

文章编号:1673-2049(2005)04-0077-06

# 斜坡地基极限承载力下限解计算

尉学勇<sup>1</sup>, 王晓谋<sup>2</sup>, 贺培峰<sup>3</sup>

(1. 西安中交公路岩土工程有限责任公司, 陕西 西安 710075; 2. 长安大学 公路学院, 陕西 西安 710064;  
3. 内蒙古亨元路桥有限责任公司, 内蒙古 乌海 016000)

**摘要:**为了研究斜坡地基的破坏机理, 基于极限平衡法理论, 建立了一个新的能考虑坡后土体坡度影响的斜坡地基承载力的计算模式, 通过 FORTRAN 语言编制了斜坡地基坡后土体的发挥系数的计算程序, 分析了斜坡地基内摩擦角、基础下侧土体坡度、基础上侧土体坡度、相对坡顶距及基础相对埋深等因素对斜坡地基极限承载力性能的影响, 得出了不同地基情况下斜坡地基坡后土体的发挥系数。得到的斜坡地基的承载力系数和发挥系数可用于斜坡地基的理论分析和设计中。

**关键词:**斜坡地基; 承载力; 极限平衡; 发挥系数

中图分类号: U416.1 文献标志码: A

## Calculation of low limit solution of sloping ground ultimate load capacity

YU Xue-yong<sup>1</sup>, WANG Xiao-mou<sup>2</sup>, HE Pei-feng<sup>3</sup>

(1. Xi'an Zhongjiao Highway Geotechnical Engineering Ltd, Xi'an 710075, China;  
2. School of Highway, Chang'an University, Xi'an 710064, China;  
3. Nei Mongol Hengyuan Road and Bridge Ltd, Wuhai 016000, China)

**Abstract:** Based on the theory of limit equilibrium, a new calculation module was presented to study the fracture mechanism of sloping ground, which could consider the effect of ascent of fill section at the back of slopes. To gain the mobilization factor of the fill section at the back of the sloping ground, the program was written with FORTRAN. In the calculation of the ultimate load capacity of sloping ground, the effects were considered, which included angle of internal friction of the sloping ground, underside slope angle, upside slope angle, relative distance from the edge of slopes and relative depth of footings. The mobilization factor of the fill section at the back of the sloping ground in different conditions was gained. Meanwhile, the load capacity factors and mobilization factor could be used in theory analysis and design of sloping ground.

**Key words:** sloping ground; load capacity; limit equilibrium; mobilization factor

## 0 引言

在公路、铁路、水利和建筑等工程中, 常需要把基础设置在靠近斜坡顶部、斜坡上或者计划开挖的基坑附近。而相关规范对这些情况下的地基承载力如何确定, 仍无明确的计算方法。在实际工程中, 一般把这些情况下的地基等效为平地地基加以处理,

或者凭经验对其承载力加以折减, 或者采用深基础的设计方法, 这些方法均缺乏科学的依据, 其结果有的偏于保守; 有的安全度过低, 存在潜在的危险。因此, 研究斜坡地基的承载力问题具有相当重要的现实意义。由于斜坡的存在, 总是有斜坡一侧的地基土体先破坏, 基础底面下的三角形楔体为非对称的三角形。1989 年, 印度学者沙伦(SARAN S)<sup>[1]</sup>提

出用土体抗剪强度发挥系数  $m$  来分析坡后土体的受力情况,这一方法能反映斜坡地基中土体的破坏形式,以及基底两侧土体的抗剪强度发挥程度不同的特征,但对于斜坡上的地基承载力未加研究。1993年,王晓谋<sup>[2]</sup>用土体抗剪强度发挥系数  $m$  推导了坡顶距为零的临坡地基和斜坡上地基的极限承载力,但没有把坡顶距不为零的临坡地基考虑进去。故这两种理论公式都有不同程度的缺陷,有待完善<sup>[3]</sup>。笔者根据前人的研究成果,对已有的斜坡地基破坏模式进行完善,应用极限平衡方法确定地基破坏模式的形状,并导出斜坡地基极限承载力下限解的计算公式。

