

引用本文:刘 晖,申韶丁,雷 电. 焊接结构裂纹扩展分析的无网格和水平集耦合方法[J]. 建筑科学与工程学报,2020,37(5):106-112.  
LIU Hui, SHEN Shao-ding, LEI Dian. Coupling Method of Meshless and Level Set for Crack Propagation of Welded Structure[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2020, 37(5): 106-112.

DOI:10.19815/j.jace.2019.05068

# 焊接结构裂纹扩展分析的无网格和水平集耦合方法

刘 晖, 申韶丁, 雷 电

(武汉理工大学 道路桥梁与结构工程湖北省重点实验室, 湖北 武汉 430070)

**摘要:**针对焊接结构由于初始裂纹的存在而导致裂纹扩展,降低结构承载力,危及结构使用安全的问题,提出了分析有初始裂纹焊接结构的裂纹扩展及其扩展路径的无网格和水平集耦合方法。先建立焊接结构的无网格模型,将节点划分为常规节点、阶跃扩展节点和裂尖扩展节点;然后采用移动最小二乘法计算近似函数,得到结构的位移场及应力场;最后采用相互作用积分法求解应力强度因子,将最大周向应力准则作为失效准则计算开裂角,获得焊接结构的裂纹扩展路径。裂纹几何形状采用水平集法描述,裂尖位置采用在裂尖处相互正交的波前水平集函数和裂尖水平集函数定位,裂纹扩展路径跟踪采用水平集更新算法实现。以焊接节点为环状形式截面且存在初始焊接裂纹为研究对象,编制了基于所提方法的裂纹扩展程序。结果表明:采用所提方法分析焊接结构裂纹扩展计算得到的应力场光滑且协调,无需进行后处理,避免了有限元计算裂纹扩展时网格畸变和扭曲,提高了传统无网格法的精度和效率,实现了对裂纹扩展路径的准确跟踪。

**关键词:**裂纹扩展;无网格法;水平集法;焊接结构;初始裂纹

**中图分类号:** TU312.3

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1673-2049(2020)05-0106-07

## Coupling Method of Meshless and Level Set for Crack Propagation of Welded Structure

LIU Hui, SHEN Shao-ding, LEI Dian

(Hubei Key Laboratory of Roadway Bridge & Structure Engineering, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, Hubei, China)

**Abstract:** Due to the existence of initial cracks in welded structures, the crack propagation would reduce the bearing capacity of the structure and endanger the safety of the structure. A coupling method of meshless and level set was proposed for analyzing the crack propagation as well as its propagation path of welded structures with initial cracks. Firstly, the meshless model of the welded structure was built, in which the nodes were designated into regular nodes, step extension nodes and crack tip extension nodes. Then the moving least squares method was used to calculate the approximation function to obtain the displacement field and stress field of structure. Finally, the interaction integral method was used to calculate the stress intensity factor, and the maximum circumferential stress criterion was used as the failure criterion to calculate the cracking angle in order to obtain the crack propagation path of the welded structure. The geometrical shape of the

收稿日期:2019-11-23

基金项目:国家自然科学基金项目(51438002,51078301)

作者简介:刘 晖(1972-),女,陕西咸阳人,教授,工学博士,E-mail:drliuh@263.net。

crack was described by the level set method, and the location of the crack tip was determined by the pre-wave level set function and the level set function of the crack tip which were orthogonal to each other. Tracking crack propagation path was realized by the updating algorithm of level set. Taking the weld joint of annular section with initial weld crack as the research background, a crack propagation program based on the proposed method was developed. The results show that the stress field calculated by the proposed method is smooth and coordinated without the need of post-processing, which avoids the mesh distortion when calculating the crack propagation by the finite element method. Also, the accuracy and efficiency of the traditional meshless method is improved to realize accurate tracking the path of crack propagation.

**Key words:** crack propagation; meshless method; level set method; welded structure; initial crack

## 0 引言

焊接结构是工程中应用非常广泛的结构形式之一,焊接结构在焊接过程中不可避免地会存在初始裂纹缺陷,具有焊接初始裂纹缺陷的构件或结构疲劳裂纹扩展非常迅速,进而引起结构破坏<sup>[1]</sup>。因此,研究焊接结构存在初始裂纹扩展行为,对预防焊接结构破坏,保证结构使用安全具有重要意义。

