

文章编号:1673-2049(2005)04-0050-04

薄壁圆筒在阶形变形路径下的统一增量解

李小伟,赵均海,乔海军

(长安大学 建筑工程学院,陕西 西安 710061)

摘要:基于俞茂宏统一强度理论,分析了薄壁圆筒在拉扭阶形变形路径作用下的增量解,得出了适用于各种不同拉压强度比的理想弹塑性材料统一增量解的形式。为材料选取合适屈服准则提供了方便,也为不同拉压比、不同泊松比的理想弹塑性材料在屈服后的应力状态及应力追踪的计算机模拟提供了便利。结果表明:通过改变材料的综合影响系数,可以只用一种或几种材料通过改变泊松比、拉压比和反映主切应力影响的系数等,来模拟其他已知或未知材料屈服后的性能。

关键词:统一强度理论;薄壁圆筒;增量理论;路径

中图分类号:TU333

文献标志码:A

Unified incremental solution of thin cylinder under step deformation path

LI Xiao-wei, ZHAO Jun-hai, QIAO Hai-jun

(School of Architectural Engineering, Chang'an University, Xi'an 710061, China)

Abstract: The thin cylinder under step deformation path of tension and torsion based on YU Mao-hong unified strength theory was analyzed. The unified incremental solution was obtained and it could be applied to various materials with strength difference effect. It is applied to all kinds of ideal elasto-plastic materials with different ratios of tension and pressure and makes up the shortage that a special material should select a corresponding yield rule. According to it, different stress states and tracks of yielded ideal elasto-plastic material become easy to be simulated by computer. The results show that by altering the material synthesis influencing coefficient, the POISSON's ratio, the ratio of tension and pressure and the coefficient which represents influence of shearing stress, people can use only a few materials to imitate the yielded property of other materials known or unknown.

Key words: unified strength theory; thin cylinder; incremental theory; path

0 引言

在石油化工设备、压力容器、高压管道及炮筒等设备的设计和制造中,由于高压、超高压容器中常用的高强度钢材等材料的拉压强度性能差异较大,韧性金属材料拉压比在 $0.77\sim 1$ 之间,脆性金属材料拉压比在 $0.33\sim 0.77$ 之间^[1~3],并且这些材料的抗拉强度与抗压强度大都不相等,且大都处在复杂应

力下工作,因此对这类材料的结构进行弹塑性极限分析时,采用TRESCA准则和MISES准则,将导致较大的误差。近年来,各国学者开始采用MOHR-COULOMB准则和双剪强度理论^[4,5],考虑拉压强度不相等对极限荷载的影响。MOHR-COULOMB准则由于没有考虑中间主应力 σ_2 的影响,与试验结果有差距,它只适用于剪切强度极限 f_s 与拉伸强度极限 f_t 、压缩强度极限 f_c 的关系为 $f_s=f_c f_t/(f_t +$

收稿日期:2005-08-14

基金项目:教育部博士学科点基金项目(20040710001);陕西省自然科学基金项目(2003E215)

作者简介:李小伟(1975-),男,河南洛阳人,工学硕士研究生。E-mail:lilixxwww@126.com

f_c) 的材料。双剪强度理论虽然考虑了 σ_2 的影响,但它也只能适用于 $f_s = f_t f_c / (2f_c + f_t)$ 的材料。为了寻求适用于更广泛的各种材料的极限分析法,笔者采用俞茂宏统一强度理论,分析了理想塑性、拉压强度不同的材料在阶形变形路径作用下的拉扭统一增量解,此结果可适用于拉压比大于 0.2 的材料,因此对于理想弹塑性金属材料,无论是韧性或是脆性,本文的统一解都是适用的。对于拉压比小于 0.2 的材料,由于求解曲线振荡,笔者建议采用压扭加载方式。同时,此结果又考虑了拉压强度的不同以及中间主应力 σ_2 的影响,因此可以更好地适用于各种材料的结构极限分析,对于解决压力容器等的极限荷载问题有重要意义。

1 统一强度理论

1991 年俞茂宏在他的双剪强度理论的基础上,建立了一种全新的考虑了 σ_2 影响的适用于各种不同材料的俞茂宏统一强度理论,该理论提出了一个统一的模型(统一而简单的数学表达式),能十分灵活地适用于各种不同特性的材料。为了区别于以前各种强度理论,将该理论称为俞茂宏统一强度理论,其数学表达式为^[4,5]

$$F = \sigma_1 - \frac{\alpha}{1+b}(b\sigma_2 + \sigma_3) = f_t \quad \sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + \alpha\sigma_3}{1+\alpha} \quad (1)$$

$$F = \frac{1}{1+b}(\sigma_1 + b\sigma_2) - \alpha\sigma_3 = f_t \quad \sigma_2 \geq \frac{\sigma_1 + \alpha\sigma_3}{1+\alpha} \quad (2)$$