## 1 斜坡地基承载力理论计算基础

### 1.1 基本假定

(1) 土体在破坏瞬时的变形可忽略不计,从而可用虚功原理。

(2) 土是完全塑性体,并且服从摩尔—库仑破坏准则

$$\tau = c + \sigma_n \tan \varphi \quad (1)$$

式中: $\tau$  为土体剪破面上的剪切应力; $\sigma_n$  为土体剪破面上的法向应力; $c$  为土体的粘聚力; $\varphi$  为土体内摩擦角。

(3) 土的塑性变形服从相关联的流动法则。

对于服从摩尔—库仑强度条件的土体来说,有

$$\frac{\dot{\gamma}_p}{\dot{\epsilon}_n^p} = \frac{\partial f / \partial \tau}{\partial f / \partial \sigma_n} \quad (2)$$

式中: $\dot{\gamma}_p$  为剪应变速率,方向同  $\tau$  一致; $\dot{\epsilon}_n^p$  为正应变速率,方向同  $\sigma_n$  相反。

一般取

$$f = \tau - c - \sigma_n \tan \varphi \quad (3)$$

将式(3)代入式(2)得

$$\frac{\dot{\gamma}_p}{\dot{\epsilon}_n^p} = -c \tan \varphi \quad (4)$$

式(4)说明土体体积在塑性流动过程中沿正应力相反的方向发生流动,即出现剪胀现象。

### 1.2 极限分析方法的引入

在刚塑体的极限分析中,静力许可的应力场应满足的条件为:

平衡条件

$$\sigma_{ij,j} + F_i = 0 \quad (5)$$

屈服条件

$$f(\sigma_{ij}) \leq 0 \quad (6)$$

应力边界条件

$$\sigma_{ij} n_j = \bar{T}_i \quad (\text{在应力边界上}) \quad (7)$$

如果假定结构物的极限荷载为  $Q_u$ ,那么对于一切外力  $Q$ ,当  $Q \leq Q_u$  时,均满足静力许可条件,这时  $Q_u$  称为满足静力许可的最大值,这就是极限分析下限定理。

对于土体而言,屈服条件为摩尔—库仑破坏准则,几何条件由相关联的流动法则确定。在平面应变条件下,极限分析的基本方程由式(8)~(11)组成:

平衡方程

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial X} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial Z} = X, \quad \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial X} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial Z} = Z \quad (8)$$

式中: $X, Z$  为体积力。

屈服条件

$$f = \tau - c - \sigma_n \tan \varphi \quad (9)$$

几何条件

$$\dot{\epsilon}_x = \frac{\partial V_x}{\partial X}, \quad \dot{\epsilon}_z = \frac{\partial V_z}{\partial Z}, \quad \dot{\gamma}_{xz} = \frac{\partial V_x}{\partial Z} + \frac{\partial V_z}{\partial X} \quad (10)$$

流动法则

$$\dot{\epsilon}_x = \frac{\partial f}{\partial \sigma_x}, \quad \dot{\epsilon}_z = \frac{\partial f}{\partial \sigma_z}, \quad \dot{\gamma}_{xz} = \frac{\partial f}{\partial \tau_{xz}} \quad (11)$$

在给定的应力边界条件下,由式(8)、(9)可以解得满足静力许可的应力场的极限荷载。

根据极限分析定理,一个极限平衡课题的极限荷载不会小于其下限解。如果知道破裂面上的应力,根据静力平衡也可以确定极限荷载。土体达到极限状态时真正的滑动面是不容易找到的。然而,如果能合理地选定极限平衡区的范围进行应力区划分,采用假定滑动面法,按静力平衡条件也能确定地基极限荷载的大小。

