

引用本文: 亓兴军, 赵 越, 赵 奇. 基于模态挠度的斜交桥静载试验数值方法[J]. 建筑科学与工程学报, 2020, 37(3): 55-62.

QI Xing-jun, ZHAO Yue, ZHAO Qi. Numerical Method of Static Load Test for Skew Bridge Based on Modal Deflection[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2020, 37(3): 55-62.

DOI: 10.19815/j.jace.2019.10060

基于模态挠度的斜交桥静载试验数值方法

亓兴军^{1,2}, 赵 越^{1,2}, 赵 奇^{1,2}

(1. 山东建筑大学 交通工程学院, 山东 济南 250101;

2. 山东建筑大学 山东省高校土木结构防灾减灾协同创新中心, 山东 济南 250101)

摘要: 为了探讨不中断交通情况下进行桥梁静载试验的可行性, 以斜交简支空心板桥龙山桥为研究对象, 研究基于模态挠度的静载试验应用于斜交板桥承载力评估的计算精度问题。首先利用环境激励获得桥梁在运营状态下的模态参数, 再采用附加质量法对桥梁模态振型进行质量归一化, 计算桥梁的位移柔度矩阵, 最后利用位移柔度矩阵和等效荷载分配的方法计算桥梁的模态挠度。建立龙山桥的有限元梁格计算模型, 根据荷载试验规程设计了静载试验中载和偏载 2 个加载工况, 利用龙山桥的前 5 阶模态参数计算位移柔度矩阵, 预测桥梁在 2 个加载工况下各控制截面的模态挠度, 并与有限元模型计算挠度和实测挠度相对比。结果表明: 中载工况下模态挠度与计算挠度相比, 相对误差均小于 5%, 控制截面最大计算相对误差为 3.55%; 偏载工况下模态挠度与计算挠度相比, 相对误差均小于 6%, 控制截面最大相对误差为 5.15%, 能够满足工程精度要求; 模态挠度能够有效代替桥梁静载试验的实测静载挠度, 利用模态挠度评估桥梁承载力具有较强的有效性和可行性。

关键词: 模态挠度; 斜交桥; 误差分析; 位移柔度矩阵; 静载试验

中图分类号: TU973.2

文献标志码: A

文章编号: 1673-2049(2020)03-0055-08

Numerical Method of Static Load Test for Skew Bridge Based on Modal Deflection

QI Xing-jun^{1,2}, ZHAO Yue^{1,2}, ZHAO Qi^{1,2}

(1. School of Transportation Engineering, Shandong Jianzhu University, Jinan 250101, Shandong, China;

2. Shandong Co-innovation Center for Disaster Prevention and Mitigation of Civil Structures, Shandong Jianzhu University, Jinan 250101, Shandong, China)

Abstract: In order to explore the feasibility of carrying out bridge static load test under traffic excitation, taking the Longshan bridge, a skew simply supported hollow slab bridge, as the study object, the calculation accuracy of applying static load test based on modal deflection method to the bearing capacity evaluation of skew slab bridge was studied. Firstly, the modal parameters of the bridge under the operation state were obtained by using environmental excitation. Then the modal shapes of the bridge were normalized by using the additional mass method, and the displacement compliance matrix of the bridge was calculated. Finally the modal deflection of the bridge was calculated by using the displacement compliance matrix and the equivalent load

收稿日期: 2019-08-24

基金项目: 山东省高等学校土木结构防灾减灾协同创新中心项目(XTM201904); 山东省交通科技计划项目(2019Y10);

国家自然科学基金项目(51178258)

作者简介: 亓兴军(1974-), 男, 山东济南人, 教授, 工学博士, E-mail: qxj123@163.com。

distribution method. The finite element beam lattice calculation model of Longshan bridge was established. According to the load test method, two loading conditions of static load test and eccentric load were designed. The displacement flexibility matrix was calculated by using the first fifth modal parameters of Longshan bridge. The modal deflections of each control section of the bridge under the two loading conditions were predicted, and compared with the calculated deflection of the finite element model and measured deflection. The results show that, compared with the calculated deflection, the error of the medium load condition is less than 5% and the maximum calculation error of the control section is 3.55%. Compared with the calculated deflection, the error of the partial load condition is less than 6%, and the maximum error of the control section is 5.15%, which can meet the engineering precision requirements. The modal deflection can effectively replace the measured static deflection of bridge static load test, and it is effective and feasible to use modal deflection to evaluate bridge bearing capacity.