式中: b 为反映中间主切应力以及相应面上的正应力对材料破坏程度的影响系数, $0 < b < 1$, $b = \frac{(1+\alpha)f_s - f_t}{f_t - f_s} = \frac{(1+\alpha) - B}{B-1}$, $B = \frac{f_t}{f_s}$; α 为材料的拉压比, $\alpha = f_t/f_c$ 。

统一强度理论的极限面如图 1 所示,图 1 中 r_t 为拉伸矢长, r_c 为压缩矢长。

2 计算模型及求解过程

采用薄壁圆筒的拉扭试验,在圆柱坐标下,取 z 轴与筒轴重合,壁厚为 h ,平均半径为 R ,如图 2 所示,筒内应力为

$$\sigma_z = \frac{P}{2\pi R h}, \tau_{\varphi z} = \frac{M}{2\pi R^2 h} \quad (3)$$

这种受力情况的特点是每种载荷只与一个应力分量有关,因此,调整 P 与 M 的比值,即可得到应力分量间的不同比例。可以在控制运动的材料试验

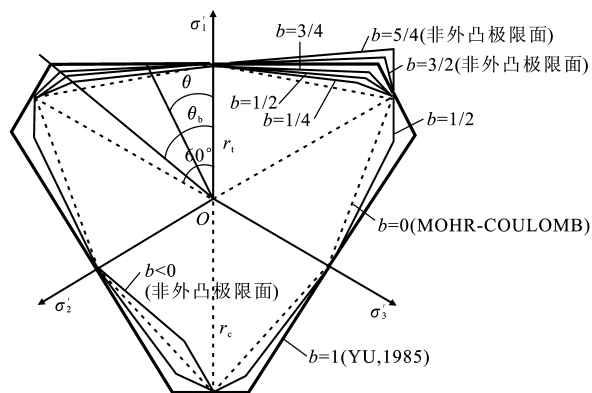


图 1 统一强度理论的系列极限面

Fig. 1 Various limit loci of unified strength theory
机上实现不同的试验路径。

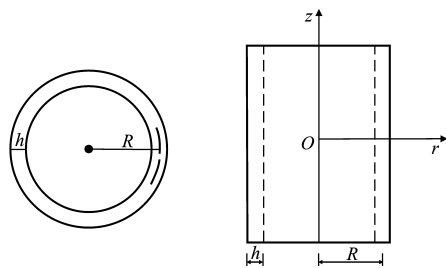


图 2 薄壁圆柱坐标

Fig. 2 Coordinates of thin cylinder

2.1 主应力^[6]

将式(3)的 $\sigma_z, \tau_{\varphi z}$ 转化到主应力场为

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_z + \sqrt{\sigma_z^2 + 4\tau_{\varphi z}^2}}{2}, \sigma_2 = 0, \sigma_3 = \frac{\sigma_z - \sqrt{\sigma_z^2 + 4\tau_{\varphi z}^2}}{2} \quad (4)$$

2.2 阶形变形路径选用^[6]

采用路径 $O \rightarrow a \rightarrow b$ 加载到 b 点,来计算 b 点的主应力和切应力的统一增量解,如图 3 所示,图 3 中 ϵ 为正应变, γ 为切应变。

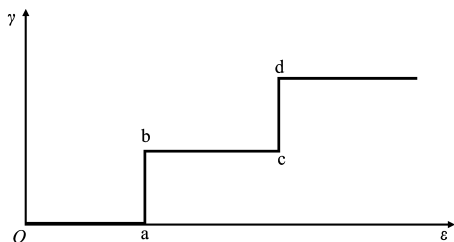


图 3 阶形变形路径

Fig. 3 Step deformation path

2.3 增量本构关系

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon_{ij}^e + d\epsilon_{ij}^p \quad (5)$$

$$d\epsilon_{ij}^e = \frac{1}{2G} ds_{ij} \quad (6)$$

$$d\epsilon_{ij}^p = \frac{\sigma_{ij}}{2G} - \frac{3\nu}{E} \sigma_m \delta_{ij} \quad (7)$$

2.4 流动法则

de_{ij}^p = (∂g/∂σ_{ij})dλ (8)