对于裂纹扩展模拟分析,许多学者做了大量的研究,取得了一定的成果,并提出了很多模拟裂纹扩展的方法<sup>[2-5]</sup>,其中有限元法是目前运用最为广泛并且发展最为迅速的数值计算方法<sup>[6-7]</sup>。解德等<sup>[8]</sup>采用 ABAQUS 有限元分析软件实现了基于有限元的模拟裂纹扩展方法。李长安<sup>[9]</sup>将基于有限元的虚拟裂纹闭合法 (VCCT) 应用于疲劳裂纹寿命预测,并降低了网格敏感性,使得在粗糙网格下也能获得比较精确的结果。刘艳萍等<sup>[10]</sup>基于 VCCT 法,采用 Zigzag 模型近似模拟裂纹前沿,分析了具有不同裂纹形式的简单几何体,获得了比较理想的结果。由于有限元法及其衍生方法是一种基于网格的方法,在划分单元时要防止单元畸变或缠结现象,当结构出现裂纹扩展时,网格会发生扭曲甚至畸变,裂纹扩展的每一步都要重新划分网格,这要花费大量的前处理时间。模拟平面问题中任意放置的直线裂纹和弯曲裂纹的弯折扩展时,单元网格会产生过度扭曲,或造成计算中断,不能真正跟踪裂纹扩展路径。

无网格法作为一种新兴的数值计算方法,将求解域基于节点离散,无需划分单元,并且在裂纹扩展时仅需局部和少量人为介入<sup>[11-13]</sup>。

袁振等<sup>[14]</sup>提出将无网格伽辽金法用于复合型裂纹的扩展模拟并估算其疲劳寿命。陈建等<sup>[15]</sup>通过无网格伽辽金法对含边沿裂纹功能梯度材料板进

行应力强度因子的计算。传统无网格法处理不连续问题时,对裂纹几何形状难以描述,用透视法等一些方法处理裂纹隔离作用时,人为增加了不连续性,计算过程复杂,不易推广到三维问题上。

本文提出采用无网格和水平集耦合方法来对焊接结构存在初始裂纹几何形状进行描述,并模拟裂纹扩展。水平集法是一种追踪界面移动的数值模拟方法<sup>[16]</sup>,也是基于节点离散的方法,因此两者可以很自然地实现耦合,水平集法采用 2 个相互正交的水平集函数对裂纹几何形状进行描述及裂尖位置进行定位。在无网格法的近似函数中增加了裂尖处的 Westergard 扩展项和跳跃函数 Heaviside<sup>[17]</sup>,使计算点不受裂纹隔离影响,裂纹扩展时只需更新水平集函数,避免了无网格法计算每一步裂纹扩展时都需要在裂尖位置进行节点加密和人为增加的不连续项,保证了刚度矩阵的带状和稀疏,并且节点划分只在裂尖部分的带状区域,既保证了计算精度又提高了计算效率。最后,本文以焊接节点为环状形式截面且存在初始焊接裂纹为研究对象,编制了基于极坐标的无网格和水平集耦合法程序,分析其裂纹扩展,并跟踪了裂纹扩展路径。

## 1 焊接结构裂纹扩展分析理论及流程

### 1.1 裂纹扩展判别依据

最大周向拉应力强度因子理论是判断复合型裂纹断裂应用最为广泛的准则,该理论计算应力强度因子简单,易于实现,被广泛应用于工程中,故本文采用此准则作为裂纹扩展判别依据。裂纹扩展角  $\theta_c$  应满足

$$K_I \sin(\theta_c) + K_{II} [3\cos(\theta_c) - 1] = 0 \quad (1)$$

式中:  $K_I$ ,  $K_{II}$  分别为 I 型和 II 型裂纹的应力强度因子 (SIF)。

求解式(1)可得

$$\theta_c = 2\arctan\left\{\frac{1}{4}\left[\frac{K_I}{K_{II}} - \text{sign}(K_{II})\sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}}\right)^2 + 8}\right]\right\} \quad (2)$$

式中:  $\text{sign}(\cdot)$  为符号函数。

根据线弹性力学理论,裂纹尖端的应力通常是趋近于无穷大的,不能作为判断裂纹失效的准则,因此采用应力强度因子的概念来反映裂尖奇异应力场的强弱。

复合型裂纹尖端附近极坐标应力场  $\theta$  方向分量表达式为

$$\theta_c = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[K_I \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) - \frac{3}{2}K_{II} \sin(\theta)\right] \quad (3)$$

当  $\theta = \theta_c$  时

$$K_{\theta_{\max}} = K_I \cos^3\left(\frac{\theta_c}{2}\right) - 3K_{II} \cos^2\left(\frac{\theta_c}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_c}{2}\right) \quad (4)$$

式中:  $r, \theta$  为以裂纹尖为坐标原点的极坐标系;  $K_{\theta_{\max}}$  为最大周向拉应力强度因子,当  $K_{\theta_{\max}}$  大于材料断裂韧性  $K_{IC}$  时,裂纹开始扩展。

