

引文格式:金伟良,刘振东,张 军. 基于修正力磁模型的混凝土结构压磁疲劳模拟[J]. 建筑科学与工程学报, 2024, 41(4): 1-9.

JIN Weiliang, LIU Zhendong, ZHANG Jun. Piezomagnetic fatigue simulation of concrete structures based on modified magneto-mechanical model[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2024, 41(4): 1-9.

DOI:10.19815/j.jace.2023.03071

# 基于修正力磁模型的混凝土结构压磁疲劳模拟

金伟良<sup>1</sup>, 刘振东<sup>1</sup>, 张 军<sup>2</sup>

(1. 浙江大学 结构工程研究所, 浙江 杭州 310058; 2. 浙大宁波理工学院 土木建筑学院, 浙江 宁波 315100)

**摘要:** 为了通过混凝土梁内钢筋在力磁效应下的磁信号来定量分析混凝土梁的疲劳状态, 整合几种力磁模型的优缺点和适用范围, 提出了适用于铁磁性材料弹塑性阶段的力磁本构模型, 并通过 ANSYS 定量模拟分析了混凝土梁在弹性和弹塑性阶段的磁化特征; 对混凝土结构在拟动力和疲劳加载过程中的力磁效应进行了有限元模拟, 得到了测点处磁感应强度的时变曲线, 并与试验和隐式微分模型所得结果进行对比。结果表明: 修正后的力磁模型在弹性阶段的应用能够准确反映试验观察到的 3 个阶段变化规律, 即梁开裂前的平直段、开裂后的迅速磁化段和加载后期的磁化饱和段; 该模型的磁场模拟结果还能反映箍筋、纵筋的相对位置和梁的受载情况; 在疲劳阶段, 模拟结果与试验观察的规律一致, 精度较高, 并与试验结果在同一数量级; 该修正力磁模型不仅具有应力与磁学属性的直观映射关系, 而且相较于隐式微分模型更易于应用, 可作为力磁效应的定量化研究工具。

**关键词:** 混凝土结构; 疲劳损伤; 金属磁记忆; 弹塑性力磁模型; 数值模拟

中图分类号: TU375

文献标志码: A

文章编号: 1673-2049(2024)04-0001-09

## Piezomagnetic fatigue simulation of concrete structures based on modified magneto-mechanical model

JIN Weiliang<sup>1</sup>, LIU Zhendong<sup>1</sup>, ZHANG Jun<sup>2</sup>

(1. Institute of Structural Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, Zhejiang, China; 2. School of Civil Engineering and Architecture, Ningbo Technological University, Ningbo 315100, Zhejiang, China)

**Abstract:** In order to quantitatively analyze the fatigue state of concrete beams by the magnetic signal of steel bars in concrete beams under the magneto-mechanical effect, the advantages, disadvantages and application scope of several magneto-mechanical models were integrated, and a magneto-mechanical constitutive model suitable for the elastoplastic stage of ferromagnetic materials was proposed. The magnetization characteristics of concrete beams in the elastic and elastoplastic stages were quantitatively simulated and analyzed by ANSYS. The magneto-mechanical effect of concrete structures during pseudo-dynamic and fatigue loading was simulated by finite element method, and the time-varying curve of magnetic induction intensity at the measuring point was obtained, which was compared with the results obtained by experiment and implicit differential model. The results show that the modified magneto-mechanical model

收稿日期: 2023-03-20

投稿网址: <http://jace.chd.edu.cn>

基金项目: 国家自然科学基金项目(51820105012, 51278459); 浙江省自然科学基金项目(LQ14E080007, LQ14E090002)

作者简介: 金伟良(1961-), 男, 工学博士, 教授, 博士生导师, E-mail: jinwl@zju.edu.cn.

accurately captures the observed three-stage variation pattern during the elastic phase, including a linear segment before beam cracking, a rapid magnetization stage post-cracking, and a saturation stage in the late loading period. Moreover, the magnetic field simulation results of this model can reflect the relative positions of stirrups, longitudinal bars, and the loading conditions of the beam. In the fatigue phase, the simulation results exhibit consistency with observed experimental patterns, demonstrating high precision and agreement with experimental results on the same scale. The modified magneto-mechanical model not only establishes an intuitive mapping relationship between stress and magnetic properties but also proves to be more user-friendly compared to the implicit differential model. Thus, the model can be used as a quantitative tool for investigating magneto-mechanical effects.

**Key words:** concrete structure; fatigue damage; metal magnetic memory; elastic-plastic magneto-mechanical model; numerical simulation

**Author resume:** JIN Weiliang(1961-), male, PhD, professor, E-mail:jinwl@zju.edu.cn.

## 0 引言

金属磁记忆是由 Doubov<sup>[1]</sup> 提出并发展起来的一种无损检测技术,其主要原理是铁磁构件在地磁场和外力激励下,微观上磁畴会发生定向偏转,宏观上表现为磁性,因此能在无激励的情况下对应力集中和断裂情况进行检测<sup>[2]</sup>,具有操作简单、检测迅速、准确性高等优点。力磁模型作为金属磁记忆的核心,使得空间磁场可以量化求解。

力磁模型主要有隐式微分和显式表达式两类,最具代表性的是 Jiles<sup>[3]</sup> 基于接近原理提出的 J-A 模型,此表达式适用于弹性阶段,在此基础上出现了修正的 J-A-S<sup>[4]</sup> 和 J-A-F<sup>[5]</sup> 弹塑性模型,并出现适用于光滑钢筋与带肋钢筋的疲劳模型<sup>[6]</sup>,使得该微分表达式适用范围较广。该类模型的缺点在于需要求解复杂的微分方程,其对参数的变化敏感度要求较高,且过度依赖于磁化强度边界条件,使得模拟结果与真实值偏差较大<sup>[7]</sup>。随后,出现了不需要求解微分方程的显式力磁模型,Ma 等<sup>[8]</sup> 和 Doubov<sup>[9-10]</sup> 提出各自的弹性阶段应力-磁导率模型。苏三庆等<sup>[11]</sup> 据此关系对带缺陷的受弯钢梁进行了模拟,但此表达式仅能表达磁导率随应力的变化规律而无法反映磁化强度的变化规律,使得试验与模拟变化规律出现较大的偏差。高志刚等<sup>[12]</sup> 整合了应力-磁导率和应力-矫顽力关系式,考虑了塑性阶段磁性衰减的物理现象,形成了完整的力磁模型,并对带缺陷的钢绞线进行了力磁模拟。该模型的缺点在于,虽然考虑了磁导率和磁化强度两者与应力的本构关系,但是没有考虑磁化强度与磁导率之间的微积分映射关系,从而导致模拟数量级偏差较大。

