

引用本文:张 峰,高华睿,赵国浩. 预应力混凝土梁斜裂缝倾角的概率计算模型[J]. 建筑科学与工程学报,2022,39(5):104-112.
ZHANG Feng,GAO Hua-rui,ZHAO Guo-hao. Probabilistic Calculation Model of Inclined Crack Angle of Prestressed Concrete Beam[J].
Journal of Architecture and Civil Engineering,2022,39(5):104-112.

DOI:10.19815/j.jace.2021.11073

预应力混凝土梁斜裂缝倾角的概率计算模型

张 峰¹,高华睿²,赵国浩¹

(1. 山东大学 岩土与结构工程研究中心,山东 济南 250061;

2. 山东高速建设管理集团有限公司,山东 济南 250002)

摘要:针对预应力混凝土(PC)梁剪切斜裂缝倾角的大小,各国规范建议公式差异较大,尚没有明确的理论模型。基于贝叶斯理论,引入马尔科夫链-蒙特卡洛(MCMC)高效采样方法,根据选定的预应力混凝土梁斜裂缝倾角计算公式作为贝叶斯先验模型;通过收集到的 45 组剪切斜裂缝数据,考虑了箍筋配筋率、箍筋强度、混凝土抗压强度、剪跨比和有效预应力参数,建立了修正的斜裂缝倾角计算模型。结果表明:先验模型的预测值和试验值比值的均值和变异系数分别为 0.68 和 0.26,后验模型的预测值和试验值比值的均值和变异系数分别为 0.98 和 0.25,预测值更加接近试验值;基于先张法预应力混凝土空心板梁实测斜裂缝倾角验证计算模型,先验模型的预测值和试验值比值的均值和变异系数分别为 0.57 和 0.19,后验模型的预测值和试验值比值的均值和变异系数分别为 0.81 和 0.21,后验模型的预测值更接近试验值,能够更加准确预测 PC 梁斜裂缝倾角。

关键词:预应力混凝土梁;斜裂缝倾角;贝叶斯理论;MCMC 方法;概率模型

中图分类号:TU375

文献标志码:A

文章编号:1673-2049(2022)05-0104-09

Probabilistic Calculation Model of Inclined Crack Angle of Prestressed Concrete Beam

ZHANG Feng¹, GAO Hua-rui², ZHAO Guo-hao¹

(1. Geotechnical and Structural Engineering Research Center, Shandong University, Jinan 250061, Shandong, China; 2. Shandong Hi-speed Construction Management Group Co., Ltd, Jinan 250002, Shandong, China)

Abstract: In view of the inclined crack angle of prestressed concrete (PC) beams, the formulas recommended by national codes are quite different, and there is no clear theoretical model. Based on the Bayesian theory and the introduction of Markov Chain-Monte Carlo (MCMC) efficient sampling method, the selected calculation formula of inclined crack angle of prestressed concrete beams was used as the Bayesian prior model. Based on the collected 45 groups of inclined crack data, considering stirrup reinforcement ratio, stirrup strength, concrete compressive strength, shear span ratio and effective prestress, the modified calculation model of inclined crack angle was established. The results show that the mean and coefficient of variation of the ratio of predicted and experimental values of the prior model are 0.68 and 0.26 respectively. The mean and coefficient of variation of the ratio of predicted and experimental values of the posterior model are

收稿日期:2021-11-21

基金项目:山东省自然科学基金项目(ZR202102260046,ZR202102240664)

作者简介:张 峰(1978-),男,江苏泰州人,教授,博士研究生导师,工学博士,E-mail:zhangfeng2008@sdu.edu.cn.

0.98 and 0.25 respectively, and the predicted value is closer to the experimental value. Based on the inclined crack angle measured by the shear test of PC hollow slab beam, the proposed posterior model is verified, and the mean and coefficient of variation of the ratio of predicted value and experimental value of the prior model are 0.57 and 0.19 respectively. The mean and coefficient of variation of the ratio of predicted value and experimental value of the posterior model are 0.81 and 0.21 respectively. The predicted value of the posterior model is closer to the experimental value, which can more accurately predict the inclined crack angle of PC beams.

Key words: prestressed concrete beam; inclined crack angle; Bayesian theory; MCMC method; probabilistic model

0 引言

预应力混凝土梁(PC)的抗剪试验变量多,试件加工复杂,临界斜裂缝倾角严重影响抗剪承载力的计算结果。斜裂缝倾角不同,裂缝穿过的箍筋数量不同;斜裂缝的倾角影响斜裂缝面上的混凝土骨料咬合力,进而影响抗剪试验结果。肖光宏等^[1]试验研究认为,施加预应力能提高斜截面抗剪强度,预应力降低了斜缝倾角,增加了混凝土剪压区的高度,并改善了骨料咬合性能,因而综合提高了混凝土的抗剪能力,通常可提高10%~30%。彭天明等^[2]认为预应力对抗剪强度的提高一般为20%~30%。因此,PC梁斜裂缝倾角会影响箍筋与混凝土的传力机理,是PC梁抗剪承载力分析无法避开的重要参数。