Key words: modal deflection; skew bridge; error analysis; displacement flexibility matrix; static load test

0 引言

桥梁是供铁路、公路、渠道、管线等跨越河、山谷或其他障碍的具有承载能力的架空建筑物,是交通设施互联互通的枢纽点和关键点^[1]。随着中国交通运输行业的不断发展,公路运输量日益增长,超速、超重车辆也不断增加,给公路桥梁带来巨大的压力,再加上复杂的环境因素影响,严重影响了桥梁的使用性能和结构安全,使得桥梁的承载能力和使用寿命迅速降低。因此,对于桥梁运营状态进行有效快速的评估具有重要的意义。

评估桥梁状态的方法有经验评定法、综合评定法、荷载试验法和影响线法^[1-6]。目前主要应用荷载试验法对桥梁运营状态进行安全性评估。荷载试验按照加载方式不同可分为静载试验和动载试验。静载试验的主要方法是选用等效于设计荷载的车辆荷载对桥梁进行加载,测量桥梁的静载应变和静载挠度,可以对桥梁承载力进行较为直观的评估。经过多年的发展,桥梁静载试验已形成了完整的理论和方法,相关部门已颁布了相应的规范与标准,广泛应用于现役大中型桥梁承载力状态评估。由于静载试验流程复杂,加载时间长,且需要中断交通,耗费大量的人力物力,所以难以广泛应用于小型桥梁承载力状态评估^[7-8]。然而桥梁模态挠度的测量较为简单,且不需要中断交通在桥面加载试验车辆,只需要在桥面布置加速度传感器,利用环境激励或者交通激励,获得桥梁的动力响应数据,再对响应数据进行模态分析,获得桥梁各阶的模态参数,进而计算出桥梁的位移柔度矩阵^[9-10]。利用位移柔度矩阵可以计

算桥梁在静载试验工况下各控制面模态挠度,代替静载试验的实测挠度,从而评价桥梁承载力状态。基于模态挠度评估桥梁承载力的方法具有成本低、时间短、操作方便等优点,能弥补传统静载试验中必须长时间中断交通的缺点,具有广阔的工程应用前景。

本文以龙山桥为研究对象,建立空间梁格有限元模型,探讨基于模态挠度的静载试验评估斜交桥梁承载力的可行性。

1 模态位移柔度计算方法

1.1 模态位移柔度定义

柔度表示的是结构在单位力作用下的位移,与刚度互为倒数,可以表征结构在线弹性状态下的变形能力,对结构的损伤定位、定量和性能评估具有明确意义^[11]。按照测试方法不同可以将柔度分为静力位移柔度和模态位移柔度,通过静力试验和静力分析方法得到的柔度称为静力位移柔度;通过模态试验及模态分析方法得到的柔度称为模态位移柔度^[12]。理论上,如果能有足够多阶的模态阶数用于计算结构的柔度,那么就可以得到精确的柔度数值。在忽略测量误差的前提下,假设结构处于线弹性状态下,其模态位移柔度与静力位移柔度在数值上是相同的^[2]。利用位移柔度矩阵可以预测桥梁在已知荷载作用下的模态位移,从而代替静力位移。如今,常用2种方法计算模态位移柔度:方法1,基于角频率和附加质量的质量归一化振型计算模态位移柔度;方法2,基于频率响应函数拟合提取模态位移柔度^[11]。本文采用附加质量方法计算结构的模态柔

度矩阵。

1.2 振型质量归一化计算方法

在实际工程中,结构的质量并不是均匀分布的,而且无法精确得知桥梁的质量矩阵 \mathbf{M} 。如果通过建立结构粗略的有限元模型,从有限元模型中提取质量矩阵 \mathbf{M} 受到人为因素的影响较大,因此林贤坤等^[13]提出了一种基于附加质量的桥梁振型质量归一方法。在桥梁上特定位置施加质量块,人为制造桥梁质量矩阵 \mathbf{M} 的改变,再利用质量矩阵的改变矩阵 $\Delta\mathbf{M}$ 、桥梁原频率 ω_i 、附加质量后的桥梁频率 ω'_i 、桥梁原振型 ϕ_i 、附加质量后的桥梁振型 ϕ'_i ,计算出未施加质量块的桥梁模态振型归一化系数 γ_i ,从而实现桥梁的振型归一化^[12]。

假设原振型 ϕ_i 的质量归一化振型为 ϕ_{mi} ,则 $\phi_{mi}^T \mathbf{M} \phi_{mi} = 1$ 。因为结构的振型表示结构各节点在各模态阶数下的位移比值,反映的是结构的固有特性,所以振型相中各测点的位移比值是恒定的。因此,实测的结构各阶振型与经过质量归一化得到的结构振型只相差一个振型归一化系数 γ_i ,即

$$\gamma_i = \sqrt{\frac{4(\omega_i - \omega'_i)}{(\omega_i - \omega'_i) \phi_i^T \Delta \mathbf{M} \phi_i}} \quad (1)$$

$$\phi_{mi} = \gamma_i \phi_i \quad (2)$$

1.3 模态位移柔度计算方法

由结构振动理论可知,位移频响函数 $\mathbf{H}(\omega_i)$ 在力学概念中等同于单位动荷载作用下各测量点的动位移^[13]。在实际工程中,桥梁的结构阻尼较小,可设为比例阻尼。根据一般阻尼的复模态理论,取所有测点为参考点时,可以得到基于实模态理论位移频率响应函数 $\mathbf{H}(\omega_i)$ 的模态分解公式^[13],即

$$\mathbf{H}(\omega_i) = \sum_{i=1}^N \frac{\phi_i \phi_i^T}{M_i(\omega_i^2 - \omega^2) + 2\xi_i \omega \omega_i} \quad (3)$$