## 1.2 裂纹扩展分析步骤及流程

裂尖处的 SIF 大小表示裂尖处应力场的强弱,模拟裂纹扩展就是计算裂尖处的 SIF。因此,本文通过以下步骤计算 SIF,最终实现对焊接节点的裂纹扩展路径跟踪。

步骤 1:采用无网格 Garlerkin 法(EFGM)和水平集法耦合建立模型,将模型求解域基于节点离散,通过计算节点水平集函数将节点划分为常规节点、阶跃扩展节点和裂尖扩展节点。

水平集函数  $\Psi(\mathbf{x}, t)$  采用符号距离函数表示

$$\Psi(\mathbf{x}, t) = \pm \min_{\mathbf{x}_r \in \Gamma_c} \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_r\| \quad (5)$$

式中:  $\mathbf{x}, t$  分别为计算点的坐标向量和时间变量;  $\Gamma_c$  为裂纹面;  $\mathbf{x}_r$  为位于  $\Gamma_c$  上的计算点。

如果计算点  $\mathbf{x}$  位于  $\Gamma_c$  的上方,则水平集函数  $\Psi(\mathbf{x}, t)$  为正,否则为负。

移动界面  $\Psi(\mathbf{x}, t)$  的演化方程为

$$\Psi_t + \mathbf{F} \cdot \nabla \Psi = 0 \quad (6)$$

式中:  $\Psi_t$  为  $t$  时刻的界面;  $\mathbf{F}$  为界面上点  $\mathbf{x} \in \Gamma_c(t)$  在界面外法线方向的移动速度向量;  $\nabla$  为梯度算子。

初始裂纹波前水平集函数为

$$\phi_e(\mathbf{x}, 0) = (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{ip}) \cdot \hat{\mathbf{t}} \quad (7)$$

式中:  $\phi_e(\mathbf{x}, 0)$  为裂纹的第  $e$  个波前水平集函数,对于边界裂纹,  $e=1$ , 对于完全包含于内部的裂纹,  $e=1, 2$ ;  $\hat{\mathbf{t}}$  为垂直于通过裂尖  $\mathbf{x}_{ip}$  的裂纹切向单位向量。

水平集法通常采用裂纹面水平集函数和波前水

平集函数描述裂纹位置及形状,裂纹面水平集函数  $\Psi(\mathbf{x}, t) = 0$  表示裂纹及其延长部分,初始裂纹由  $\Psi(\mathbf{x}, t) = 0$  和波前水平集函数  $\phi \leq 0$  确定,那么裂纹面通过计算上述 2 个函数就可对节点进行划分,阶跃扩展节点集合  $M$  的表达式为

$$M = \{n \in Q : \phi < 0 \text{ 且 } \Psi - r_d \leq 0\} \quad (8)$$

式中:  $r_d$  为节点影响域半径;  $Q$  为求解区域内离散的节点集合;  $n$  为任意节点。

裂尖扩展节点集合  $K$  的表达式为

$$K = \{n \in Q : \sqrt{\Psi^2 + \phi^2} - r_d \leq 0\} \quad (9)$$

当节点既为阶跃扩展节点又为裂尖扩展节点时,优先按裂尖扩展节点处理。

步骤 2:根据 EFGM 和水平集耦合法推导整体刚度矩阵、荷载和位移向量,求解节点的应力场和位移场。

根据线弹性断裂力学的 Westergaard 解及 EFGM 的单位分解特性,耦合的不连续位移场函数  $u_1(\mathbf{x}, t)$  可表示为

$$u_1(\mathbf{x}, t) = \sum_{n \in Q} N_I(\mathbf{x}) u_{nI}(t) + \sum_{n \in M} \alpha_{nI}(t) N_I(\mathbf{x}) H[\Psi(\mathbf{x}, t)] + \sum_{n \in K} N_I(\mathbf{x}) \sum_{l=1}^4 \beta_{nI}^l(t) T^l(r, \theta) \quad (10)$$

$$H[\Psi(\mathbf{x}, t)] = \begin{cases} 1 & \Psi(\mathbf{x}, t) > 0 \\ -1 & \Psi(\mathbf{x}, t) < 0 \end{cases} \quad (11)$$

$$T^l(r, \theta) = \{\sqrt{r} \cos(\theta/2), \sqrt{r} \sin(\theta/2), \sqrt{r} \sin(\theta/2) \sin(\theta), \sqrt{r} \cos(\theta/2) \sin(\theta)\} \quad (12)$$

式中:  $N_I$  为移动最小二乘近似函数;  $u_{nI}, \alpha_{nI}, \beta_{nI}^l$  分别为常规节点、阶跃扩展节点和裂尖扩展节点与位移有关的自由度,自由度分别为 2, 4, 10;  $H[\Psi(\mathbf{x}, t)]$  为 Heaviside 跳跃函数,用来表征裂纹所导致的不连续位移场;  $T^l(r, \theta)$  为 Westergaard 解定义的裂尖扩展函数。