已有规范对于预应力混凝土梁斜裂缝倾角的定义方法有所差异。AASHTO规范^[3]给出了PC梁斜裂缝倾角的计算公式,公式中将裂缝倾角和纵向预应力作用下梁体1/2梁高位置的应变联系起来,该方法被加拿大规范^[4]采用。中国公路桥梁规范认为斜裂缝的水平投影长度等于0.6倍的广义剪跨比和梁截面有效高度的乘积。车惠民等^[5]通过试验研究发现,PC梁的剪跨比为3时,2片试验梁斜裂缝的投影长度为1.5倍有效梁高,其计算需要通过迭代方能最终准确确定斜裂缝的倾角,过程繁琐。中国《混凝土结构设计规范》^[6]对集中荷载和均布荷载作用下的抗剪承载力分别给了设计条文,其中集中荷载作用下含有剪跨比参数,但是斜裂缝的倾角均采用45°近似,ACI规范^[7]亦采纳45°角度。Pan等^[8]提出了RC梁的斜裂缝倾角计算公式,裂缝倾角仅和纵向钢筋和箍筋配筋率相关,计算公式突破了以往计算公式需要迭代计算的缺陷,但是仅针对RC梁,对PC梁的适用性还有待深入研究。孟少平等^[9]对GB 50010—2010规范、ACI规范、加拿大CSA规范的抗剪条文进行了介绍,其中ACI规范通

过查表来确定斜裂缝的倾角。

对于确定PC梁斜裂缝的角度,试验研究是最为有效的方法。张开敬等^[10]认为,随预应力值的增加,剪跨内第一条斜裂缝在中性轴附近的倾角逐渐减小。鲍旭初等^[11]针对20 m后张法宽幅空心板梁单梁开展抗剪破坏试验,给出了不同荷载等级下的裂缝扩展变化规律。De Silva等^[12]对3片RC工字梁和4片PC工字梁开展了试验研究,重点分析了预应力大小、混凝土保护层厚度、箍筋间距、箍筋的黏结特性及纵向钢筋配筋率对裂缝宽度的影响。研究表明:预应力有效降低了裂缝宽度,提出了裂缝宽度的计算表达式。De Wilder等^[13]对11根矩形梁和12根工字形梁采用分配梁加载,研究了PC梁的抗剪性能,给出了最终的斜裂缝图形,发现已有的抗剪承载力预测结果和试验结果偏差较大,试验值和预测值比值的平均值达到1.77,变异系数达到0.316。Di等^[14]对20、16、10 m的PC先张法空心板梁进行了抗剪破坏试验,其中7片梁给出了最终裂缝扩展照片。Zheng等^[15]针对活性粉末煤灰混凝土梁开展抗剪试验研究,对8片PC预应力混凝土T梁进行了试验加载和理论研究。Wang等^[16]给出了4片15.6 m计算跨径的PC空心板梁的抗剪试验测试结果,并结合拱-桁架模型提出了PC梁的抗剪承载力计算公式。Kim^[17]对6片T形PC梁开展抗剪试验,发现弯起预应力钢束对裂缝控制更为有效,需要进一步重视正常使用阶段斜裂缝对服役性能的影响。贾艳敏等^[18]统计了3片16 m的PC空心板梁抗剪破坏时斜裂缝的角度。胡勇^[19]设计了4根缩尺比为1:2的预制装配整体式混凝土梁和2根现浇混凝土梁,通过两点静力对称加载的方法对其抗剪性能进行了研究分析,统计了3片PC梁的裂缝扩展图。

综上所述,可得到以下结论:

(1)PC梁抗剪分析中预应力对梁体抗剪能力的

提升程度有差别。

(2)不同的规范对斜裂缝倾角定义差异较大,有的规范直接给出为 45° (ACI 规范、GB 50010—2010 规范),有的规范给出了较为复杂的表达式(AASH-T0 规范),有的规范定义给计算带来不便,需要迭代计算。已有研究提出了简化的斜裂缝倾角计算公式,但是仅针对 RC 梁,对 PC 梁的适用性存疑。

PC 梁的斜裂缝倾角计算差异较大,本文基于 PC 空心板梁抗剪试验的 15 个斜裂缝倾角样本,结合已有的文献试验测试结果,基于 Bayesian 后验概率分布,提出对已有斜裂缝倾角的修正计算概率模型,为同类型研究提供借鉴。

1 贝叶斯统计计算方法

1.1 贝叶斯基本理论

贝叶斯定理通过机器学习,将先验概率分布转化为后验分布^[20]。

贝叶斯基本公式为^[21]

$$p(H|D) = \frac{p(D|H)p(H)}{p(D)} \quad (1)$$

式中: H 为假设; D 为数据; $p(H)$ 为先验概率; $p(D)$ 为边缘概率; $p(D|H)$ 为后验概率。

1.2 MCMC 方法

如果先验分布不是共轭先验分布,那么后验分布往往不再是标准的分布。因此,需要计算的后验分布数字特征往往没有显式表达,这就需要一些特殊的方法。

对于概率分布不是常见的分布,一个可行办法是采用接受-拒绝采样来得到该分布的样本(图 1)。既然 $p(z)$ 太复杂,在程序中没法直接采样,那么设定一个程序可采样的分布 $q(z)$,比如高斯分布,然后按照一定的方法拒绝某些样本,以达到接近 $p(z)$ 分布的目的。图 1 中, z_0 为从分布 $q(z)$ 中抽样得到的特定样本, $\tilde{p}(z)$ 为目标函数, $kq(z)$ 为可采样分布, z 为总体样本, k 为常数, u_0 为从均匀分布 $[0, kq(z_0)]$ 中抽样的样本。当 u_0 处于图 1 中灰色区域,则拒绝接受采样,当 u_0 位于 $p(z)$ 曲线以下时,则接受采样。