式中: ω 为外部激励角频率; ξ_i 为第 i 阶模态的阻尼比。

观察公式(3)可知, $\mathbf{H}(\omega_i)$ 为外部激励角频率 ω 的函数矩阵。当 $\omega \rightarrow 0$ 时, $\mathbf{H}(\omega_i)$ 表示单位荷载作用下结构某一点的位移,物理意义表示的是结构的柔度矩阵 \mathbf{H}_d ^[12],即

$$\mathbf{H}_d = \sum_{i=1}^N \frac{\phi_i \phi_i^T}{M_i \omega_i^2} \quad (4)$$

\mathbf{H}_d 的物理意义是结构的柔度矩阵,因此 \mathbf{H}_d 可由结构的模态信息推导出来,称之为结构的模态柔度矩阵。由结构的模态柔度矩阵 \mathbf{H}_d 和静荷载向量 \mathbf{f} ,可计算得结构的竖向挠度 \mathbf{D}

$$\mathbf{D} = \mathbf{H}_d \cdot \mathbf{f} \quad (5)$$

由公式(5)可以看出,柔度矩阵的计算公式是各阶模态参数的叠加形式,与原结构固有角频率的平方成反比,随着模态阶次的升高,结构的固有角频率显著增大,高阶模态参数对位移柔度矩阵的贡献将显著减小。因此,一般结构只需要前几阶模态参数计算位移柔度矩阵,其预测的模态位移会快速收敛于结构的真实静力位移,就能满足工程精度要求^[14-15]。

2 工程实例

2.1 龙山桥工程概况

龙山桥位于道路直线段内,与龙山村西河道交角为 70° ,宽度为 11.61 m,桥梁全长 56.04 m。桥梁设计采用 3~13.0 m 简支梁桥,上部结构采用装配式先张法预应力混凝土简支空心板,共 12 块。下部结构为桩柱式桥墩和重力式桥台扩大基础。桥梁现场照片如图 1 所示。



图1 龙山桥

Fig. 1 Longshan Bridge

2.2 龙山桥有限元模型

本桥为斜交板桥且桥面横向宽度较大,桥梁在荷载作用下变形值的横向分布采用单梁模型无法准确模拟,因此本文用梁格模型进行模拟,梁格模型采用 MIDAS/Civil 软件建模^[16]。主梁、横隔板以及虚拟横梁均采用梁单元,其中假设虚拟横隔梁的刚度为无限大,纵梁基于腹板划分,虚拟横梁刚度根据剪力梁格理论计算。全桥模型共 577 个节点、962 个单元。斜交板桥的简支边界条件根据支座约束方向采用相应的一般支承来模拟。

为了直观模拟实际环境激励下的桥梁随机动力响应,桥梁有限元模型的所有节点施加时长为 60 s、零均值的高斯白噪声激励,利用有限元模型计算桥梁结构在振型节点作用有 Gaussian 白噪声的加速度响应^[15]。选取每单片简支板梁的 13 个有限元节点作为振型测点,在空心板底面共模拟布置 156 个加速度传感器。桥梁有限元计算模型如图 2 所示,高斯白噪声时域如图 3 所示。