无网格和水平集耦合法的离散方程为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{G} \\ \mathbf{G}^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{d} \\ \boldsymbol{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{q} \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中:  $\mathbf{K}, \mathbf{f}$  分别为总体刚度矩阵和外力向量;  $\mathbf{G}, \mathbf{q}$  分别为边界项对应的刚度矩阵和节点力向量;  $\boldsymbol{\lambda}$  为拉格朗日乘子向量;  $\mathbf{d}$  为节点位移向量,常规节点  $\mathbf{d} = (u_n)$ ,阶跃扩展节点  $\mathbf{d} = (u_n, \alpha_n)$ ,裂尖扩展节点  $\mathbf{d} = (u_n, \beta_n^1, \beta_n^2, \beta_n^3, \beta_n^4)$ 。

整体刚度矩阵的元素  $k_{ij}$  表达式为

$$\mathbf{k}_{ij} = \begin{bmatrix} k_{ij}^{uu} & k_{ij}^{u\alpha} & k_{ij}^{u\beta^l} \\ k_{ij}^{\alpha u} & k_{ij}^{\alpha\alpha} & k_{ij}^{\alpha\beta^l} \\ k_{ij}^{\beta^l u} & k_{ij}^{\beta^l\alpha} & k_{ij}^{\beta^l\beta^l} \end{bmatrix} \quad (14)$$

式(14)上标表示对应的节点自由度,具体形式表达为

$$k_{ij}^{\alpha\beta^l} = \int_{\Omega} (\mathbf{B}_i^t)^T \mathbf{D} \mathbf{B}_j^l d\Omega \quad r, t = u, \alpha; \beta^l, l = 1 \sim 4 \quad (15)$$

式中: $\mathbf{B}$ 为应变矩阵; $\mathbf{D}$ 为弹性矩阵; $\Omega$ 为计算域。

边界项刚度矩阵的元素  $g_{ij}$  表达式为

$$g_{ij} = - \int_{\Gamma_u} l_i^* \mathbf{N}_j d\Gamma \quad (16)$$

式中: $l_i^*$ 为以边界节点坐标为插值节点的拉格朗日插值基函数; $\Gamma_u$ 为位移边界。

荷载向量  $\mathbf{f}$  中元素表达式为

$$\mathbf{f}_i = (f_i^u, f_i^\alpha, f_i^{\beta^1}, f_i^{\beta^2}, f_i^{\beta^3}, f_i^{\beta^4})^T \quad (17)$$

式(17)上标表示对应的节点自由度,具体形式为

$$f_i^u = \int_{\Gamma_t} \mathbf{N}_i^T \bar{\mathbf{t}} d\Gamma + \int_{\Omega} \mathbf{N}_i^T \mathbf{b} d\Omega \quad (18)$$

$$f_i^\alpha = \int_{\Gamma_t} \mathbf{N}_i^T \bar{\mathbf{t}} H(\Psi) d\Gamma + \int_{\Omega} \mathbf{N}_i^T \mathbf{b} H(\Psi) d\Omega \quad (19)$$

$$f_i^{\beta^l} = \int_{\Gamma_t} \mathbf{N}_i^T \bar{\mathbf{t}} T^l d\Gamma + \int_{\Omega} \mathbf{N}_i^T \mathbf{b} T^l d\Omega \quad (20)$$

式中: $\bar{\mathbf{t}}$ 为面力列阵; $\mathbf{b}$ 为体力列阵; $\Gamma_t$ 为应力边界。

步骤 3:根据式(13)计算得到节点的位移场,进而得到应力场,然后采用相互作用积分法<sup>[18]</sup>计算裂纹尖端区域的 SIF。通过最大周向应力准则确定开裂步长,计算裂纹开裂角。

步骤 4:当裂纹在荷载作用下扩展时,通过水平集更新算法对节点水平集函数进行更新<sup>[19]</sup>,从而对裂纹几何形状和裂尖位置进行追踪,实现对裂纹扩展路径的精确模拟。

以二维问题为例来说明具体的实现步骤:

(1)令  $\mathbf{x}_e = (x_e, y_e)$  为当前的裂尖坐标,  $\Psi^m$  和  $\phi_e^m$  分别为裂纹扩展  $m$  步时的裂纹面和波前水平集函数值。