使用接受-拒绝采样,可以解决一些概率分布不是常见的分布,得到其采样集并用蒙特卡洛方法求和,但是接受-拒绝采样也只能部分满足需求,在很多时候还是很难得到需要的概率分布样本集。比如对于一些高维的复杂非常见分布 $p(x_1, x_2, \dots, x_n)$,要找到一个合适的 $q(x)$ 和 k 非常困难。

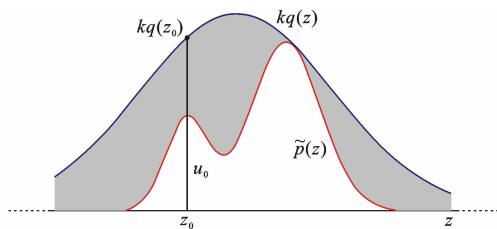


图 1 接受-拒绝采样

Fig. 1 Accept-reject Sampling

贝叶斯分析主要是通过马尔科夫链-蒙特卡洛(Markow Chain Monte Carlo, MCMC)方法进行。相比接受-拒绝采样方法,MCMC 方法的采样效率更高。M-H(Metropolis-Hastings)是 MCMC 方法的易用版,算法过程如下^[20]:

(1)输入任意选定的马尔科夫链状态转移矩阵 Q ,平稳分布 $\pi(x)$,设定状态转移次数阈值 n_1 和需要的样本个数 n_2 。

(2)从任意简单概率分布采样得到初始状态值 x_0 。

(3)for $t=0$ to $n_1 + n_2 - 1$,按以下步骤进行:
①从条件概率分布 $Q(x|x_t)$ 中采样得到样本 x_* ;
②从均匀分布采样 $u \sim \text{uniform}[0, 1]$;
③如果 $u < \min\{\frac{\pi(j)Q(j,i)}{\pi(i)Q(i,j)}, 1\}$,则 $x_{t+1} = x_*$,如果 Q 矩阵对称,则 $u < \min\{\frac{\pi(j)}{\pi(i)}, 1\}$;
④否则不接受转移,即 $x_{t+1} = x_t$ 。

2 PC 梁斜裂缝倾角先验模型

He 等^[22]斜裂缝倾角 θ_u 采用公式(2)、(3)计算。

$$\theta_u = \arccot^{-1}[0.18 - 0.63 \ln(\omega)] \quad (2)$$

$$\omega = \rho_v f_v / f'_c \quad (3)$$

式中: ρ_v 为箍筋配筋率; f_v 为箍筋屈服强度; f'_c 为混凝土圆柱体抗压强度。

图 2 统计了有腹筋梁斜裂缝角度的计算结果。分析图 2 可以看出:对于有腹筋梁而言,斜裂缝角度预测值 θ_p 和试验值 θ_t 比值的平均值为 0.88,标准差为 0.12,总体预测效果较好,故将 He 公式作为裂缝公式的先验模型。

3 PC 梁斜裂缝倾角后验模型

He 公式表明,斜裂缝的倾角和箍筋配筋率、箍筋强度和混凝土强度相关,而斜裂缝的倾角还和预应力及剪跨比密切相关。

Naaman^[23]提出了指标 I_{PPR} ,描述预应力的影

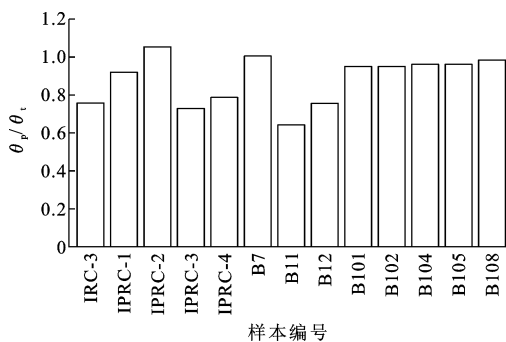


图 2 He 公式计算结果分布

Fig. 2 Distribution of Calculation Results of He Formula

响,采用公式(4)进行计算。

$$I_{PPR} \approx \frac{A_{ps} f_{ps}}{A_{ps} f_{ps} + A_s f_y} \quad (4)$$

式中: A_s 为受拉钢筋的截面面积; A_{ps} 为钢绞线的截面面积; f_{ps} 为钢绞线的屈服应力; f_y 为受拉钢筋的屈服应力。

已有文献研究表明:初始预应力越大,斜裂缝倾角越小。 I_{PPR} 参数使用了预应力钢绞线的屈服应力参数,无法体现初始有效预应力的影响。因此,本文提出修正的 P_R 指标,描述预应力的影响,即

$$P_R \approx \frac{A_{ps} f_{p0}}{A_{ps} f_{p0} + A_s f_y} \quad (5)$$

式中: f_{p0} 为钢绞线的初始预应力。

根据规范^[24]的描述,截面尺寸等一般可以用确定参数分析,钢筋强度变异系数取值为 0.08,混凝土强度(C30 等级以上的混凝土)变异系数取值为 0.12。

根据理论和实际需要,选取 $h_1(x) = f_v/f'_c$, $h_2(x) = m$ (m 为剪跨比), $h_3(x) = P_R$, 选取 $h_4(x) = 2$ 为修正常数项,可得斜裂缝倾角的概率模型为

$$\ln(\theta_u) = \sum_{i=1}^4 k_i \ln[h_i(x)] + \epsilon \quad (6)$$

式中: σ 为模型进行修正后仍存在的误差; ϵ 为正态随机变量。

更新 He 等^[22]斜裂缝倾角计算公式为

$$\theta_u = (f_v/f'_c)^{k_1} m^{k_2} P_R^{k_3} \times 2^{k_4} \arccot[0.18 - 0.63 \ln(\omega)] \quad (7)$$