## 2 斜坡地基土体破坏模式拟定

笔者将从以下 4 个方面出发来考虑斜坡地基的破坏模式。采用的计算模式如图 1 所示。

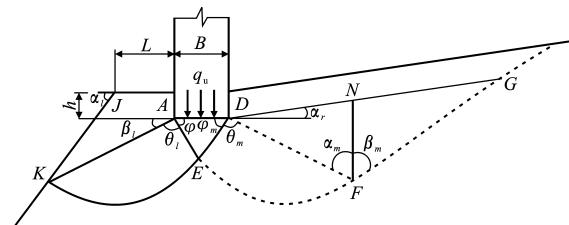


图 1 斜坡地基计算模式

Fig. 1 Calculation module of sloping ground

(1) 基础下面三角形弹性压密核是不对称的。

(2) 斜坡地基总是在斜坡一侧发生滑动,形成一个连续的滑动面,其滑裂线从基脚开始,先是一段直

线,紧接着为一段曲线,然后又是一直线段,并且滑动面与斜坡地面间夹角随斜坡的坡度而变化。而地基另一侧土体则不出现滑动面,受力情况尚不明确。

(3)斜坡地基上坡后土体对滑动面形状及承载力大小是有影响的,即存在着坡后土体效应问题。

(4)分别计算由地基自重、粘聚力、基底以上土自重导致的地基的极限状态。

图1的破坏模式中,破裂面可分为两部分:实际发生的破裂面 $DEK$ ;虚拟破裂面 $DEFG$ 。

## 2.1 破裂面 $DEK$

实际发生的破裂面 $DEK$ 由3部分组成。

第一部分 $DAE$ 为弹性压密区。 $DAE$ 是不对称的三角形楔体。假定基底完全粗糙, $AE$ 与基底成 $\varphi$ 角,则 $DE$ 与基底成 $\varphi_m$ 角, $\varphi_m$ 小于 $\varphi$ 。

第二部分 $AEK$ 为过渡塑性区,其滑动面为 $EK$ 。根据塑性理论可知: $EK$ 可假定为一对数螺线,用式(12)表示

$$r = r_0 \exp(\theta \tan \varphi) \quad (12)$$

式中: $r$ 为滑动面上的计算点到对数螺线原点A的向量半径, $r$ 的中心在A点上或EA的延长线上; $r_0$ 为螺旋曲线的起始向量半径,即AE的长度; $\theta$ 为计算点向量半径与起始向量半径之间的夹角; $\varphi$ 为地基土的内摩擦角。

第三部分 $AKJ$ 为被动区。

## 2.2 破裂面 $DEFG$

虚拟破裂面 $DEFG$ 是一个为了分析基础后面土体受力情况而假想的滑动面,实际并不存在。土体达到真实破坏时服从摩尔—库仑破坏准则。对于虚拟滑动面 $EFG$ 上的应力状态是很难确定的,但可以肯定 $EFG$ 面仍然服从库仑准则,若其剪应力为 $\tau$ ,极限剪应力 $\tau_f = c + \sigma_n \tan \varphi$ ,那么可以引用系数 $m$ ,令 $m = \tau / \tau_f$ ,则 $\tau = mc + m\sigma_n \tan \varphi = c_m + \sigma_n \tan \varphi_m$ 。

这是一点处的极限剪应力发挥程度,为了以后能确定 $EFG$ 上各点的应力状态,假定其上各点的发挥系数 $m$ 都定义为相同值,即可根据图2中 $f_m = 0$ 确定虚拟滑动面 $EFG$ 上的各点的应力。当斜坡一侧土体已经达到极限平衡状态时,另一侧尽管只是局部地发挥,但剩余的强度实际上已没有意义,故认为也达到破坏。不过其破坏准则是折减的库仑线 $f_m = 0$ ,如图2所示。

作了以上假定之后,将 $DEFG$ 分成两部分。第一部分为过渡区 $EDF$ ,其虚拟滑动面为 $EF$ , $EF$ 为一对数螺线,用式(13)表示

$$r_m = r_{m0} \exp(\theta_m \tan \varphi_m) \quad (13)$$

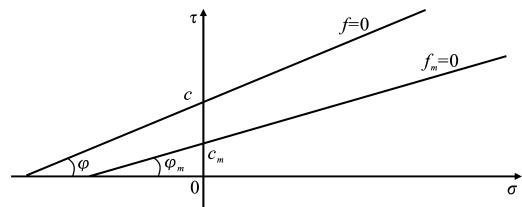


图2  $\tau$ - $\sigma$ 关系

Fig. 2 Relation of  $\tau$  and  $\sigma$

式中: $r_m$ 的中心点在D点上或ED的延长线上; $m$ 、 $\varphi_m$ 、 $r_m$ 、 $r_{m0}$ 意义同前。

第二部分土体 $DFG$ 被认为是符合斜坡地面朗肯被动区的破坏形式,其中 $\angle DFG = 90^\circ + \varphi_m$ 。

## 3 斜坡地基承载力计算

依据图1中的破坏模式和发挥系数 $m$ 的定义,可以确定实际发生的滑动面 $DEK$ 和虚拟滑动面 $DEFG$ 上的应力分布,进而可按静力平衡条件确定斜坡地基承载力。