(2)由于  $\mathbf{F}$  并不总垂直于零水平集  $\phi_e^m$ ,为此,首先将  $\phi_e^m$  进行旋转,从而使之互相垂直。 $\phi_e^m$  旋转后用  $\hat{\phi}_e$  表示,过裂尖且垂直于  $\hat{\phi}_e$  的单位切向量  $\hat{\mathbf{t}}$  与  $\mathbf{F}$  的方向一致,即  $\hat{\mathbf{t}} = (F_x / \|\mathbf{F}\|, F_y / \|\mathbf{F}\|)$ ,  $F_x$  和  $F_y$  分别为  $\mathbf{F}$  在  $x$  和  $y$  两个方向上的分量。由式(7)可知任意节点的  $\hat{\phi}_e$  为

$$\hat{\phi}_e = (x - x_e) \frac{F_x}{\|\mathbf{F}\|} + (y - y_e) \frac{F_y}{\|\mathbf{F}\|} \quad (21)$$

(3)裂纹扩展后需要计算新裂纹面的水平集,当  $\hat{\phi}_e > 0$ ,称为更新区域;需要更新  $\Psi$  的值;反之为非更新区域,不需要更新  $\Psi$  的值。因为  $\Psi^{m+1}$  和  $\mathbf{F}$  相互正交,因此有

$$\Psi^{m+1} = \pm |(x - x_i)(\mathbf{F} / \|\mathbf{F}\|)| = \pm |(x - x_i)| \cdot$$

$$(F_y / \|\mathbf{F}\|) + (y - y_i) |(F_x / \|\mathbf{F}\|)| \quad (22)$$

式中:正负号表示裂纹两侧更新部分的符号与未更新部分的符号保持一致。

(4)由式(21)可知,  $\partial \hat{\phi}_e / \partial y = F_y / \|\mathbf{F}\|$ , 因此,任何时刻都有  $\|\nabla \hat{\phi}_e\| = 1$ ,将其代入式(6)中更新  $\phi_e^m$ ,则有

$$\phi_e^{m+1} = \hat{\phi}_e - \Delta t \|\mathbf{F}\| = \hat{\phi}_e - \Delta \alpha_m \quad (23)$$

式中: $\Delta \alpha_m$ 为第  $m$  步的扩展步长或者增量。

(5)对于边界裂纹  $e=1$ ,则  $\phi_e^{m+1} = \phi_e^{m+1}$ ;对于内部裂纹,按照上述步骤对另外一侧的水平集进行更新,并取多个波前水平基函数中的最大值,裂尖位置由  $\phi_e^{m+1} = 0$  与  $\Psi^{m+1} = 0$  交集确定。

## 2 数值算例

为了验证本文方法的适用性和程序设计的正确性,选取应力强度因子手册中经典边缘受拉裂纹算例进行计算。板模型如图 1 所示,平板宽度  $L = 1$  m,高度  $D = 2$  m,板的上表面承受均匀拉应力  $\sigma = 1$  MPa,板的左侧中间部分有一边缘裂纹长度  $a = 0.45$  m,弹性模量  $E = 1 \times 10^3$  Pa,泊松比  $\nu = 0.3$ ,应力强度因子的精确解为

$$\left. \begin{aligned} K_I &= \sigma \sqrt{\pi a} F \frac{a}{L} \\ F\left(\frac{a}{L}\right) &= 1.12 - 0.23\left(\frac{a}{L}\right) + 10.56\left(\frac{a}{L}\right)^2 - \\ &\quad 21.74\left(\frac{a}{L}\right)^3 + 30.42\left(\frac{a}{L}\right)^4 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

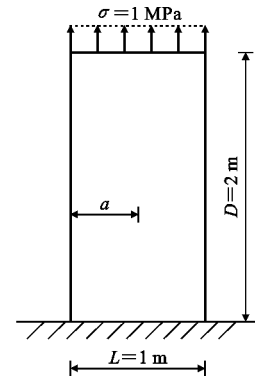


图 1 边缘受拉裂纹模型

Fig. 1 Tension Model with Edge Crack

采用本文方法,首先将求解域离散为  $12 \times 24$  个

均匀布置的节点,则背景网格分布为  $11 \times 23$ ,每个背景网格内设置  $6 \times 6$  的高斯积分点,基函数选用二次基函数  $\mathbf{P}=[1,x,y]^T$ ,权函数选用 3 次样条权函数,影响域半径选为 1.7 倍的最大相邻节点间距  $r_d$ ,采用水平基函数将节点划分为阶跃扩展节点和裂尖扩展节点,节点分布如图 2 所示。