式中: k_1 、 k_2 、 k_3 、 k_4 为待定系数。

统计国内外已有文献 45 个样本,采用 Bayesian-MCMC 计算理论,对式(7)进行计算,计算时取迭代次数为 5 000 次。图 3 为迭代形成马尔科夫链的 4 个待定系数和整体误差的模拟轨迹图以及后验密度函数图。

由图 3 可知,该后验分布密度函数曲线接近于

正态分布的函数曲线,参数估计值会在最大概率处取到它的固定值。利用 PYMC3 模拟出来的马尔科夫链在运行 5 000 次迭代分析后,后验样本会趋于一个固定值,表明该链最终达到收敛,该值就是待估参数的统计值。计算得到的 4 个待定系数见表 1。

表 1 待定系数计算结果

Table 1 Calculation Result of Undetermined Coefficient			
待定系数	平均值	标准方差	97.5%分位点
k_1	-0.33	0.12	-0.13
k_2	-0.12	0.11	0.07
k_3	0.01	0.08	0.14
k_4	0.61	0.16	0.86

将待定系数平均值代入式(7),得到修正后的斜裂缝倾角后验模型式(8)。

$$\theta_u = (f_v/f'_c)^{-0.33} m^{-0.12} P_R^{0.01} \times 2^{0.61} \arccot[0.18 - 0.63 \ln(\omega)] \quad (8)$$

根据式(8)计算修正后的斜裂缝倾角,预测结果见表 2。依据表 2 的数据分析 He 公式计算值和实测值的比值,结果见图 4。

分析图 4 可以得到:

(1)He 公式预测值和试验值比值的均值和变异系数分别为 0.68 和 0.26,而经过贝叶斯修正后,所得的预测值和试验值比值的均值和变异系数分别为 0.98 和 0.25。二者方差接近,说明离散程度相同,而后者的均值更接近 1,说明修正后的斜裂缝倾角更接近试验值。

(2)本文建议模型的计算值与试验值吻合良好,经过修正后的裂缝倾角较原公式计算结果更接近试验值。先验模型计算值与贝叶斯更新后的计算值整体分布相近,说明了贝叶斯方法很好地继承了历史先验模型及参数先验信息的发展趋势,这可避免试验数据的离散性对模型准确性的过大干扰。同时,贝叶斯模型与历史先验模型有一定的偏离,这种偏离正是贝叶斯方法较好地利用了自然信息准确性好的优势,对先验信息进行更新,使更新后的预测结果更加接近试验结果^[27]。