综合已有研究可以发现,准确的力磁模型应该能完整反映磁导率和磁化强度随应力的变化规律和相互关系,并考虑进入塑性阶段磁化属性随塑性进程衰减的情况,不然会导致试验和模拟偏差较大。本文主要根据试验拟合得到的应力-磁导率关系,处理成系数后附加到线性应力-磁化强度关系上,使得修正力磁模型不仅能描述两种磁学属性,还能表现出两者的微积分关系,最后扩展到弹塑性阶段形成完整的力磁模型。使用 ANSYS 有限元软件编程可实现基于修正模型的混凝土梁弹性和弹塑性阶段的力磁模拟,以研究混凝土梁压磁疲劳的变化规律。

## 1 显式弹塑性力磁模型的建立

### 1.1 弹性阶段应力-磁导率和应力-磁化强度模型

磁导率和磁化强度作为铁磁性材料共同特征应共同作为力磁模型,且需要考虑两者之间的微积分关系。

Doubov<sup>[9-10]</sup> 通过大量试验发现,铁磁性材料在外加应力从低应力加载到高应力过程中呈现两阶段变化规律,并给出两段式拟合表达式为

$$\mu_{\sigma} = \mu_i (1 + bH/\mu_i) (a_0 + a_1 |\sigma|^{m_{\mu}} e^{n_{\mu} |\sigma|}) \quad (1)$$

式中: $\mu_{\sigma}$  为受荷载作用后的铁磁性材料磁导率; $\mu_i$  为初始相对磁导率,取为 200; $H$  为地磁场,取为  $40 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$ ;  $b=2.5$ ;  $\sigma$  为外加应力; $a_0$ 、 $a_1$ 、 $m_{\mu}$ 、 $n_{\mu}$  均为常数。

在弹性阶段,应力较低时磁导率和应力呈正相关关系,应力达到阈值时磁阻增大,导致两者呈负相关关系,因此用两组参数可以描述  $a_0$ 、 $a_1$ 、 $m_{\mu}$ 、 $n_{\mu}$  四个常数:

(1) 当外加应力  $\sigma \leq 50 \text{ MPa}$  时,  $a_0 = 0.76804$ ,

$a_1 = 0.009\ 16, m_\mu = 1.904\ 12, n_\mu = -0.033\ 53$ 。

(2) 当外加应力  $\sigma > 50\ \text{MPa}$  时,  $a_0 = -0.004\ 47$ ,

$a_1 = 0.041\ 08, m_\mu = 1.554\ 99, n_\mu = -0.031\ 48$ 。

杨理践等<sup>[13]</sup>通过试验证明,在弹性阶段铁磁性材料磁化强度  $H_C$  和平均应力呈正相关关系,并给出线性表达式为

$$H_C = \begin{cases} \frac{3p\lambda_s\sigma}{2\mu_0 M_s} & \sigma \leq \sigma_{\mu m} \\ \frac{3p\lambda_s(\sigma - \sigma_{\mu m})}{2\mu_0 M_s} + H_C(\sigma_{\mu m}) & \sigma > \sigma_{\mu m} \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $p$  为小于 1 的常数;  $\lambda_s$  为磁致伸缩系数,取值为  $4.17 \times 10^{-6}$ ;  $M_s$  为饱和磁化强度,取值为  $1.5 \times 10^6\ \text{A} \cdot \text{m}^{-1}$ ;  $\mu_0$  为真空磁导率,取值为  $4\pi \times 10^{-7}\ \text{H} \cdot \text{m}^{-1}$ ;  $\sigma_{\mu m}$  为最大磁导率处应力,取值为  $50\ \text{MPa}$ 。

### 1.2 修正的弹性力磁模型

由式(1)可以看出,应力-磁导率( $\sigma-\mu$ )关系由初始磁导率、地磁场影响、应力对磁导率影响三个部分组成,用线性关系来拟合这个过程,如图 1 所示,其中  $\mu_i(\sigma)$  为弹性阶段线性处理后铁磁性材料的应力-磁导率,  $\mu_m$  为最大磁导率,  $\mu_s$  为饱和磁导率,  $\sigma_{\mu s}$  为磁饱和点处应力,  $k_{im}$  为上升段曲线斜率,  $k_{ms}$  为下降段曲线斜率。

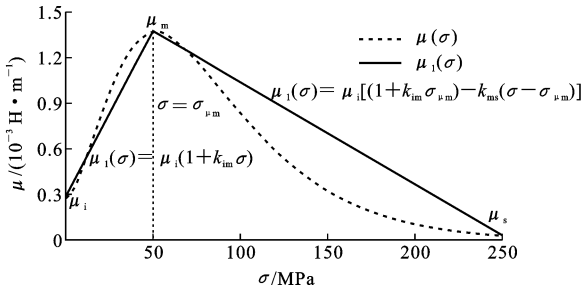


图 1 应力-磁导率线性拟合曲线

Fig. 1 Stress-permeability linear fitting curve

当不考虑初始磁导率  $\mu_i$  时,用  $K_{\sigma i}$  进行表达,即

$$K_{\sigma i} = \begin{cases} 1 + k_{im}\sigma & \sigma \leq \sigma_{\mu m} \\ 1 + k_{im}\sigma_{\mu m} - k_{ms}(\sigma - \sigma_{\mu m}) & \sigma > \sigma_{\mu m} \end{cases} \quad (3)$$

将式(3)对应力进行积分得到式(4),并用  $K_{\sigma li}$  进行表达,即

$$K_{\sigma li} = \begin{cases} \sigma + k_{im}\sigma^2/2 & \sigma \leq \sigma_{\mu m} \\ (1 + k_{im}\sigma_{\mu m})(\sigma - \sigma_{\mu m}) - k_{ms}(\sigma - \sigma_{\mu m})^2/2 + K_{\sigma li}(\sigma_{\mu m}) & \sigma > \sigma_{\mu m} \end{cases} \quad (4)$$