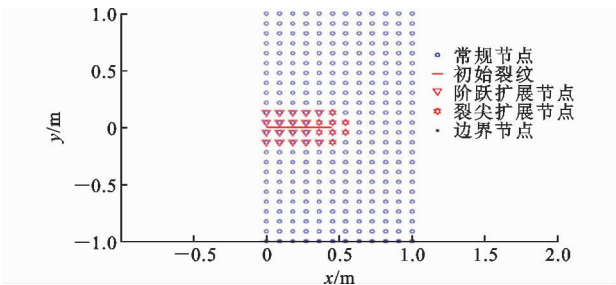


图 2 节点分布

Fig. 2 Nodes Distribution

节点变形如图 3 所示,为绕裂尖位置发生受拉变形。模型应力云图如图 4 所示,在裂尖位置应力最大,随着远离裂尖位置应力逐渐减小。采用本文方法计算结果与解析解对比如图 5 所示,本文解与解析解基本一致,说明本文方法具有较高精度,验证了本文方法的可行性和程序设计的正确性。

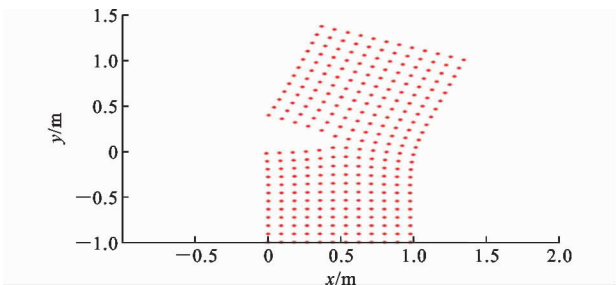


图 3 节点变形

Fig. 3 Nodes Deformation

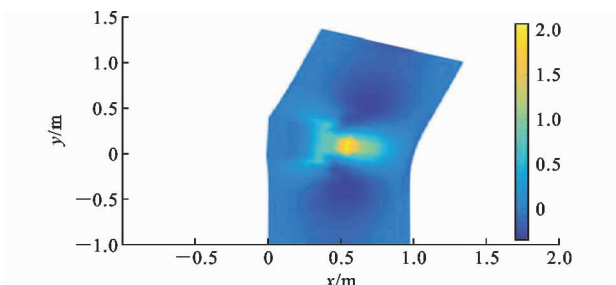


图 4 应力云图(单位:MPa)

Fig. 4 Stress Nephogram (Unit:MPa)

焊接节点的一种形式是管球焊接节点或钢管对焊节点,因此,本文以焊接结构存在初始裂纹、具有环状横截面为研究对象分析其裂纹扩展行为。基于极坐标系建立了如图 6 所示的模型,材料为 Q345

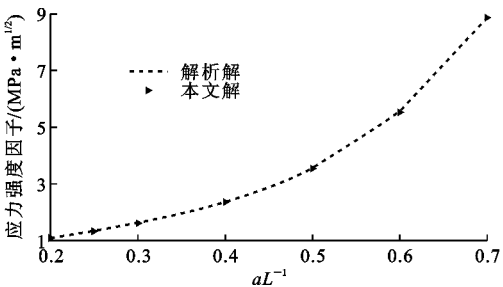


图 5 不同裂纹长度对应的 SIF

Fig. 5 SIF with Different Crack Lengths

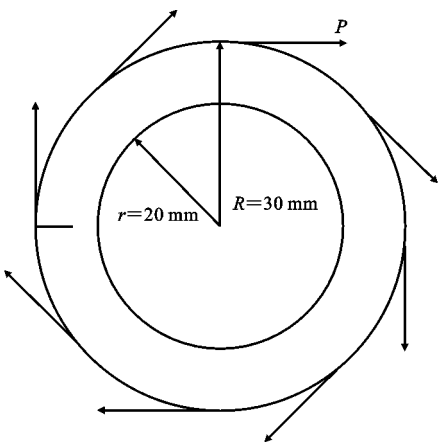


图 6 焊接节点模型示意

Fig. 6 Schematic Diagram of Welded Joint Model

钢材,弹性模量  $E=2.06 \times 10^{11}$  Pa,泊松比  $\nu=0.3$ ,焊缝标准为二级焊缝,在外边界上受切向均布荷载  $P=40$  N。裂纹线为水平方向位置从 A 点  $(30, \pi)$  到 B 点  $(25, \pi)$ ,裂纹长度  $a=5$  mm,裂尖坐标为  $(25, \pi)$ 。

采用均匀布点法在求解域内进行离散,外环半径  $R$  为 30 mm,内环半径  $r$  为 20 mm,径向方向等间距布置 8 个节点,弧度方向为每隔  $\pi/36$  等弧度布置 72 个节点。

影响域半径过小,裂纹线附近的阶跃扩展节点不能完全覆盖裂纹区域,对裂纹描述不够精确;影响域半径过大,裂尖扩展节点过多,放大了裂尖区域的奇异性。因此,通过对比分析,本文选取 2.2 倍节点间距  $r_d$  作为影响域半径,裂尖部分的奇异场能够得到足够的节点位移近似函数加强,同时裂纹线附近的阶跃扩展节点也能够完全覆盖裂纹区域,使得计算点影响域不受裂纹隔离的影响,如图 7 所示。