4 PC 梁斜裂缝倾角后验模型验证

本节基于预应力混凝土空心板梁的试验测试结果,进行斜裂缝倾角的计算。

4.1 PC 空心板梁抗剪试验方案

先张法预应力混凝土空心板梁截面形状复杂,预应力对抗剪性能提升无法准确确定,抗剪性能影响因素多,有必要进一步开展研究。基于既有高速

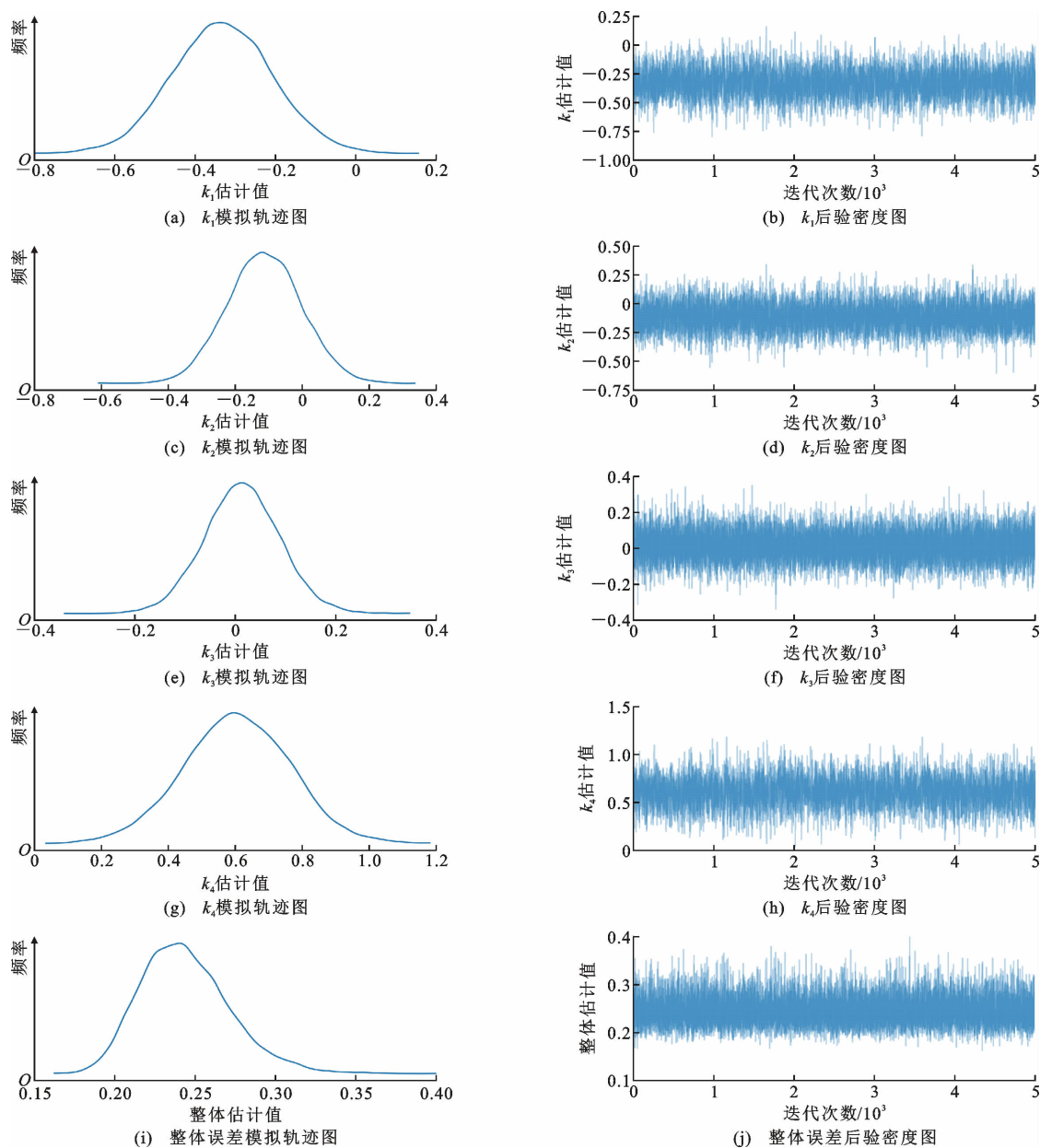


图 3 模型参数的模拟轨迹图和后验密度图

Fig. 3 Simulation Trajectory Diagram and Posterior Density Diagram of Model Parameters