使用  $K_{\sigma li}(\sigma_{\mu m})$  和  $K_{\sigma li}(\sigma_{\mu s})$  分别表示式(4)在阈值点和应力磁饱和点处的临界值,为保证最大磁导率和饱和磁导率处磁化强度不被改变,在应力  $\sigma_{\mu m}$  和  $\sigma_{\mu s}$  处进行归一化处理得到式(5),并用  $\mu_E$  进行表达,即

$$\mu_E = \begin{cases} \frac{(1 + k_{im}\sigma/2)\sigma_{\mu m}}{K_{\sigma li}(\sigma_{\mu m})} & \sigma \leq \sigma_{\mu m} \\ \frac{1 + k_{im}\sigma_{\mu m} - k_{ms}(\sigma - \sigma_{\mu m})}{K_{\sigma li}(\sigma_{\mu s})} + \frac{K_{\sigma li}(\sigma_{\mu m})}{K_{\sigma li}(\sigma_{\mu s})} & \sigma > \sigma_{\mu m} \end{cases} \quad (5)$$

为保证形式上的统一和连续,利用公式(5)对式(2)进行修正,并用  $H_{CE}$  表示,即

$$H_{CE} = \begin{cases} \frac{3p\lambda_s\sigma(1 + k_{im}\sigma/2)\sigma_{\mu m}}{2\mu_i M_s K_{\sigma li}(\sigma_{\mu m})} & \sigma \leq \sigma_{\mu m} \\ \frac{3p\lambda_s(\sigma - \sigma_{\mu m})}{2\mu_i M_s} \cdot \frac{[(1 + k_{im}\sigma_{\mu m}) - k_{ms}(\sigma - \sigma_{\mu m})/2](\sigma_{\mu s} - \sigma_{\mu m})}{K_{\sigma li}(\sigma_{\mu s})} + H_{CE}(\sigma_{\mu m}) & \sigma > \sigma_{\mu m} \end{cases} \quad (6)$$

修正后应力-磁化强度关系和修正前的对比如图 2 所示。

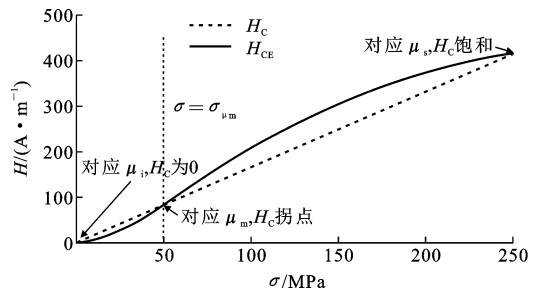


图 2 应力-磁化强度关系修正

Fig. 2 Correction of stress-magnetization intensity relationship

### 1.3 弹塑性力磁模型

铁磁性材料在进入塑性阶段后,磁化强度与塑性发展进程呈现负相关关系。为了保持与高志刚模型的一致性,得到弹塑性阶段力磁模型为

$$H_{CE} = \begin{cases} \frac{3p\lambda_s\sigma(1 + k_{im}\sigma/2)\sigma_{\mu m}}{2\mu_i M_s K_{\sigma li}(\sigma_{\mu m})} & \sigma \leq \sigma_{\mu m} \\ \frac{3p\lambda_s(\sigma - \sigma_{\mu m})}{2\mu_i M_s} \cdot \frac{[(1 + k_{im}\sigma_{\mu m}) - k_{ms}(\sigma - \sigma_{\mu m})/2](\sigma_{\mu s} - \sigma_{\mu m})}{K_{\sigma li}(\sigma_{\mu s})} + H_{CE}(\sigma_{\mu m}) & \sigma_y > \sigma > \sigma_{\mu m} \\ H'_{CE}(\sigma)(1 - \frac{\sigma - \sigma_y}{\beta}) & \sigma_y < \sigma \end{cases} \quad (7)$$

式中:  $H'_{CE}$  为铁磁构件达到弹性极限时最大磁化强度;  $\sigma_y$  为材料屈服强度;  $\beta$  为与应力相关的量纲一参数。

## 2 弹性阶段拟动力试验与模拟

### 2.1 弹性拟动力加载数据来源

数据来源于张军<sup>[14]</sup>的 FB-B1 梁疲劳试验前期拟动力加载过程,梁的几何尺寸、钢筋排布见图 3。纵向磁信号提取路径平行于底部纵筋,方向沿纵筋方向并经过磁探头,与梁等长。

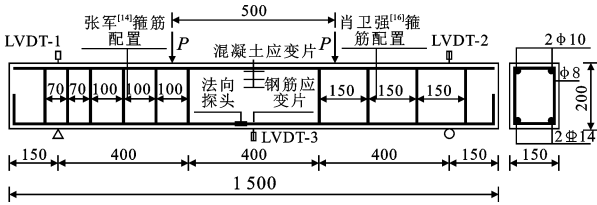


图 3 混凝土梁几何尺寸与测点布置(单位:mm)

Fig. 3 Geometric dimension and measuring point arrangement of concrete beam (unit: mm)

### 2.2 拟动力加载流程

模拟所对比的试验来源于疲劳试验第一个循环的拟动力加载部分。静力学数值模拟过程将遵从试验从零分级加载至最大荷载  $F_{\max}$  ( $F_{\max} = 2P_{\max}$ ),并导出每一级荷载所对应的应力状态,以当前应力状态结果为输入进行力磁模拟,记录当前分级下测点处法向磁信号  $B_n$  与切向磁信号  $B_t$  和纵向路径漏磁信号,待分级加载试验完成后,得到磁探头处的漏磁信号随外加荷载  $F$  的变化曲线即时变曲线,可用于研究随外加荷载变化拟动力加载过程中磁探头处漏磁信号变化规律。

### 2.3 有限元建模与计算流程

本文的力磁模拟采用间接耦合的方式,分两步进行:第一步为静力学模拟,在后处理阶段将钢筋单元的应力导出;第二步为静磁学模拟,将第一步导出的应力数据导入并根据弹性力磁本构模型求得对应单元的磁化强度,随后进行力磁耦合模拟。

静力学采用分离式有限元模型,如图 4(a)所示,钢筋使用 Link180 单元,混凝土使用 Solid65 实体单元,分别使用 BISO 和 MISO 模型来模拟钢筋和混凝土,钢筋和混凝土单元均采用 ESIZE 进行网格划分。