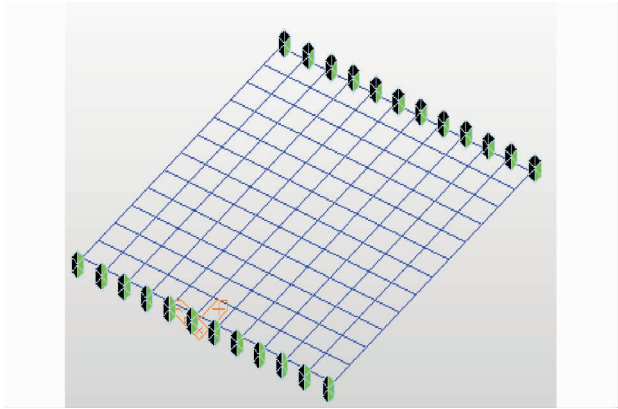


图 2 龙山桥有限元模型

Fig. 2 Finite Element Model of Longshan Bridge

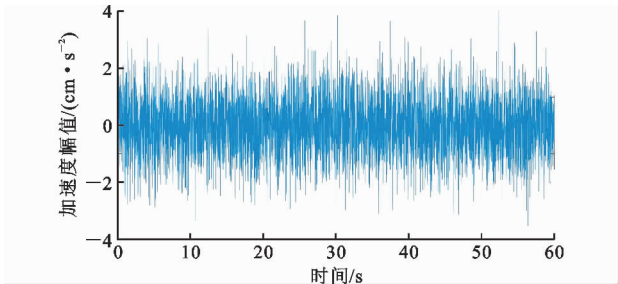


图 3 高斯白噪声时域

Fig. 3 Time Domain Spectrum of Gaussian White Noise

3 位移柔度矩阵计算

3.1 桥梁结构模态参数

基于桥梁模态参数识别的模态挠度法应用于桥梁承载力评估时,由于位移柔度矩阵的快速收敛性,只需要利用低阶竖向振型对应的模态参数便可以计算得到较为精确的位移柔度矩阵^[11]。在实际工程应用中,只需要在桥面布置竖向加速度传感器,测量桥梁在环境激励下的竖向加速度,运用模态分析法得到桥梁结构前几阶竖向振型对应的模态参数。在桥梁有限元结构中施加高斯白噪声激励,模拟真实的环境激励;空间斜交板桥结构较为复杂,有限元计算得到的振型包括竖向、横向和扭转等形式。本文的目的是使用竖向振型计算位移柔度矩阵,根据各阶模态振型质量参与百分比可知:前 5 阶振型均为竖向,且第 5 阶振型累计竖向振型质量参与系数为 77.26%;从第 6 阶开始,桥梁结构振型表现为横向和扭转。同时考虑到位移柔度矩阵的快速收敛性,故选用前 5 阶竖向振型计算位移柔度矩阵。桥梁未附加质量时的前 5 阶竖向频率和振型如表 1 所示。

分别在 4 号梁与 9 号梁的跨中、四分之一跨和四分之三跨施加 4 t 的质量块,质量块的位置如图 4

表 1 龙山桥环境激励模态频率和振型

Tab. 1 Ambient Excitation Modal Frequency and Mode Shape of Longshan Bridge

阶次	频率 ω_i / Hz	振型描述
1	7.78	一阶竖向振动
2	12.54	二阶竖向振动
3	19.97	三阶竖向振动
4	27.95	四阶竖向振动
5	29.86	五阶竖向振动

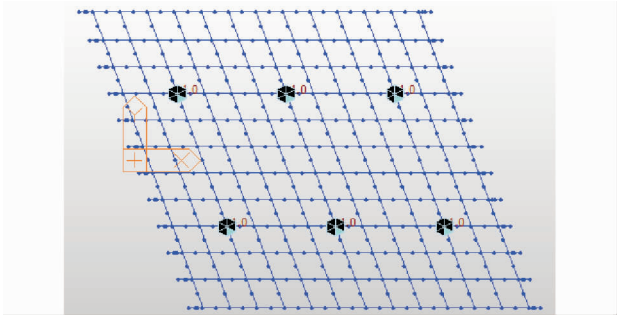


图 4 附加质量块位置

Fig. 4 Location of Additional Mass

所示。质量块的总质量为 24 t,约占桥梁上部结构质量的 5%,通过施加质量块改变桥梁结构的质量矩阵^[13]。质量块的施加位置要避开桥梁振型的模态节点,否则会导致振型识别不准确,从而影响位移柔度矩阵的计算结果^[15]。在附加质量的桥梁结构中施加高斯白噪声激励,模拟真实的环境激励,获得附加质量下桥梁结构的前 5 阶频率,桥梁附加质量时的前 5 阶竖向频率 ω'_i 和振型 ϕ'_i 如表 2 所示。

表 2 附加质量时龙山桥环境激励模态频率和振型

Tab. 2 Ambient Excitation Modal Frequency and Mode Shape of Longshan Bridge with Additional Mass

阶次	频率 ω'_i / Hz	振型描述
1	7.27	一阶竖向振动
2	11.85	二阶竖向振动
3	19.63	三阶竖向振动
4	25.45	四阶竖向振动
5	27.14	五阶竖向振动

3.2 龙山桥位移柔度矩阵

将环境激励下龙山桥有限元模型的基本模态参数代入公式(1)和公式(2),计算桥梁结构的质量归一化系数 γ 和质量归一化振型 ϕ_m ,前 5 阶振型质量归一化系数 γ 分别为 1.02,1.06,1.02,1.09,1.08。可以看出,每一阶振型的质量归一化系数都不一样,其数值的大小与振型的幅值以及附加质量的大小和位置都有关系。再利用公式(4)计算柔度矩阵为 156 行 156 列的方阵,为直观地观测该矩阵,画出如

图 5 所示的三维矩阵图,由于 156 个传感器测点在横桥向大概沿着 12 根梁布置,所以位移柔度矩阵的三维曲面有 144 个明显的峰值,最大峰值点对应桥梁结构的位置为边梁跨中处。峰值点较为密集说明静力荷载作用于桥梁单元时,本单元节点的荷载会对其他单元的模态挠度有影响,这个结果与该梁格结构的物理意义是一致的。