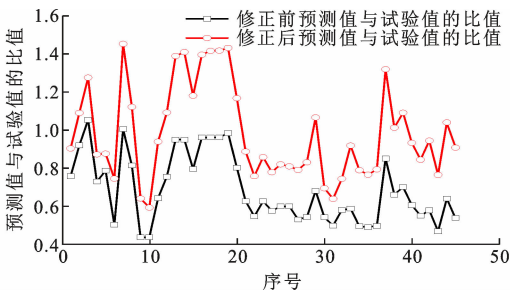


图 4 预测值和试验值的比值

Fig. 4 Ratio of Predicted Value to Test Value

公路改扩建项目拆除的 10、13、16、20 m 跨径先张法预应力混凝土空心板梁,开展 PC 梁斜裂缝倾角

后验模型验证,梁横截面(无铺装)见图 5。

基于 2 000 kN 液压伺服加载系统,采用位移加载方式对试验梁进行分级加载,共进行 15 次抗剪试验,试验装置见图 6、7。

4.2 PC 空心板梁斜裂缝倾角测试结果

统计试验得到的 PC 空心板梁斜裂缝倾角,见表 3。通过表 3 可以看出,剪跨比、有效预应力参数的不同均会引起 PC 梁斜裂缝的差异。

4.3 后验模型验证

基于 PC 空心板梁抗剪试验得到的斜裂缝倾角,对本文提出的后验模型[式(8)]进行验证,计算结果见表 4。统计 PC 梁斜裂缝倾角后验模型计算

表 2 He 公式计算结果
Table 2 He Formula Calculation Results

序号	数据来源	样本编号	$\rho_v/10^{-3}$	f_v/MPa	f'_c/MPa	f_v/f'_c	m	I_{PPR}	$\theta_p/(^\circ)$	$\theta_t/(^\circ)$	$\theta_b/(^\circ)$
1	文献[12]	IRC-3	3.020	438.0	44.000	10.0	2.70	0.25	22.72	30.0	27.10
2		IPRC-1	3.020	438.0	41.800	10.5	2.70	0.25	23.00	25.0	27.26
3		IPRC-2	3.020	438.0	49.300	8.9	2.70	0.25	22.12	21.0	26.78
4		IPRC-3	3.020	438.0	45.000	9.7	2.70	0.25	22.60	31.0	27.04
5		IPRC-4	3.020	438.0	43.200	10.1	2.70	0.15	22.82	29.0	25.41
6	文献[13]	B2	0.000	608.0	70.900	8.6	3.00	1.00	17.98	35.8	26.67
7		B7	0.790	608.0	65.300	9.3	2.40	1.00	17.98	17.9	26.00
8		B8	0.000	608.0	71.400	8.5	3.00	0.58	17.98	22.1	24.78
9		B9	0.000	608.0	65.300	9.3	3.00	1.00	17.98	41.2	26.39
10		B10	0.000	608.0	71.400	8.5	2.40	0.58	17.98	41.2	24.42
11		B11	0.790	608.0	63.500	9.6	3.00	1.00	17.98	28.0	26.29
12		B12	0.790	608.0	58.200	10.5	3.00	1.00	17.98	23.8	26.00
13		B101	2.690	608.0	69.700	8.7	2.50	1.00	21.47	22.6	31.39
14		B102	2.690	608.0	69.700	8.7	3.13	1.00	21.47	22.6	31.85
15		B103	0.000	608.0	69.700	8.7	3.13	1.00	17.98	22.6	26.68
16		B104	2.690	608.0	66.200	9.2	2.50	1.00	21.71	22.6	31.54
17		B105	2.690	608.0	66.200	9.2	3.13	1.00	21.71	22.6	32.01
18		B106	0.000	608.0	66.200	9.2	3.13	1.00	17.98	18.7	26.51
19		B108	2.690	608.0	59.700	10.2	3.13	1.00	22.240	22.6	32.35
20		B109	0.000	608.0	59.700	10.2	3.13	1.00	17.98	22.4	26.15
21	文献[14]	N10-1	2.400	335.0	31.600	10.6	2.75	0.91	21.86	34.9	30.96
22		P10-1	2.400	335.0	31.600	10.6	2.00	0.91	21.86	40.0	30.32
23		N16-1	3.000	335.0	31.600	10.6	1.46	0.97	23.03	36.8	31.55
24		P16-1	3.000	335.0	31.600	10.6	1.20	0.97	23.03	40.0	31.15
25		N20-1	4.400	335.0	39.500	8.5	0.94	0.96	23.95	40.0	32.79
26		P20-1	4.400	335.0	39.500	8.5	0.78	0.96	23.95	40.0	32.37
27	文献[18]	Q-1	3.000	235.0	31.600	7.4	2.57	0.98	21.22	40.0	31.62
28		Q-2	3.000	235.0	31.600	7.4	3.86	0.98	21.22	39.1	32.48
29		Q-3	3.000	235.0	31.600	7.4	5.54	0.98	21.22	31.2	33.27
30	文献[19]	CRCB-2	0.100	318.0	32.552	9.8	2.57	0.42	17.98	33.2	23.06
31		PRCB-2	0.100	318.0	32.552	9.8	2.57	0.42	17.98	36.1	23.06
32		PRCB-4	0.100	318.0	32.552	9.8	2.57	0.42	17.98	31.0	23.06
33	文献[25]	13.3	2.670	335.0	75.900	4.4	3.59	0.72	18.56	31.6	29.02
34		16.2	2.670	335.0	89.700	3.7	3.59	0.72	17.98	36.4	28.72
35		13.7	2.670	335.0	75.900	4.4	3.59	0.72	18.56	37.9	29.02
36		17	2.670	335.0	89.700	3.7	3.59	0.72	17.98	36.2	28.72
37	文献[26]	I -1	2.933	338.6	57.500	5.9	2.83	1.00	20.07	23.6	31.13
38		I -2	2.383	338.6	57.500	5.9	2.36	1.00	19.22	29.1	29.46
39		II -2	3.333	338.6	62.700	5.4	2.53	1.00	20.25	28.9	31.52
40	文献[17]	Girder 1	1.241	514.7	70.800	7.3	3.85	1.00	17.98	29.7	27.70
41		Girder 2	1.263	514.7	68.500	7.5	3.92	1.00	17.98	32.7	27.61
42		Girder 3	1.256	456.4	98.100	4.7	3.90	1.00	17.98	31.1	29.36
43		Girder 4	1.256	456.4	98.100	4.7	3.90	1.00	17.98	38.4	29.36
44		Girder 5	1.214	581.6	122.700	4.7	3.77	1.00	17.98	28.1	29.23
45		Girder 6	1.256	446.1	122.700	3.6	3.90	1.00	17.98	33.4	30.31

注: θ_p 为修正前 He 公式斜裂缝倾角计算值; θ_t 为斜裂缝倾角实测值; θ_b 为修正后 He 公式斜裂缝倾角计算值。

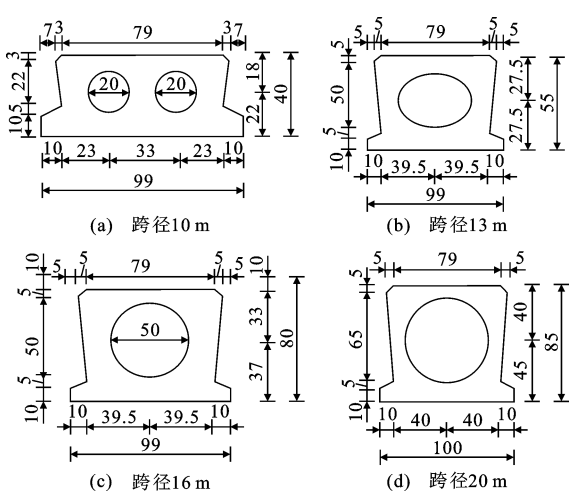


图 5 PC 梁横截面示意图(单位:cm)

Fig. 5 Schematic Diagram of PC Beam Cross Section (Unit:cm)



图 6 加载装置

Fig. 6 Loading Equipment

值和试验值的比值,见图 8。

从图 8 可以看出,He 公式预测值和试验值比值的均值和变异系数分别为 0.57 和 0.19,本文提出的 PC 梁斜裂缝倾角后验模型的预测值和试验值比



图 7 现场试验

Fig. 7 Field Test

值的均值和变异系数分别为 0.81 和 0.21。二者方差接近,说明离散程度相同,但后者的均值更接近 1,说明修正后的斜裂缝倾角更接近试验值,验证了斜裂缝倾角后验模型的准确性。

5 结 语

(1)本文基于 Bayesian-MCMC 方法,考虑箍筋配筋率、箍筋强度、混凝土抗压强度、剪跨比、有效预应力参数,针对预应力混凝土梁修正了已有的斜裂缝倾角计算模型,通过先张法预应力混凝土空心板梁进行验证。结果表明本文所提公式对先张法预应力混凝土空心板梁具有较好的预测效果。

(2)基于已有文献计算得到的先验模型预测值和试验值比值的均值和变异系数分别为 0.68 和 0.26,而经过贝叶斯修正后,所得的预测值和试验值比值的均值和变异系数分别为 0.98 和 0.25。二者