静磁场部分采用三维磁标量法进行计算,采用 Solid96 实体单元,节点自由度为磁标势 MAG,为保持与静力学相同的钢筋网格划分方式,将钢筋截面处理成等面积方形截面,如图 4(b)所示,并使用 ESIZE 进行网格划分。马惠香等<sup>[15]</sup>测量了混凝土内钢筋在拉伸荷载下的磁信号,结果表明混凝土对

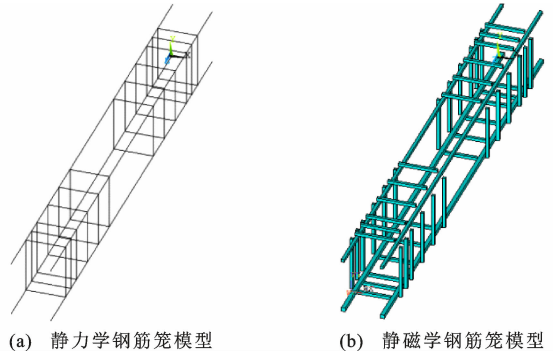


图 4 钢筋笼模型

Fig. 4 Reinforcement cage model

磁信号无较大影响,所以在外侧建立混凝土-空气整体空腔体用于接收磁信号,采用自由网格划分方式,在两侧施加垂直地磁场边界条件后进行静磁学模拟,模拟流程如图 5 所示。

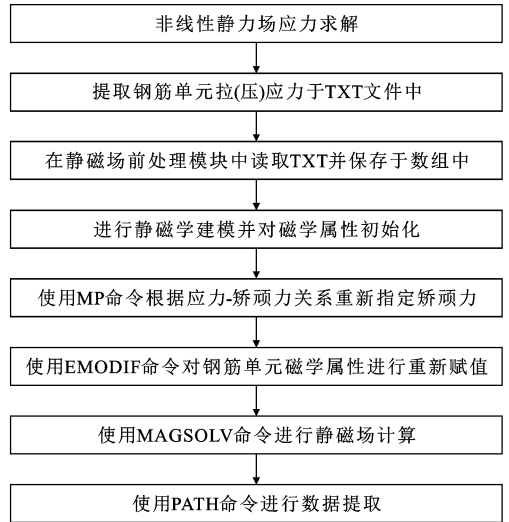


图 5 力磁模拟流程

Fig. 5 Force magnetic simulation process

### 2.4 拟动力加载模拟结果分析

FB-B1 梁测点处法向磁信号  $B_n$  时变曲线和切向磁信号  $B_t$  时变曲线如图 6 所示。可以看出,两条曲线均呈现三阶段变化规律。未开裂前数值近似为 0,开裂后曲线迅速上升,反映到曲线二阶导数大于 0,在经过  $D_1$  点之后曲线仍处于上升趋势,但曲线二阶导数小于 0,磁化过程趋于饱和。在最大荷载处  $B_n$  数值为  $8.7 \times 10^{-6}$  T,  $B_t$  数值为  $7.0 \times 10^{-6}$  T。测点处模拟法向  $B_n$  曲线也呈现三阶段变化规律,开裂之前磁感应强度近似为 0,基本无变化,原因在于此阶段主要由混凝土承载,钢筋力磁效应不明显。在达到开裂荷载 20 kN 时模拟曲线出现突变,对应于试验曲线在荷载 30 kN 处发生变化,出现误差的原因在于模拟过程中一旦达到开裂临界值,计算模

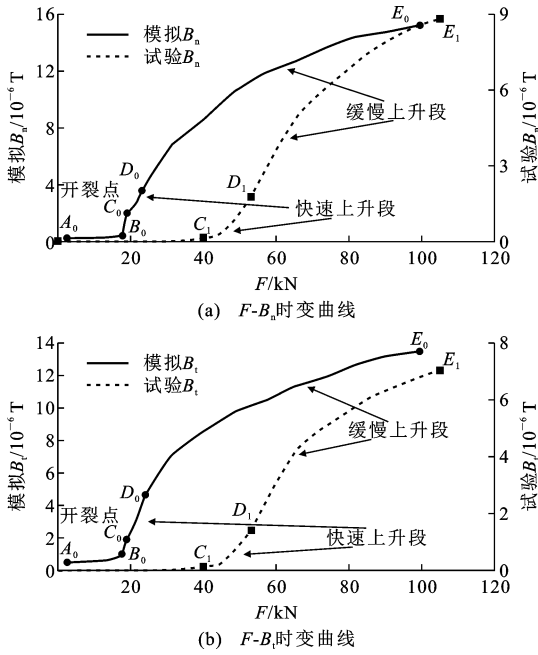


图 6 弹性阶段漏磁信号三阶段变化规律

Fig. 6 Three-stage change law of magnetic flux leakage signal in elastic stage

式会立马发生变化,应力重分布较试验发展迅速。开裂之后模拟曲线  $C_0D_0$  段与试验曲线  $C_1D_1$  段变化规律相似,在低应力状态下迅速磁化。达到临界点之后,  $D_0E_0$  与  $D_1E_1$  在高应力状态下的磁化过程均放缓并趋于磁饱和。在荷载终止处法向  $B_n$  为  $1.55 \times 10^{-6}$  T,与试验值的比值为 1.82。切向  $B_t$  值为  $1.3 \times 10^{-6}$  T,与试验值的比值为 1.85。

针对三阶段变化规律,将开裂前后最大荷载处钢筋笼应力云图与钢筋笼磁感应强度云图变化规律进行对比,结果如图 7 所示。开裂前混凝土承载大部分荷载,钢筋应力变化不大,从磁感应强度云图可以明显观察到箍筋与纵筋的位置,受弯区域磁感应强度较小。开裂之后发生应力重分布导致受弯位置纵向钢筋磁感应强度云图突变。最终荷载位置处受弯区域变化明显,并趋于稳定,磁感应强度分布规律与钢筋笼受力之间存在对应关系。路径漏磁信号变化呈抛物线型变化规律(图 8),与当前受弯构件受力模式一致。模拟结果表明,空间磁场和钢筋笼受力情况存在一致性。

### 3 混凝土梁压磁疲劳模拟

#### 3.1 试验数据来源

疲劳试验数据取自张军<sup>[14]</sup>和肖卫强<sup>[16]</sup>的试验结果,两者数据除混凝土强度  $f_{cu}$ 、箍筋间距、梁极限承载能力  $P_u$  不同之外,其余参数完全一致,梁的钢