### 3.1 变量的定义

在以下计算中,不考虑 $AJ$ 、 $DG$ 以上土体抗剪强度的影响,而分别用相应的超载量 $q$ 、 $q_m$ 来代替

$$q = \gamma \frac{l h \tan \alpha_l + h^2 / 2}{l \tan \alpha_l + h} \quad (14)$$

$$q_m = \gamma h \quad (15)$$

式中: $l$ 为坡顶距; $h$ 为基础埋深; $\alpha_l$ 为基础下侧斜坡的坡度; $\gamma$ 为地基土的自重。

取弹性体 $AED$ ,研究其受力情况,如图3所示,由 $ADE$ 的平衡条件,可以得到斜坡地基达到极限状态时的极限荷载 $Q_u$

$$\left. \begin{aligned} Q_u &= P_p + P_{pm} + c_a \sin \varphi + c_{am} \sin \varphi_m - \\ &\quad \gamma \frac{B^2 \sin \varphi \sin \varphi_m}{2 \sin (\varphi + \varphi_m)} \\ c_a &= c H_{AE} \\ c_{am} &= c_m H_{DE} \\ H_{AE} &= \frac{B \sin \varphi_m}{\sin (\varphi + \varphi_m)} \\ H_{DE} &= \frac{B \sin \varphi}{\sin (\varphi + \varphi_m)} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

式中: $B$ 为基础的宽度; $\varphi$ 为地基土的内摩擦角; $\varphi_m$ 为满足虚拟滑动时的土内摩擦角; $P_p$ 、 $P_{pm}$ 分别为 $\gamma$ 、 $c$ 、 $q$ 、 $c_m$ 、 $q_m$ 所引起的被动土压力作用在弹性楔体 $AE$ 面、 $DE$ 面上的合力,即 $P_p = P_{p\gamma} + P_{pc} + P_{pq}$ , $P_{pm} = P_{pm\gamma} + P_{pmc} + P_{pmq}$ ,由下列方法确定。

为了叙述方便,对下列量予以约定:

$r_0$ 为 $AE$ 线的长度 $H_{AE}$ ; $\theta_l$ 为扇开区 $\angle KAE$ 的

大小,  $\theta_l = 180^\circ + \beta - \varphi$ ,  $\beta$  为被动区  $AKJ$  中  $\angle KAJ$  的大小,  $\beta = \alpha_l - \arcsin \frac{\sin \alpha_l \cdot (l + h \tan \alpha_l)}{r_0 e^{\theta_l \tan \varphi} (\pi - \varphi - \beta)}$ , 通过编程可联立  $\theta_l$  和  $\beta$  的表达式求出它们的解;  $H_{AK} = r_0 e^{\theta_l \tan \varphi}$ ,  $H_{AJ} = l + h \tan \alpha_l$ ;  $\alpha_m$  为倾斜地面虚拟朗肯被动区第二破裂面与竖向线所成夹角, 记  $\alpha_r$  为基础上侧斜坡的坡度, 则有  $\alpha_m = (90^\circ + \varphi_m)/2 + [\arcsin(\sin \alpha_r / \sin \varphi_m) + \alpha_r]/2$ ;  $\beta_m$  为倾斜地面虚拟朗肯被动区第一破裂面与竖向线所成夹角,  $\beta_m = 90^\circ + \varphi_m - \alpha_m$ ;  $\theta_m$  为扇形区  $\angle EDF$  的大小,  $\theta_m = 90^\circ + \alpha_m - \varphi_m$ ;  $r_m$  为  $DF$  长度  $H_{DF}$ ,  $r_m = r_{m0} e^{\theta_m \tan \varphi_m}$ ;  $H_m$  为  $NF$  长度,  $H_m = r_m \cos \alpha_m + r_m \sin \alpha_m \tan \alpha_r$ ;  $E_{pm}$  为作用在  $NF$  面上的土压力, 其方向与地面平行, 大小为  $E_{pm} = \frac{1}{2} H_m^2 \gamma K'_m$ , 其中

$$K'_m = \cos \alpha_r \cdot \frac{\cos \alpha_r + \sqrt{\cos^2 \alpha_r - \cos^2 \varphi_m}}{\cos \alpha_r - \sqrt{\cos^2 \alpha_r - \cos^2 \varphi_m}}$$