2.5 求解过程

由于 (σ₁+ασ₃)/(1+α) ≥ σ₂ = 0, 利用式(1)求解, 取综合影

响系数 D = α/(1+b), 得

g(σ_z, τ_φ) = σ_z² + (1+D)²τ_φ² + (1-D)/D f_tσ_z - f_t²/D = 0 (9)

取 σ = σ_z/f_t, τ = τ_φ/f_t, 单位化后, 得 g(σ, τ) = σ² + (1+D)²τ² + (1-D)/D σ - 1/D = 0 (10)

将式(9)分别对 σ_z, τ_φ 求导, 得

∂g/∂σ_z = 2σ_z + (1-D)/D f_t (11)

∂g/∂τ_φ = 2(1+D)τ_φ (12)

由式(5)~(12), 得

dε_z = dσ_z/E + (2σ_z + (1-D)/D f_t)dλ (13)

dγ_φ = dτ_φ/G + 2(1+D)τ_φdλ (14)

当 ε_z = ε_s 后, dε_z = 0, 利用屈服条件并将式(13)、(14)全微分, 得

2Dσ_zdσ_z + 2(1+D)²τ_φdτ_φ + (1+D)f_tdσ_z = 0

由式(13)得

dλ = (2Dτ_φdτ_φ) / (E(f_t² - 4Dτ_φ²)) (15)

将式(15)代入式(14), 得

dγ_φ = dτ_φ/G + 4(1+D)²τ_φ²dτ_φ / (E(f_t² - 4Dτ_φ²)) (16)

对式(16)积分, 得

γ_φ = [1/G - (1+D)²/ED]τ_φ + (1+D)²f_t / (4ED^{3/2}) · ln |(f_t + τ_φ2√D) / (f_t - τ_φ2√D)| (17)

将式(17)单位化后, 得

(2D(1+ν) - (1+D)²)τ + (1+D)²f_t / (4ED^{3/2}) · ln |(1/(2√D) + τ) / (1/(2√D) - τ)| = 1 (18)

可利用式(18)解出各种拉压强度比的理想塑性材料在阶形变形路径作用下的 τ, 并利用式(10)可解出 σ。对于同一个 α、b、D, 由式(18)可知: 当 D 取

一定值, 泊松比 ν 依次取 0、0.1、0.2、0.3、0.4、0.5 时, 切应力 τ 将依次变小。由图 4 可知: 当 D 增大时, 应力 τ、σ 将依次变小。α、b、D、ν 的变化取值如表 1 所示。

表 1 计算参数
Tab. 1 Parameters of calculation

参数	变化取值									
α	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
b	0	0.25	0.5	0.75	1.0	0	0.25	0.5	0.75	1.0
D	1.0	0.8	0.667	0.57	0.5	0.5	0.4	0.33	0.286	0.25

利用式(4)可将 α = 1, b = 0; α = 1, b = 0.25; α = 1, b = 1; α = 0.5, b = 0; α = 0.5, b = 1 五种情况下的 σ、τ, 转化到主应力空间, 如图 5 所示。从图 5 中可以看出: 随着 D 增大, 主应力 σ₁ 将增大, σ₃ 将变小。

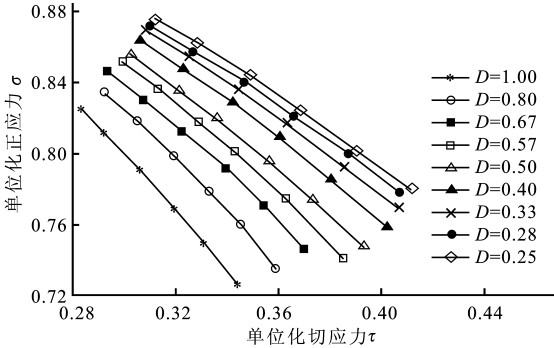


图 4 D 变化时的 σ-τ 关系

Fig. 4 Relation of σ and τ with D variation

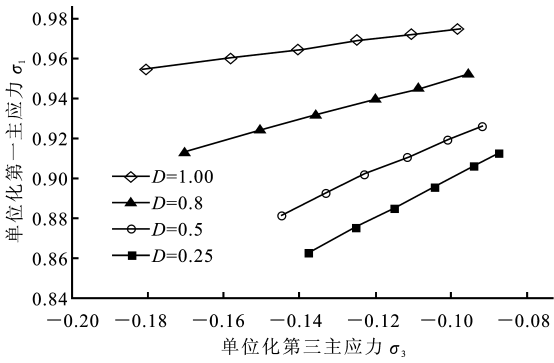


图 5 D 变化时的 σ₁-σ₃ 关系

Fig. 5 Relation of σ₁ and σ₃ with D variation

3 结语

(1)从图 4 中可以看出: 由于材料拉压比 α 的不同, 将对薄壁圆筒的增量解有很大的影响, 对于同一个 τ 值, 随着 α 变小, σ 将变大, 反之亦然。对于同一个 D, 随着泊松比 ν 的增大, τ 将减小, σ 将增大。从图 4 中还可以看出: 泊松比的变化严重影响了材料的塑性性能, 对于不同的屈服准则, 泊松比的影响很