表 3 试验梁斜裂缝倾角测试结果

Table 3 Test Results of Inclined Crack Angle of Test Beams

序号	样本编号	$\rho_v/10^{-3}$	f_v/MPa	f'_c/MPa	f_v/f'_c	m	I_{PPR}	$\theta_t/(^\circ)$
1	S-10-1	2.4	335	31.6	10.6	2.50	0.86	49.5
2	S-10-2	2.4	335	31.6	10.6	2.50	0.86	40.0
3	S-10-3	2.4	335	31.6	10.6	2.26	0.86	47.5
4	S-10-4	2.4	335	31.6	10.6	2.20	0.86	50.0
5	S-13-1	3.1	335	31.6	10.6	3.02	0.91	30.0
6	S-13-2	3.1	335	31.6	10.6	3.09	0.91	35.0
7	S-13-3	3.1	335	31.6	10.6	3.02	0.91	42.5
8	S-13-4	3.1	335	31.6	10.6	3.06	0.91	33.5
9	S-16-1	3.0	335	31.6	10.6	2.06	0.95	40.0
10	S-16-2	3.0	335	31.6	10.6	2.03	0.95	42.5
11	S-16-3	3.0	335	31.6	10.6	2.00	0.95	61.0
12	S-16-4	3.0	335	31.6	10.6	3.00	0.95	45.5
13	S-20-1	4.4	335	39.5	8.5	3.18	0.95	35.0
14	S-20-2	4.4	335	39.5	8.5	3.95	0.95	36.0
15	S-20-3	4.4	335	39.5	8.5	3.99	0.95	38.7

表 4 后验模型验证

Table 4 Posterior Model Validation

序号	样本编号	$\theta_p/(^{\circ})$	$\theta_t/(^{\circ})$	$\theta_b/(^{\circ})$
1	S-10-1	21.86	49.5	30.51
2	S-10-2	21.86	40.0	30.51
3	S-10-3	21.86	47.5	30.30
4	S-10-4	21.86	50.0	30.25
5	S-13-1	23.21	30.0	33.06
6	S-13-2	23.21	35.0	33.12
7	S-13-3	23.21	42.5	33.06
8	S-13-4	23.21	33.5	33.09
9	S-16-1	23.03	40.0	32.19
10	S-16-2	23.03	42.5	32.16
11	S-16-3	23.03	61.0	32.13
12	S-16-4	23.03	45.5	33.00
13	S-20-1	23.95	35.0	35.44
14	S-20-2	23.95	36.0	35.95
15	S-20-3	23.95	38.7	35.98

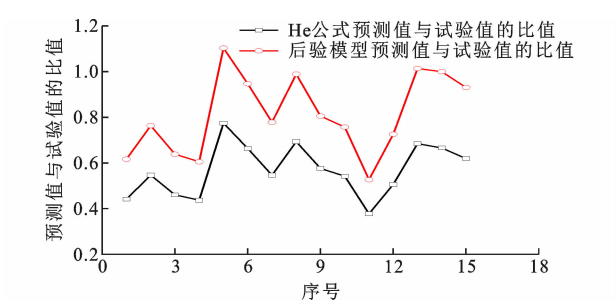


图 8 后验模型预测值和试验值比值

Fig. 8 Ratio of Predicted Value to Test Value of Posterior Model

方差接近,说明离散程度相同,而後者的均值更接近 1,说明修正后的斜裂缝倾角更接近试验值。

(3)基于 PC 空心板梁抗剪试验测得的斜裂缝倾角,对本文提出的后验模型进行验证。He 公式预测值和试验值比值的均值和变异系数分别为 0.57 和 0.19,后验模型的预测值和试验值比值的均值和变异系数分别为 0.81 和 0.21。后验模型的预测值更接近试验值,能够更加准确预测 PC 梁斜裂缝倾角。

参考文献:

References:

[1] 肖光宏,江炳章.考虑预应力的部分预应力混凝土梁抗剪强度的试验研究[J].重庆交通学院学报,1988,7(3):70-83.
XIAO Guang-hong,JIANG Bing-zhang. Experimental Research on Ultimate Shear Strength of Partially Prestressed Concrete with Considering [J]. Journal of

Chongqing Jiaotong University,1988,7(3):70-83.
[2] 彭天明,王 南.受集中荷载简支预应力混凝土和部分预应力混凝土梁的抗剪强度[J].重庆交通学院学报,1987,6(4):47-54.
PENG Tian-ming,WANG Nan. Shear Strength of Simply Supported Prestressed Concrete and Partially Prestressed Concrete Beams with Concentrated Load [J]. Journal of Chongqing Jiaotong University,1987,6(4):47-54.
[3] AASHTO LRFD Bridge Design Specifications: AASHTO LRFD-8-2017 [S]. Washington DC: AASHTO,2017.
[4] Design of Concrete Structures: CSA A23.3-04 [S]. Toronto: Canadian Standards Association,2004.
[5] 车惠民,张开敬,陈开利.预应力对无箍筋混凝土 T 形梁抗剪强度的影响[J].西南交通大学学报,1984,19(4):1-15.
CHE Hui-min,ZHANG Kai-jing,CHEN Kai-li. The Effects of Prestress on the Shear Strength of Prestressed Concrete T-beams Without Web Reinforcement[J]. Journal of Southwest Jiaotong University,1984,19(4):1-15.
[6] 混凝土结构设计规范:GB 50010—2010[S].北京:中国建筑工业出版社,2011.
Code for Design of Concrete Structures:GB 50010—2010 [S]. Beijing: China Architecture & Building Press,2011.
[7] Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary: ACI 318R-05[S]. Michigan: American Concrete Institute,2008.
[8] PAN Z F,LI B. Evaluation of Shear Strength Design Methodologies for Slender Shear-critical RC Beams [J]. Journal of Structural Engineering,2013,139(4):619-622.
[9] 孟少平,王国林,潘钻峰.钢筋混凝土及预应力混凝土梁抗剪设计方法研究[J].建筑结构,2013,43(19):25-29.
MENG Shao-ping,WANG Guo-lin,PAN Zuan-feng. Study on Shear Design Methods for Reinforced and Prestressed Concrete Beams[J]. Building Structure,2013,43(19):25-29.
[10] 张开敬,马忠国.部分预应力混凝土无箍筋约束箱梁抗剪强度的试验研究[J].西南交通大学学报,1990,25(2):14-22.
ZHANG Kai-jing,MA Zhong-guo. An Experimental Study of the Shear Strength of Restrained PPC Box Girder Without Stirrups [J]. Journal of Southwest Jiaotong University,1990,25(2):14-22.