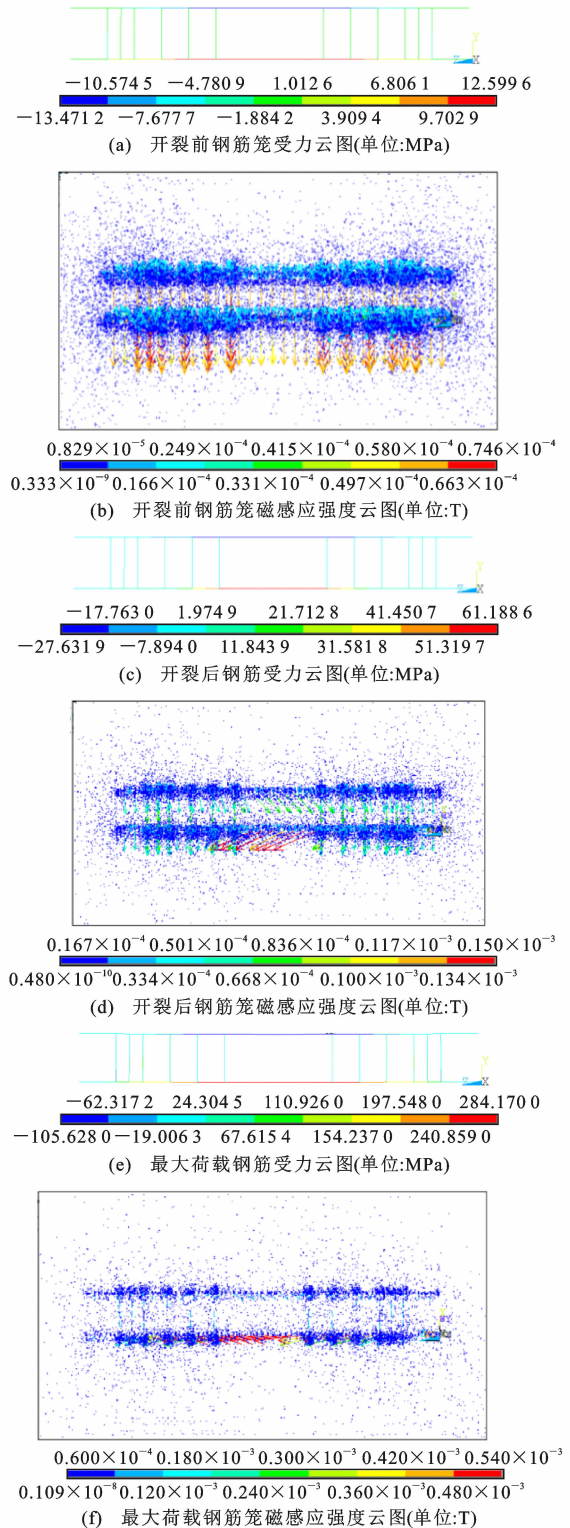


图 7 三阶段静力学和静磁学模拟云图对比

Fig. 7 Comparison of three stage static and static magnetic simulation nephogram

筋排布、几何尺寸、加载和测量位置如图 3 所示。试件采用四点疲劳加载,底部纵筋采用 HRB400,弹性模量为 207 GPa,屈服强度为 425 MPa,为忽略箍筋影响,受弯段不设置箍筋,将磁探头放置在跨中 10

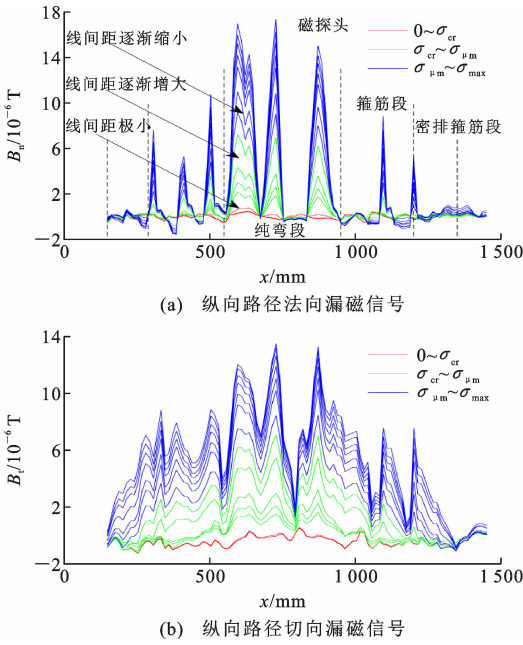


图8 路径漏磁信号

Fig. 8 Path magnetic flux leakage signal

mm 处测量法向磁感应强度,各试件加载应力和试验结果如表 1 所示。

表 1 混凝土梁加载情况和试验结果

Table 1 Loading conditions and experimental results of concrete beams

试件编号	$P_{\min}/P_u$	$P_{\max}/P_u$	$N_f$	$f_{cu}/\text{MPa}$	$P_u/\text{kN}$	数据来源
TFC1	0.1	0.60	547 336	25.7	55	文献[16]
TFC2	0.1	0.60	477 151	36.0	68	文献[14]
TFC3	0.1	0.60	153 437			

注: $N_f$ 为总的疲劳寿命。

### 3.2 混凝土梁压磁模拟流程

压磁模拟也分为两阶段进行。第一阶段是混凝土梁疲劳模拟,根据王青等<sup>[17]</sup>的混凝土梁疲劳模拟方法,以疲劳次数为参数,可以求得混凝土疲劳应力-应变本构模型为

$$\sigma(N) = \begin{cases} E_c(N)\epsilon & \epsilon \leq \epsilon_{\text{total}}(N) \\ \frac{\rho_c n E_c(N)\epsilon}{n-1 + [\epsilon/\epsilon_{\text{cre}}(N)]^n} & \epsilon_{\text{total}}(N) < \epsilon \leq \epsilon_{\text{cre}}(N) \\ \frac{f_c(N)[\epsilon/\epsilon_{\text{cre}}(N)]}{\alpha_c [\epsilon/\epsilon_{\text{cre}}(N)-1]^2 + \epsilon/\epsilon_{\text{cre}}(N)} & \epsilon > \epsilon_{\text{cre}}(N) \end{cases} \quad (8)$$

$$\rho_c = \frac{f_c(N)}{E_c(N)\epsilon_{\text{cre}}(N)}$$

$$n = \frac{E_c(N)\epsilon_{\text{cre}}(N)}{E_c(N)\epsilon_{\text{cre}}(N) - f_c(N)}$$