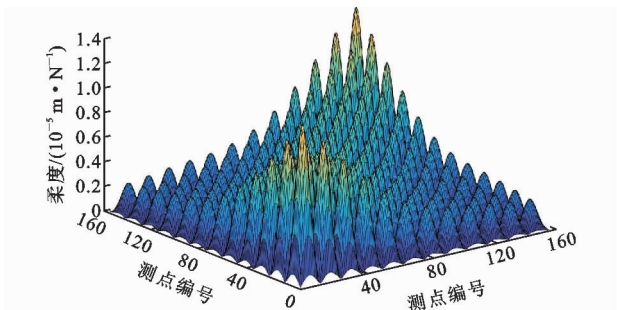


图 5 柔度矩阵三维图

Fig. 5 Three-dimensional Diagram of Flexibility Matrix

4 桥梁模态挠度计算

为了验证基于模态挠度法静力荷载试验的方法所计算挠度的准确性,将利用柔度矩阵所计算的模态挠度数值与有限元结果的理论值进行比较。按照《公路桥梁承载能力检测评定规程》(JTG/T J21—2011)中关于桥梁静载试验加载方案的要求,采用 3 辆 30 t 的三轴车对龙山桥进行加载,加载车辆示意如图 6 所示。根据规程要求,利用桥梁的影响线及试验荷载效率,确定加载试验中最不利活荷载位置,设计中载和偏载 2 种工况进行加载试验。中载工况车辆加载位置如图 7 所示;偏载工况车辆加载位置如图 8 所示。在桥梁有限元模型中,车辆荷载按照集中荷载形式进行加载,集中荷载的形式如图 6 所示。通过有限元软件分别计算得到龙山桥 2 种工况下在的静载挠度理论值。

在计算模态挠度时,需要对车辆荷载进行节点等效荷载分配,按照等效荷载的原则将车轮力分配到柔度矩阵的计算节点上,然后利用节点等效荷载与柔度矩阵计算桥梁的模态挠度^[17-19]。

4.1 中载工况挠度计算

中载工况为 3 辆加载车辆,进行了实际中载下的挠度测量,结果如表 3 所示。利用有限元与位移柔度矩阵计算各控制截面的模态挠度,结果如表 4 所示,各测点的挠度曲线如图 9 所示。

由表 3 中数据可知:在中载工况下,各测点挠度校验系数位于 0.26~0.42 之间,满足规程要求;相

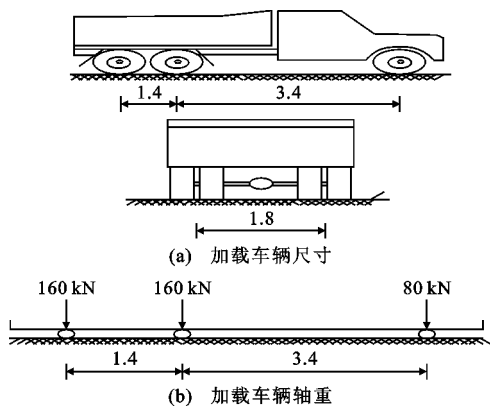


图 6 加载车辆示意(单位:m)

Fig. 6 Schematic of Loading Vehicle (Unit:m)

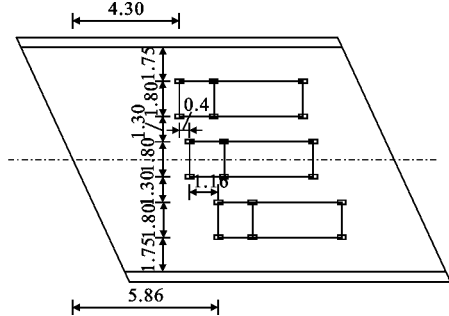


图 7 中载车辆加载位置(单位:m)

Fig. 7 Loading Position of Medium Load Vehicle (Unit:m)

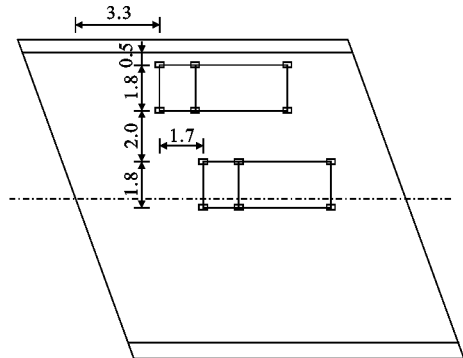


图 8 偏载车辆加载位置(单位:m)

Fig. 8 Loading Position of Partial Load Vehicle (Unit:m)

对残余位移介于 0%~14.81% 之间,满足评定规程和试验规程中不大于 20% 的规定,说明中载工况设计合理。选取每根梁挠度最大的截面为控制截面,模态挠度值与实测值相比,各控制截面变化规律相同。利用环境激励下的前 5 阶模态参数计算得到的桥梁模态挠度数值与有限元分析的理论挠度值相比,各节点相对误差均小于 5%,其中边梁的控制截面模态挠度计算的相对误差最大,最大相对误差为 3.55%,满足工程精度要求。