- [11] 鲍旭初,孙文智,李海光,等. 20 m 跨径后张法宽幅空心板单梁抗剪破坏性试验研究[J]. 公路交通科技(应用技术版),2012,8(6):61-63.
BAO Xu-chu,SUN Wen-zhi,LI Hai-guang, et al. Experimental Study on Shear Destructive Strength of 20 m Span Wide-width Hollow Slab Single Beam by Post-tensioning Method[J]. Highway Traffic Technology(Application Technology Edition),2012,8(6):61-63.
- [12] DE SILVA S, MUTSUYOSHI H, WITCHUKRE-ANGKRAI E. Evaluation of Shear Crack Width in I-shaped Prestressed Reinforced Concrete Beams[J]. Journal of Advanced Concrete Technology, 2008, 6(3):443-458.
- [13] DE WILDER K, DE ROECK G, VANDEWALLE L. Experimental Analysis of the Shear Behaviour of Prestressed and Reinforced Concrete Beams[J]. European Journal of Environmental and Civil Engineering, 2018,22(3):288-314.
- [14] DI J, SUN Y F, YU K, et al. Experimental Investigation of Shear Performance of Existing PC Hollow Slab[J]. Engineering Structures,2020,211:110451.
- [15] ZHENG H, FANG Z, CHEN B. Experimental Study on Shear Behavior of Prestressed Reactive Powder Concrete I-girders[J]. Frontiers of Structural and Civil Engineering,2019,13(3):618-627.
- [16] WANG J W, LIU J L, ZHANG G H, et al. Method for Computing the Shear Capacity of Prestressed Reinforced Concrete Beams Based on Truss-arch Model[J]. International Journal of Structural Integrity, 2018,9(5):574-586.
- [17] KIM K S. Shear Behavior of Reinforced Concrete Beams and Prestressed Concrete Beams[D]. Urbana-Champaign: University of Illinois at Urbana-Champaign,2004.
- [18] 贾艳敏,刘金亮,王佳伟. 先张法 PC 空心板剪压区裂缝分析及计算[J]. 世界桥梁,2017,45(2):66-71.
JIA Yan-min,LIU Jin-liang,WANG Jia-wei. Analysis and Calculation of Cracks in Shear-compression Zone of Pre-tensioned Voided PC Slabs[J]. World Bridges, 2017,45(2):66-71.
- [19] 胡 勇. 装配整体式预应力混凝土梁抗剪性能试验研究[D]. 南宁:广西大学,2018.
HU Yong. Experimental Research on Shear Resistance Performance of Assembled Monolithic Prestressed Concrete Beam[D]. Nanning:Guangxi University,2018.
- [20] MARTIN O. Bayesian Analysis with Python Introduction to Statistical Modeling and Probabilistic Programming Using PyMC3 and ArviZ[M]. 2nd ed. Birmingham:Packt Publishing Ltd.,2018.
- [21] 韦来生. 贝叶斯统计[M]. 北京:高等教育出版社,2016.
WEI Lai-sheng. Bayesian Statistics [M]. Beijing: Higher Education Press,2016.
- [22] HE Z Q, LIU Z, JOHN MA Z. Simplified Shear Design of Slender Reinforced Concrete Beams with Stirrups[J]. Journal of Structural Engineering, 2016, 142(2):06015003.
- [23] NAAMAN A. Prestressed Concrete Analysis and Design Fundamentals [M]. 2nd ed. Daejeon: Techno Press,1982.
- [24] 公路工程结构可靠度设计统一标准:GB/T 50283—1999[S]. 北京:中国计划出版社,1999.
Unified Standard for Reliability Design of Highway Engineering Structures:GB/T 50283—1999[S]. Beijing:China Planning Press,1999.
- [25] VILLAMIZAR S, RAMIREZ J A, AGUILAR G. Shear Strength and Behavior of High-strength Concrete Prestressed Beams[J]. ACI Structural Journal, 2016,114(1):277-289.
- [26] KAUFMAN M, RAMIREZ J. Production and Engineering Properties of Concrete Used in Precast Prestressed I-beams for the State of Indiana, Volume I [R]. West Lafayette:Purdue University,1988.
- [27] 吴 涛,刘 喜,邢国华. 基于贝叶斯理论的钢筋混凝土柱受剪承载力计算[J]. 工程力学,2013,30(5):195-201,206.
WU Tao,LIU Xi,XING Guo-hua. Study on the Shear Capacity of Reinforced Concrete Column Based on Bayesian Theory[J]. Engineering Mechanics, 2013, 30(5):195-201,206.