式中: $E_c(N)$ 为疲劳弹性模量; $\epsilon$ 为混凝土应变;

$f_c(N)$ 为剩余抗压强度; $\epsilon_{\text{cre}}(N)$ 为等效峰值应变; $\alpha_c$ 为混凝土单轴应力-应变曲线下降段参数。

根据 Minor 线性损伤规则,疲劳  $N$  次之后钢筋有效承载截面面积计算公式为

$$A_{\text{sf}} = A_s \left[ 1 - \frac{N}{N_f} \left( 1 - \frac{\sigma_{s,\text{max}}}{f_y} \right) \right] \quad (9)$$

式中: $A_s$ 为钢筋的初始横截面面积; $f_y$ 为钢筋的屈服强度; $\sigma_{s,\text{max}}$ 为疲劳加载过程中钢筋的应力最大值。

由于模拟过程中考虑的是真实应力,所以不对名义屈服强度进行更新。

根据以上公式可以对静力学模拟流程混凝土 MISO 模型更新和钢筋截面修改,从而求得每个疲劳次数对应的疲劳状态,并导出当前疲劳状态的钢筋应力,然后进入第二个阶段静磁学计算流程,模拟流程与图 5 一致。

### 3.3 数值模拟结果

在试验过程中,各试件均是从底部开始受弯破坏,疲劳前中期由于循环应力的作用磁信号先快速上升后缓慢变化,随后由于裂缝开展导致裂纹的发展具有随机性,磁信号在裂缝位置发生随机变化。试件 TFC1-3 测点处法向磁感应强度  $B_n$  和模拟得到的测点  $B_n$  对比关系如图 9 所示。测点处模拟和试验  $B_n$  整体呈现相似性,且由于疲劳前期钢筋应力处于弹性阶段,所以模拟所得的磁感应强度会呈现微弱上升的趋势,此外发现模拟所得  $B_n$  与试验数据在相同的数量级。

为了消除真实材料磁化参数与模拟磁化参数的影响,同时不考虑后期磁化强度随机变化的影响,采用基于磁信号的疲劳损伤公式<sup>[7]</sup>来比较测点处疲劳前中期的损伤发展情况,即

$$D_B(N_i) = \sum_{i=1}^{N_i} |\Delta B_i| / \sum_{i=1}^{0.9N_i} \Delta B_i \quad (10)$$

式中: $D_B(N_i)$ 为经历疲劳次数  $N_i$  时使用磁信号进行评估的损伤程度; $\Delta B_i$ 为不同循环内特征点处磁感应强度差值。

图 10 给出了梁试件 TFC1~TFC3 模拟和试验  $B_n$  的疲劳损伤曲线。模拟与试验在疲劳初期磁信号迅速变化,试验数据在很小的范围内非线性上升,表现在模拟曲线上微弱上升趋势,这是由于疲劳初期钢筋仍处于弹性磁化阶段,疲劳中期两者均线性变化;与模拟损伤曲线相比,试验损伤曲线前期变化更为迅速,且两者总体发展趋势十分接近。

### 4 力磁模型模拟结果对比

图 11 为弹性阶段的力磁试验结果、力磁模拟

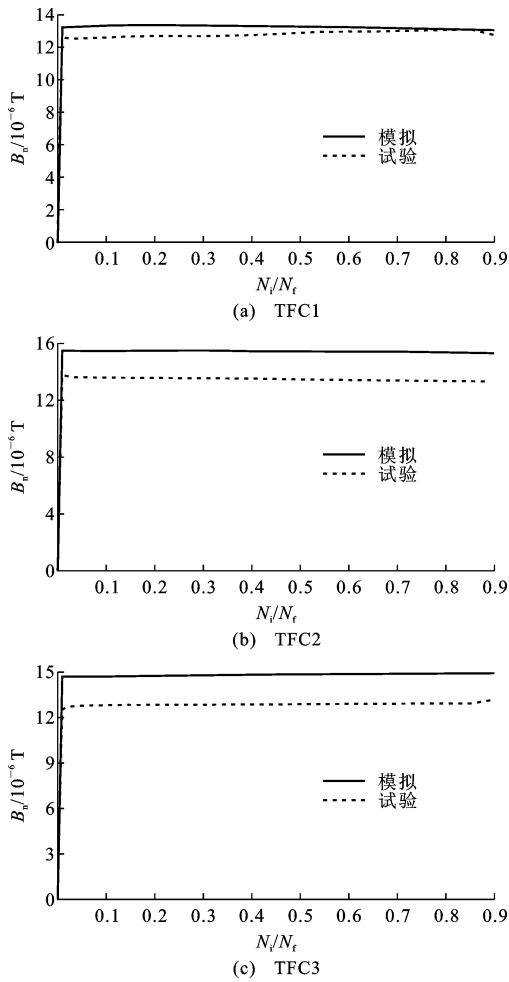


图9 试验与模拟的法向磁感应强度曲线

Fig. 9 Test and simulated normal magnetic induction intensity curve

结果和张大伟等<sup>[7]</sup>提出的疲劳力磁微分模型模拟结果的对比。可以看出,总体变化规律呈现相似性,先快速上升后缓慢变化。然而,该微分模型的主要缺点在于模拟得到的磁化强度数值较大,达到了 $0.07\text{ T}$ ,并且初始磁化强度截距不为 $0$ ,这与试验测量得到的空间磁场为 $0$ 的现象相矛盾。以TFC1为例,疲劳阶段的测点法向磁感应强度在 $8.0 \times 10^{-6}\text{ T}$ 位置波动,然而模拟法向磁感应强度在 $13.0 \times 10^{-6}\text{ T}$ 位置处波动,与真实值的比值为 $1.875$ 。TFC2和TFC3模拟值与真实值的比值均在此范围内变化,与之相比,张大伟等<sup>[7]</sup>使用微分表达式所得模拟数量级偏差较大。本文与张大伟方法的不同之处在于采用了有限元模拟方法,已经考虑到混凝土和钢筋的相互作用,不必单独求解黏结应力与相互作用。