4.2 偏载工况挠度计算

偏载工况下,每根梁挠度最大点的数值和相对

表 3 中载挠度实测结果

Tab.3 Measured Results of Deflection Under Medium Load

梁号	中载挠度实测值/mm	卸载挠度/mm	相对残余位移/%	最大弹性位移/mm	最大理论位移/mm	校验系数
1	1.70	0.00	0.00	1.70	5.75	0.30
2	1.88	0.00	0.00	1.88	5.89	0.32
3	1.97	0.00	0.00	1.97	6.06	0.33
4	2.21	0.04	1.81	2.17	6.26	0.35
5	2.74	0.28	10.22	2.46	6.24	0.40
6	2.49	0.07	2.81	2.42	6.26	0.38
7	2.70	0.40	14.81	2.30	6.25	0.37
8	2.72	0.04	1.47	2.68	6.23	0.43
9	2.34	0.19	8.12	2.15	6.19	0.34
10	1.61	0.02	1.24	1.59	5.89	0.27
11	1.58	0.00	0.00	1.58	5.88	0.27
12	1.56	0.00	0.00	1.56	5.70	0.27

表 4 中载挠度最大值相对误差

Tab.4 Relative Error for Maximum Deflection Under Medium Load

梁号	中载挠度理论值/mm	中载挠度预测值/mm	相对误差/%
1	5.66	5.75	1.59
2	6.01	5.89	1.99
3	6.29	6.06	3.66
4	6.48	6.26	2.79
5	6.60	6.24	5.15
6	6.60	6.26	5.15
7	6.54	6.25	4.43
8	6.45	6.23	3.41
9	6.25	6.19	0.09
10	6.01	5.89	1.99
11	5.67	5.88	3.70
12	5.66	5.70	0.71

误差如表 5 所示,各测点挠度的曲线如图 10 所示。

对于龙山桥而言,在偏载工况下,利用环境激励下的前 5 阶模态参数计算得到的桥梁模态挠度数值与有限元分析的理论值相比,各控制截面相对误差均在 8%以内,控制截面最大相对误差为 7.58%,基本上可以满足工程精度要求。

5 结 语

(1)利用模态挠度法,通过结构的前 5 阶模态参数计算桥梁结构在静载试验荷载作用下的模态挠度,与静载理论挠度相比较,中载相对误差均小于 6%,偏载相对误差小于 8%,满足工程精度的要求,说明模态挠度法能够有效替代静载试验挠度,可以

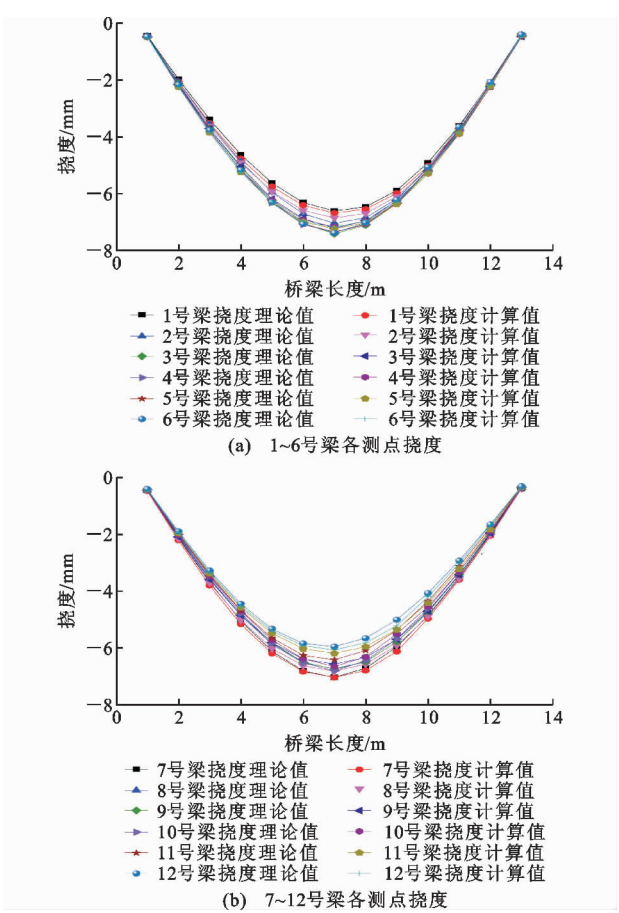


图 9 中载工况桥梁挠度理论值与计算值对比

Fig.9 Comparison of Theoretical Value and Calculation of Bridge Deflection Under Medium Load

表 5 偏载挠度最大值相对误差

Tab.5 Relative Error for Maximum Deflection Under Partial Load

梁号	偏载挠度理论值/mm	偏载挠度预测值/mm	相对误差/%
1	3.04	3.24	6.48
2	3.10	3.11	0.41
3	3.14	3.21	2.14
4	3.17	3.22	1.74
5	3.17	3.31	4.20
6	3.16	3.25	1.90
7	3.16	3.26	2.84
8	3.17	3.26	2.83
9	3.16	3.01	4.74
10	3.11	2.91	6.43
11	3.07	2.99	2.61
12	3.06	2.84	7.58