根据式(13)计算得到应力场和位移场以后,采用相互作用积分法计算应力强度因子,本文选取每一步裂纹扩展增量  $da$  为  $a/5$ , $da$  过大不适用于线弹性断裂力学,会导致计算结果不精确; $da$  过小,模拟

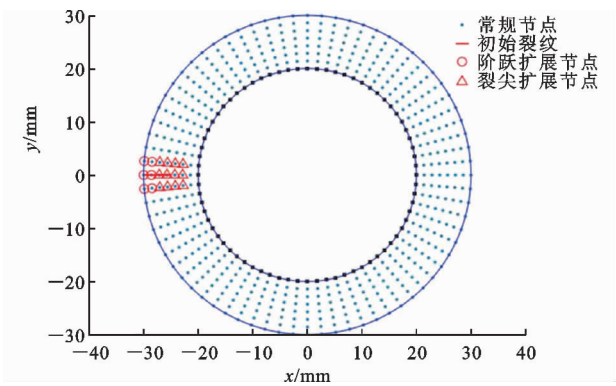


图 7 在  $2.2r_d$  下的节点划分

Fig. 7 Nodes Division with  $2.2r_d$

裂纹扩展时计算量大,并且计算所得 SIF 和  $\theta_c$  不具有代表性。通过水平集更新算法更新裂尖位置及水平集函数,从而实现对裂纹扩展的追踪,得到最终的每一步扩展增量下裂尖处的应力强度因子,如图 7 所示。所得裂纹扩展角如表 1 所示,应力强度因子随裂纹扩展增量的变化如图 8 所示,裂纹扩展路径如图 9 所示。

表 1 裂纹扩展对应的 SIF 及扩展角

Tab. 1 SIF and Crack Angle with Crack Propagation			
扩展增量	$K_I / (\text{Pa} \cdot \text{mm}^{1/2})$	$K_{II} / (\text{Pa} \cdot \text{mm}^{1/2})$	扩展角 $\theta_c / \text{rad}$
$a/5$	-6.928	72.961	-1.262
$2a/5$	-6.541	1 072.200	-1.233
$3a/5$	-831.102	3 487.600	-1.311
$4a/5$	477.503	3 970.300	-1.191
$5a/5$	1 173.000	5 178.800	-1.156

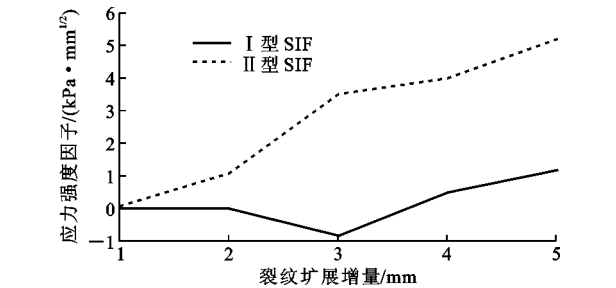


图 8 SIF 随裂纹扩展增量的变化

Fig. 8 SIF Change with Increment of Crack Propagation

3 结 语

(1)本文方法避免了单纯的无网格法处理不连续问题时所增加的人为不连续项,能够组装成具有带状、稀疏性的整体刚度矩阵;对于裂纹扩展区域加强点选取仅限制在裂纹附近的带状区域内,简化了加强点选取和附加函数的建立,不会过多增加整体

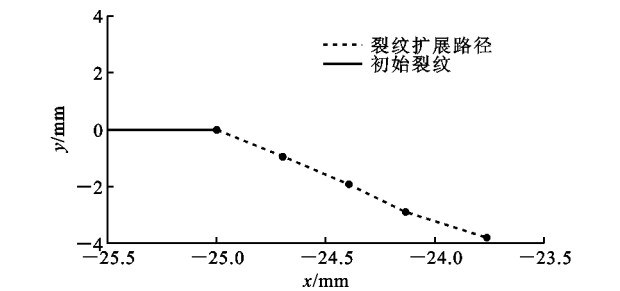


图 9 裂纹扩展路径

Fig. 9 Crack Propagation Path

自由度,并且无需求解水平集更新算法的演化方程,因此计算过程简单,易于在程序上实现,提高了计算效率。

(2)本文方法的计算精度较高,结果光滑协调,且能很好地跟踪裂纹扩展路径,能够预测焊接结构存在初始裂纹的裂纹扩展及走向。

(3)本文方法计算量小、精度高,可以实现裂纹路径跟踪,易于推广到三维节点模型,为预测复杂工程结构在复杂荷载下的断裂行为提供了一种可靠的计算途径和模拟思路。

参考文献:

References:

[ 1 ] GUO T,LIU Z X,PAN S J,et al. Cracking of Longitudinal Diaphragms in Long-span Cable-stayed Bridges[J]. Journal of Bridge Engineering, 2015, 20(11): 04015011.