根据J-A模型得到的力磁模型在进行数值模拟时通常会与试验结果存在数量级上的偏差,原因在于磁畴壁、磁致伸缩等力磁概念较为抽象,量化过程

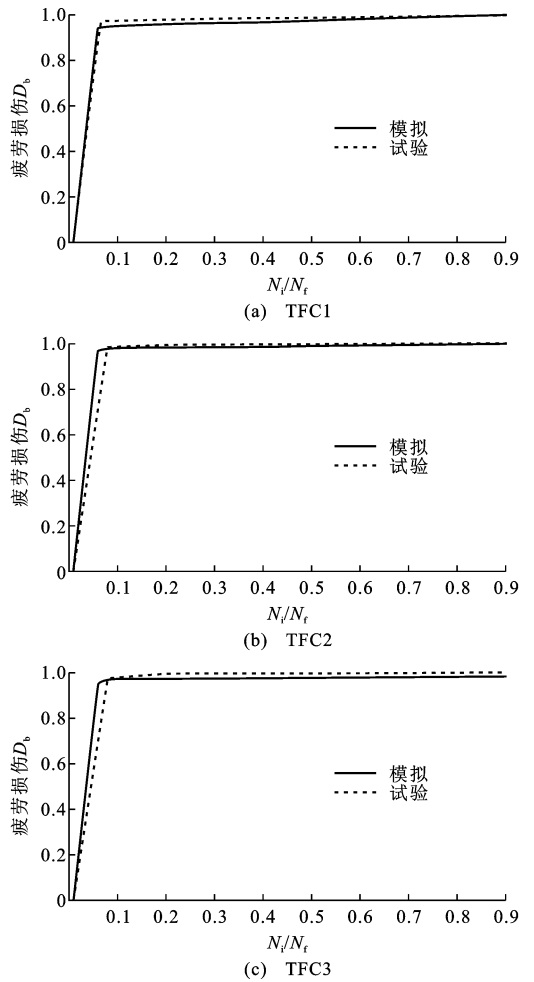


图10 疲劳前中期试验与模拟的疲劳损伤曲线

Fig. 10 Pre-middle fatigue test and simulated fatigue damage curve

困难。虽然能通过控制变量法得到试验拟合系数,但多个试验拟合系数在一个微分表达式中会出现较大的变异性,可能导致计算误差较大。时朋朋<sup>[18]</sup>依据J-A模型推导得到显式力磁模型,但部分参数需要通过试验获得,应用起来复杂且模拟结果与试验结果偏差较大。Shi等<sup>[19]</sup>基于热力学和不可逆磁化的趋近规律建立非磁性力磁耦合模型,在拉应力作用下误差为J-A模型的 $1/10$ ,但仍偏离试验值较大。相比之下,基于半经验公式的修正力磁模型能绕过求解难以量化的抽象磁学概念,将常用且关系密切的物理量整合进一个表达式中,从而更直接高效地说明了应力-磁学属性关系,求解时精度更高。此外,该模型还能直接映射应力-磁化特性的关系,适用于除梁内钢筋外一般铁磁性构件的力磁有限元模拟和解析表达式。

综合分析可知,弹性阶段模拟磁信号与真实磁信号比值都在 $1.8$ 左右,造成误差的主要原因在于

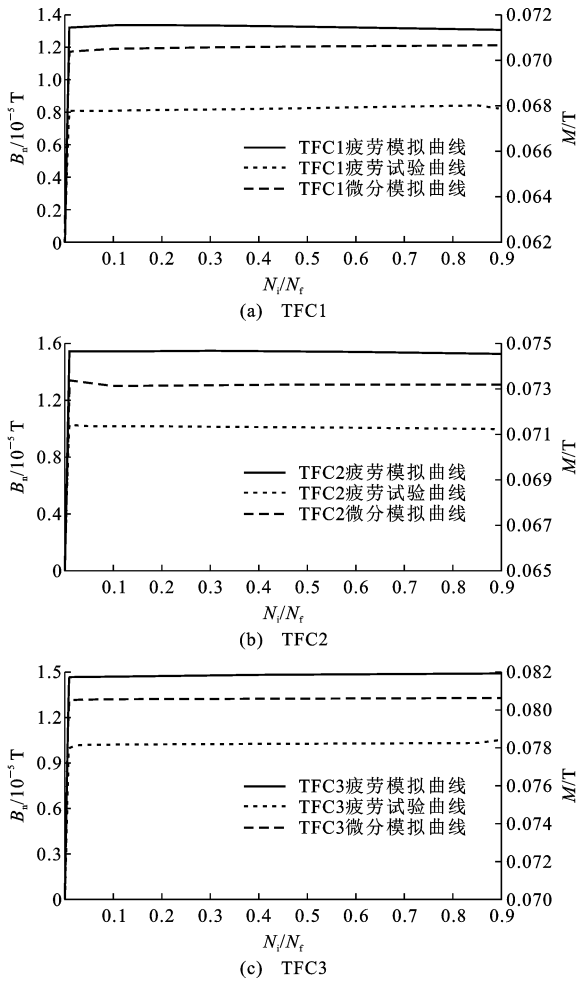


图 11 TFC1~TFC3 疲劳时变曲线对比

Fig. 11 Comparison of fatigue time-varying curves of TFC1-TFC3

所采用的线性应力-磁化强度关系和参数适用于 X65 管线<sup>[20]</sup>, 其组成成分与 HRB400 钢筋存在差异, 从而导致线性应力-磁化强度关系的参数存在差异, 因此得出的模拟结果与试验结果误差比例相同。修正办法可以将不同配合比的钢筋分类, 得出各自的应力-磁化强度变化规律, 并形成对应的修正系数, 使得模拟结果与试验结果更加吻合, 从而可以进行空间磁场到钢筋应力的映射求解, 将磁信号现象级表述迁移到量化研究。

## 5 结语

(1) 结合磁导率和磁化强度的微积分关系, 将磁导率部分耦合到线性应力-磁化强度关系式中, 形成弹性阶段应力-磁化强度显式模型, 后扩展到塑性阶段, 使其可作为铁磁性材料的力磁模型。

(2) 使用修正力磁模型完成了弹性阶段拟动力加载和弹塑性阶段混凝土梁疲劳加载的有限元模

拟, 结果表明弹性阶段时变主要呈现三阶段变化规律, 即平直段、迅速上升段、缓慢上升段, 模拟变化规律与试验吻合。弹塑性阶段混凝土梁试验疲劳曲线和模拟疲劳曲线相近, 将本文力磁本构模型用于数值模拟可以有效描述混凝土梁在疲劳损伤下的磁学变化。