应用于桥梁的承载力评估。

(2)在中载和偏载 2 种工况下,中载工况计算的误差小,偏载工况计算的误差大。说明在通过柔度矩阵预测桥梁的模态挠度时,中载工况的加载位置

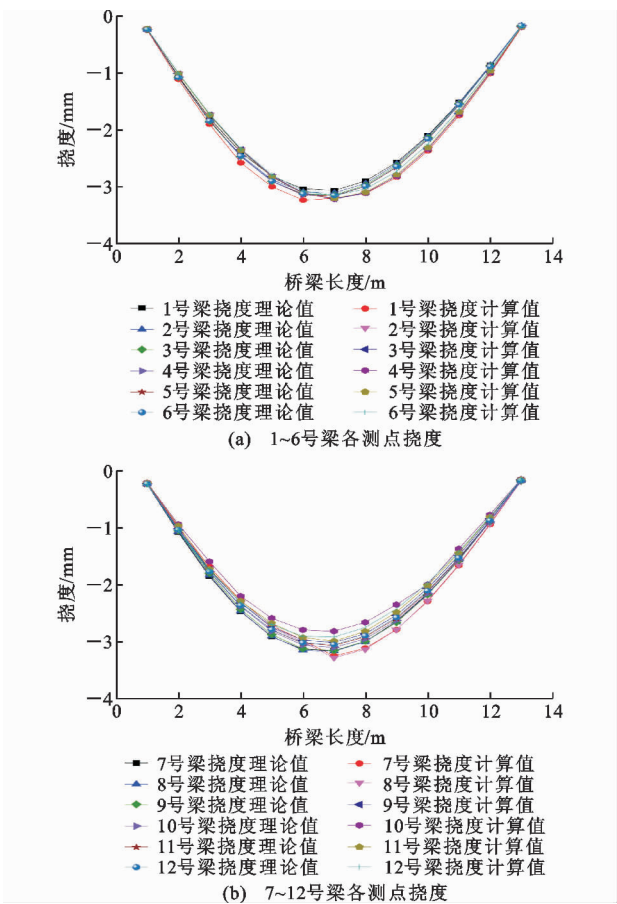


图 10 偏载工况桥梁挠度理论值与计算值对比
Fig. 10 Comparison of Theoretical Value and Calculation of Bridge Deflection Under Partial Load

更接近于计算柔度矩阵的峰值点,计算结果更准确。

(3)通过柔度矩阵计算的桥梁模态挠度和有限元计算结果相比,仍然存在误差。原因在于计算柔度矩阵时加速度采集的测点数目不足,导致柔度矩阵计算的维数不够;或者是节点荷载分配不够精确,计算桥梁模态挠度时会存在误差。

(4)基于模态挠度的静载试验法结合了模态分析与静载试验的优点,在实际工程中,可以在不中断交通的情况下,只需利用环境激励或者是交通激励,便可以方便快捷地测量得到相关的结构模态参数。因此基于模态挠度的静载试验方法具有广泛的应用前景。

参考文献:

References:

[1] 《中国公路学报》编辑部. 中国桥梁工程学术研究综述·2014[J]. 中国公路学报, 2014, 27(5): 1-96.
Editorial Department of China Journal of Highway and Transport. Review on China's Bridge Engineering Research, 2014[J]. China Journal of Highway Trans-