[ 2 ] BELYTSCHKO T, KRONGAUZ Y, ORGAN D, et al. Meshless Methods: An Overview and Recent Developments[J]. Commuter Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1996, 139(1): 3-47.

[ 3 ] PAULINO G H, MENEZES I F M, NETO J B C, et al. A Methodology for Adaptive Finite Element Analysis: Towards an Integrated Computational Environment [J]. Computational Mechanics, 1999, 23 (5/6): 361-388.

[ 4 ] DE BORST R. Smeared Cracking, Plasticity, Creep, and Thermal Loading — A Unified Approach[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1987, 62(1): 89-110.

[ 5 ] BELYTSCHKO T, GRACIE R, VENTURA G. A Review of Extended/Generalized Finite Element Methods for Material Modeling[J]. Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering, 2009, 17 (4): 043001.

[ 6 ] ZONG L, SHI G, WANG Y Q. Experimental Investigation on Fatigue Crack Behavior of Bridge Steel

- Q345qD Base Metal and Butt Weld[J]. Materials & Design, 2015, 66: 196-208.
- [7] ZONG L, SHI G, WANG Y Q. Experimental Investigation and Numerical Simulation on Fatigue Crack Behavior of Bridge Steel WNQ570 Base Metal and Butt Weld[J]. Construction and Building Materials, 2015, 77: 419-429.
- [8] 解 德, 钱 勤, 李长安. 断裂力学中的数值计算方法及工程应用[M]. 北京: 科学出版社, 2009.
- XIE De, QIAN Qin, LI Chang-an. Numerical Calculation Method and Engineering Application in Fracture Mechanics[J]. Beijing: Science Press, 2009.
- [9] 李长安. 基于虚拟裂纹闭合法的裂纹扩展与疲劳寿命研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2008.
- LI Chang-an. Study of Crack Propagation and Fatigue Life Based on Virtual Crack Closure Technique[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2008.
- [10] 刘艳萍, 陈传尧, 李建兵, 等. 14MnNbq 焊接桥梁钢的疲劳裂纹扩展行为研究[J]. 工程力学, 2008, 25(4): 209-213.
- LIU Yan-ping, CHEN Chuan-yao, LI Jian-bing, et al. Fatigue Crack Growth Behavior for the Weld Heat-affected Zone of 14MnNbq Bridge Steel[J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(4): 209-213.
- [11] BELYTSCHILLO T, BLACIL T. Elastic Crack Growth in Finite Elements with Minimal Remeshing[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1999, 45(5): 601-620.
- [12] NGUYEN V P, RABCZUIL T, BORDAS S, et al. Meshless Methods: A Review and Computer Implementation Aspects[J]. Mathematics and Computers in Simulation, 2008, 79(3): 763-813.
- [13] 张 雄, 刘 岩. 无网格法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
- ZHANG Xiong, LIU Yan. Meshless Methods[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004.
- [14] 袁 振, 李子然, 吴长春. 无网格法模拟复合型疲劳裂纹的扩展[J]. 工程力学, 2002, 19(1): 25-28.
- YUAN Zhen, LI Zi-ran, WU Chang-chun. Simulation of Mixed Mode Fatigue Crack Growth by EFG Method[J]. Engineering Mechanics, 2002, 19(1): 25-28.
- [15] 陈 建, 吴林志, 杜善义. 采用无单元法计算含边沿裂纹功能梯度材料板的应力强度因子[J]. 工程力学, 2000, 17(5): 139-144.
- CHEN Jian, WU Lin-zhi, DU Shan-yi. Evaluating SIF of Functionally Graded Plate with an Edge Crack by Element-free Method [J]. Engineering Mechanics, 2000, 17(5): 139-144.
- [16] OSHER S, FEDILIW R. Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces[M]. Berlin: Springer, 2003.
- [17] MOES N, DOLBOW J, BELYTSCHKO T. A Finite Element Method for Crack Growth Without Remeshing[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1999, 46(1): 131-150.
- [18] BANKS-SILLS L, WAWRZYNEK P A, CARTER B, et al. Methods for Calculating Stress Intensity Factors in Anisotropic Materials; Part II — Arbitrary Geometry[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2006, 74(8): 1293-1307.
- [19] 马文涛, 师俊平, 李 宁. 水平集和无网格耦合在裂纹扩展中的应用[J]. 岩土力学, 2012, 33(11): 3447-3453.
- MA Wen-tao, SHI Jun-ping, LI Ning. Coupling of Level Set and Meshless Method and Its Application to Crack Propagation [J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, 33(11): 3447-3453.