—2015, Technical Specification for Assembled Precast Concrete Shear Wall Structures[S].
- [22] 王光钦,丁桂保,杨 杰. 弹性力学[M]. 3 版. 北京:清华大学出版社, 2008.  
WANG Guang-qin, DING Gui-bao, YANG Jie. Elastic Mechanics[M]. 3rd ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2008.
- [23] 杨桂通. 弹性力学简明教程[M]. 2 版. 北京:清华大学出版社, 2013.  
YANG Gui-tong. Introduction to Elasticity[M]. 2nd ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2013.
- [24] JGJ 12—2006, 轻骨料混凝土结构技术规程[S].  
JGJ 12—2006, Technical Specification for Lightweight Aggregate Concrete Structures[S].