port, 2014, 27(5): 1-96.
[2] 李 闯, 赵素锋. 桥梁结构快速检测鉴定方法的研究[J]. 公路交通技术, 2004(6): 60-65, 85.
LI Chuang, ZHAO Su-feng. Study on Rapid Test and Identification of Bridge Structures[J]. Technology of Highway and Transport Technology, 2004(6): 60-65, 85.
[3] 梁 鹏, 王秀兰, 楼灿洪, 等. 基于裂缝特征库的混凝土梁桥承载能力快速评定[J]. 中国公路学报, 2014, 27(8): 32-41, 72.
LIANG Peng, WANG Xiu-lan, LOU Can-hong, et al. Rapid Evaluation of Load-bearing Capacity of Concrete Beam Bridge Based on Crack Feature Library[J]. China Journal of Highway and Transport, 2014, 27(8): 32-41, 72.
[4] PERERA R, HUERTA C, ORQUIN J M. Identification of Damage in RC Beams Using Indexes Based on Local Modal Stiffness[J]. Construction and Building Materials, 2008, 22(8): 1656-1667.
[5] JI H S, SON B J, CHANG S Y. Field Testing and Capacity-ratings of Advanced Composite Materials Short-span Bridge Superstructures [J]. Composite Structures, 2007, 78(2): 299-307.
[6] SASMAL S, RAMANJANEYULU K. Condition Evaluation of Existing Reinforced Concrete Bridges Using Fuzzy Based Analytic Hierarchy Approach[J]. Expert Systems with Applications, 2008, 35(3): 1430-1443.
[7] 李东平, 唐新葵, 王宁波. 基于实际影响线的桥梁快速检测方法[J]. 桥梁建设, 2019, 49(1): 42-46.
LI Dong-ping, TANG Xin-kui, WANG Ning-bo. Bridge Rapid Detection Method Based on Actual Influence Lines[J]. Bridge Construction, 2019, 49(1): 42-46.
[8] 张劲泉, 李鹏飞, 董振华, 等. 服役公路桥梁可靠性评估的若干问题探究[J]. 土木工程学报, 2019, 52(增 1): 159-173.
ZHANG Jin-quan, LI Peng-fei, DONG Zhen-hua, et al. Study on Some Reliability Evaluation Problems of Existing Highway Bridges[J]. China Civil Engineering Journal, 2019, 52(S1): 159-173.
[9] CASAROTTI C, PINHO R. An Adaptive Capacity Spectrum Method for Assessment of Bridges Subjected to Earthquake Action[J]. Bulletin of Earthquake Engineering, 2007, 5(3): 377-390.
[10] 邱飞力, 张立民, 张卫华. 基于模态柔度矩阵的结构损伤识别[J]. 噪声与振动控制, 2015, 35(4): 101-106.
QIU Fei-li, ZHANG Li-min, ZHANG Wei-hua. Struc-

- ture Damage Detection Based on Modal Flexibility Matrix[J]. Noise and Vibration Control, 2015, 35(4): 101-106.
- [11] 周云, 易伟建, 蒋运忠, 等. 多参考点脉冲锤击法识别桥梁模态柔度的实践[J]. 中国公路学报, 2015, 28(9): 46-56.
- ZHOU Yun, YI Wei-jian, JIANG Yun-zhong, et al. Practice of Bridge Modal Flexibility Identification Using Multiple-reference Impact Test[J]. China Journal of Highway and Transport, 2015, 28(9): 46-56.
- [12] 宋若雨. 基于柔度矩阵的简支梁桥评定及损伤识别方法[D]. 北京: 北京交通大学, 2016.
- SONG Ruo-yu. Evaluation and Damage Identification Method of Girder Bridge Based on Flexibility Matrix [D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2016.
- [13] 林贤坤, 覃柏英, 张令弥, 等. 基于附加质量的试验模态振型质量归一化[J]. 振动、测试与诊断, 2012, 32(5): 784-790, 864.
- LIN Xian-kun, QIN Bai-ying, ZHANG Ling-mi, et al. Way of Getting Mass-normalized Experimental Mode Shapes Based on Mass Changes[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2012, 32(5): 784-790, 864.
- [14] 林贤坤, 张令弥, 郭勤涛, 等. 基于模态挠度法的预应力连续箱梁桥状态评估[J]. 土木工程学报, 2010, 43(10): 83-90.
- LIN Xian-kun, ZHANG Ling-mi, GUO Qin-tao, et al. Application of Modal Deflection Method for Condition Assessment of Prestressed Concrete Continuous Box-girder Bridges[J]. China Civil Engineering Journal, 2010, 43(10): 83-90.
- [15] 林贤坤, 覃柏英, 张令弥, 等. 模态分析的模态挠度法在桥梁状态评估中的应用[J]. 振动与冲击, 2013, 32(14): 52-57, 76.
- LIN Xian-kun, QIN Bo-ying, ZHANG Ling-mi, et al. Application of Modal Deflection Method in Condition Assessment of a Bridge Based on Operational Modal Analysis Without Interrupting Traffic[J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(14): 52-57, 76.
- [16] 焦驰宇, 桂晓珊, 龙佩恒, 等. 考虑施工阶段的长悬臂变宽箱梁桥受力性能研究[J]. 施工技术, 2018, 47(增4): 613-618.
- JIAO Chi-yu, GUI Xiao-shan, LONG Pei-heng, et al. Research on Long-arm Cantilever Wide Single Box Girder Bridge Under Different Construction Conditions[J]. Construction Technology, 2018, 47(S4): 613-618.
- [17] ZHANG J, TIAN Y D, YANG C Q, et al. Vibration and Deformation Monitoring of a Long-span Rigid-frame Bridge with Distributed Long-gauge Sensors[J]. Journal of Aerospace Engineering, 2017, 30(2): B4016014.
- [18] 陈钊. 车轮冲击力测量与桥梁性能快速评估[D]. 南京: 东南大学, 2017.
- CHEN Zhao. Tire Force Measurement and Rapid Bridge Test[D]. Nanjing: Southeast University, 2017.
- [19] WANG T, ZHANG L M, TAMURA Y. An Operational Modal Analysis Method in Frequency and Spatial Domain[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2005, 4(2): 295-300.