(3) 疲劳试验模拟结果较隐式微分模型模拟精确度高, 在拟动力加载和疲劳加载过程中, 所得模拟结果与试验结果比值均在 1.8 左右, 误差原因在于线性应力-磁化强度参数适用于 X65 管线, 其在组成成分上与 HRB400 钢筋存在差异, 从而导致误差等比例放大, 可以对相应的钢材参数进行修正, 从而得出更为准确的模拟结果。

## 参考文献:

### References:

- [1] DOUBOV A A. A study of metal properties using the method of magnetic memory [J]. *Metal Science and Heat Treatment*, 1997, 39(9): 401-405.
- [2] 金伟良, 张军. 混凝土结构疲劳及其磁效应 [M]. 杭州: 浙江大学出版社, 2022.  
JIN Weiliang, ZHANG Jun. *Fatigue of concrete structure and its magnetic effect* [M]. Hangzhou: Zhejiang University Press, 2022.
- [3] JILES D C. Theory of the magnetomechanical effect [J]. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 1995, 28(8): 1537-1546.
- [4] SABLİK M J, LANDGRAF F J G. Modeling microstructural effects on hysteresis loops with the same maximum flux density [J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2003, 39(5): 2528-2530.
- [5] XU M X, CHEN Z H, XU M Q, et al. Discussion of modified Jiles-Atherton model including dislocations and plastic strain [J]. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 2015, 47(1): 61-73.
- [6] ZHANG D W, HUANG W Q, ZHANG J, et al. Prediction of fatigue damage in ribbed steel bars under cyclic loading with a magneto-mechanical coupling model [J]. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 2021, 530: 167943.
- [7] 张大伟, 黄文强. 基于力磁模型的混凝土梁内钢筋疲劳损伤研究 [C] // 陆新征. 第 30 届全国结构工程学术会议论文集 (III). 北京: 《工程力学》杂志社, 2021: 435-441.  
ZHANG Dawei, HUANG Wenqiang. Research on fatigue damage of steel bars in concrete beams based on force-magnetic model [C] // LU Xinzhen. *Proceedings*

- of the 30th National Symposium on Structural Engineering (III), Beijing, *Engineering Mechanics Press*, 2021, 435-441.
- [8] MA X P, SU S Q, WANG W, et al. Damage location and numerical simulation for steel wire under torsion based on magnetic memory method[J]. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 2019, 60(2): 223-246.
- [9] DOUBOV A A. Screening of weld quality using the metal magnetic memory[J]. *Welding in the World*, 1998, 41(3): 196-199.
- [10] DOUBOV A A. Diagnostics of equipment and constructions strength with usage of magnetic memory[J]. *Inspection Diagnostics*, 2001, 6: 19-29.
- [11] 苏三庆, 秦彦龙, 王 威, 等. 基于磁记忆的 Q235b 受弯钢梁力磁效应数值模拟[J]. *材料科学与工艺*, 2020, 28(5): 11-21.
- SU Sanqing, QIN Yanlong, WANG Wei, et al. Numerical simulation of stress-magnetization effect for bending states of Q235b steel beam based on magnetic memory[J]. *Materials Science and Technology*, 2020, 28(5): 11-21.
- [12] 高志刚, 苏三庆, 王 威, 等. 带缺陷钢丝绳拉伸力-磁耦合数值模拟[J]. *西安科技大学学报*, 2019, 39(4): 626-633.
- GAO Zhigang, SU Sanqing, WANG Wei, et al. Numerical simulation of force-magnetic coupling for the stretched steel wire rope with defects[J]. *Journal of Xi'an University of Science and Technology*, 2019, 39(4): 626-633.
- [13] 杨理践, 吕 铮, 高松巍. 基于矫顽力特性的钢板应力检测技术[J]. *仪表技术与传感器*, 2016(11): 31-34.
- YANG Lijian, LYU Zheng, GAO Songwei. Steel plate stress testing technique based on coercivity characteristics[J]. *Instrument Technique and Sensor*, 2016(11): 31-34.
- [14] 张 军. 基于压磁效应的钢筋混凝土结构疲劳性能试验研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2017.
- ZHANG Jun. Experimental study on fatigue performance of reinforced concrete structures based on piezomagnetism effect[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2017.
- [15] 马惠香, 周建庭, 赵瑞强, 等. 基于金属磁记忆技术的钢筋应力无损检测试验[J]. *江苏大学学报(自然科学版)*, 2018, 39(3): 349-354.
- MA Huixiang, ZHOU Jianting, ZHAO Ruiqiang, et al. Non-destructive testing of steel bar stress based on metal magnetic memory technology[J]. *Journal of Jiangsu University (Natural Science Edition)*, 2018, 39(3): 349-354.
- [16] 肖卫强. 钢筋混凝土梁剪切疲劳性能试验研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2018.
- XIAO Weiqiang. Experimental study on shear fatigue properties of reinforced concrete beams[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2018.
- [17] 王 青, 卫 军, 刘晓春, 等. 钢筋混凝土梁疲劳累积损伤过程的等效静力分析方法[J]. *中南大学学报(自然科学版)*, 2016, 47(1): 247-253.
- WANG Qing, WEI Jun, LIU Xiaochun, et al. Equivalent static analysis method for fatigue cumulative damage process of reinforced concrete beam[J]. *Journal of Central South University (Science and Technology)*, 2016, 47(1): 247-253.
- [18] 时朋朋. 微磁检测应力和塑性区的磁弹塑耦合理论[J]. *力学学报*, 2021, 53(12): 3341-3353.
- SHI Pengpeng. Theoretical model of magneto-elastoplastic coupling for micro-magnetic non-destructive testing method with stress concentration and plastic zone[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2021, 53(12): 3341-3353.
- [19] SHI P P, JIN K, ZHENG X J. A magnetomechanical model for the magnetic memory method[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2017, 124-125: 229-241.
- [20] 李玮儒, 彭启凤, 杨进川, 等. X65 管线钢矫顽力与应力关系实验研究[J]. *世界石油工业*, 2022, 29(1): 70-75.
- LI Weirui, PENG Qifeng, YANG Jinchuan, et al. Experiment of the relationship between coercive force and stress of X65 pipeline steel[J]. *World Petroleum Industry*, 2022, 29(1): 70-75.