大。对于弹性材料,由于体积不可压缩,泊松比不影响材料的弹性性能。

(2)笔者求解的是加载路径 $O \rightarrow a \rightarrow b$ 上的 b 点解,当在 b 点继续加载时,可用 b 点的 σ_b, τ_b 求出对应的主应力,并利用条件 $d\gamma_e = 0$,类似以上过程计算出 c 点的 σ_c, τ_c 。计算 $b \rightarrow c \rightarrow d$ 路径终点 d 的 σ_d, τ_d 时,求解方法与 $O \rightarrow a \rightarrow b$ 路径终点 b 的 σ_b, τ_b 相同。多步加载时可重复以上步骤得出终点的应力。笔者得出的式(18)可适用于不同拉压比、不同泊松比的材料,为计算机模拟不同的理想弹塑性材料薄壁圆筒在屈服后的应力变化提供了便利,通过变化 D, α, b, ν 的值可求解各种理想塑性材料的增量解,避免了一种材料需要选取一个屈服准则的不便。

(3)笔者采用综合影响系数 $D = \alpha / (1 + b)$,给出了 D 在 $0.25 \sim 1$ 区间的增量解,从图4中可以看出:虽然笔者只取了 $\alpha = 1, \alpha = 0.5$ 两种形式的拉压比,但是由于 b 的变化,使得 D 基本遍取了函数域,因此当 α 取其他值时, D 的值一定落入 $0.25 \sim 1$ 区间。当 D 落入 $0 \sim 0.2$ 区间时,由于材料的拉压比相差太大,将不能用拉扭模型来计算,建议使用压扭模型计算。通过采用材料的综合影响系数 D ,可以只用一种或几种材料通过改变材料的泊松比 ν 、拉压比 α 和反映主切应力影响的系数 b ,来模拟其他

已知材料或未知材料在屈服后的性能,为新材料的研发提供了方便。

(4)从图5中可看出:在主应力场中,对于同一个 α, b 的变化对不同理想塑性材料的影响很大。当 $b = 0$ 时,对应于单剪强度理论,即屈服下限;当 $b = 1$ 时,对应于双剪强度理论,即屈服上限。

参考文献:

- [1] PAGLIETT A, PORCU M C. Stress stability at the yield surface[J]. Int. J. Non-linear Mechanics, 1995, 30(2): 141—148.
- [2] NAGHDI P M A. Critical review of the state of finite plasticity[J]. Journal of Applied Mechanics and Physics, 1990, 41(3): 315—393.
- [3] THEORIES P S. A general yield criterion for engineering materials depending on void growth[J]. Mechanics, 1986, 21(2): 97—105.
- [4] 赵均海. 强度理论及工程应用[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
- [5] 俞茂宏. 强度理论新体系[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1992.
- [6] 王仁, 熊祝华, 黄文彬. 塑性力学基础[M]. 北京: 科学出版社, 1982.

《新型建筑材料》2006 年征订通知

《新型建筑材料》由中国新型建筑材料工业杭州设计研究院、中国建筑材料(集团)公司主办;为中文核心期刊、全国建材优秀期刊、全国建材系列期刊、中国期刊方阵“双效期刊”、中国科学引文数据库及中国学术期刊综合评价数据库来源期刊。

《新型建筑材料》主要栏目有:新型墙体材料、化学建材、建筑防水材料、建筑涂料、建筑外加剂、装饰装修材料、塑料门窗及管材、保温材料与建筑节能、建筑石膏与胶凝材料、金属建材与建筑钢结构、粉煤灰综合利用以及国家产业政策等。

《新型建筑材料》创刊于1974年,月刊,大16开本,进口纸彩色胶印40页,内芯100页以上;每期定价5.00元,全年共60.00元;承接广告,欢迎联系。各地邮局均可订阅,邮发代号32-57,也可直接汇款到编辑部订阅。

地址:杭州市中山北路450号

邮编:310003

传真:(0571)85175100

电话:(0571)85175100 85062600 85066556

E-mail:nbm@mail.hz.zj.cn