### 3.2 仅考虑土的自重

首先假定地基土的粘聚力  $c$ 、 $c_m$  和超载量  $q$ 、 $q_m$  等于零, 仅有土的自重  $\gamma$  作用引起的被动土压力  $P_{py}$ 、 $P_{pm}$ , 为此取土体的隔离体  $AEKJ$ 、 $DEFN$  并研究其平衡条件。

#### 3.2.1 隔离体 $AEKJ$

先分析  $AEKJ$ , 如图 4(a) 所示, 在土体  $AEKJ$  上的作用力有:

(1) 土体  $AEK$  的自重  $W_1$  位于扇形区  $AEK$  的重心处, 方向竖直向下。

(2) 土体  $AKJ$  的自重

$W_2$  作用于三角形  $AKJ$  的重心处, 方向竖直向下。

(3)  $EK$  面上的反力  $F_1$ , 它与  $EK$  面法线成  $\varphi$  角。根据对数螺线的性质, 反力  $F_1$  必通过对数螺线中心点  $O$  (点  $A$  或在  $EA$  的延长线上), 因此该力对点  $O$  的力矩为零。

(4)  $AE$  面上的反力  $P_{py}$ , 它与作用面  $AE$  的法线成  $\varphi$  角, 因此恰好竖直向下, 位于  $AE$  面的下  $1/3$  处。

将上述各力对点  $A$  求矩并令其力矩之和等于零, 得

$$P_{py} = \frac{3}{2r_0 \cos \varphi} (M_{AKJ} - M_{AEK}) \quad (17)$$

式中:  $M_{AKJ}$  为  $AKJ$  区土自重  $W_2$  对  $A$  点取矩;  $M_{AEK}$  为  $AEK$  区土自重  $W_1$  对  $A$  点取矩。

#### 3.2.2 隔离体 $DEFN$

再分析  $DEFN$  土体的受力情况, 如图 4(b) 所示, 在土体  $DEFN$  上作用力有:

(1) 土体  $DEF$ 、 $DNF$  的自重  $W_{m1}$ 、 $W_{m2}$  分别作用于扇形区  $DEF$  的重心处和土体  $DNF$  的重心处, 方向竖直向下。

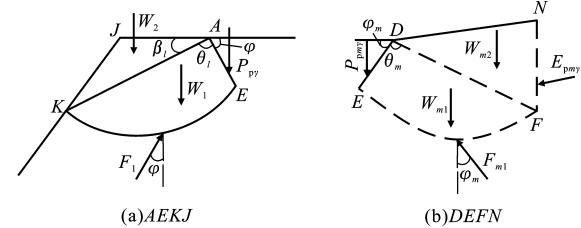


图 4 隔离体  $AEKJ$ 、 $DEFN$  受力 1

Fig. 4 Force 1 of free body  $AEKJ$  and  $DEFN$

(2)  $NF$  面上的被动土压力  $E_{pm}$ , 作用在  $NF$  面的下  $1/3$  处。

(3) 沿着  $EF$  面上的反力  $F_{m1}$ , 它与  $EF$  面的法线成  $\varphi_m$  角。根据对数螺线的性质, 反力  $F_{m1}$  必通过对数螺线中心点  $O'$  (点  $D$  或在  $ED$  的延长线上), 因此该力对点  $O'$  的力矩为零。

(4)  $DE$  面上的反力  $P_{pm}$ , 它与作用面  $DE$  的法线成  $\varphi_m$  角, 因此恰好竖直向下, 作用于  $DE$  面的下  $1/3$  处。

将上述各力对点  $D$  求矩并令其力矩之和等于零, 得

$$P_{pm} = \frac{3}{2r_{m0} \cos \varphi_m} M_{DNF} + \frac{3}{2r_{m0} \cos \varphi_m} \cdot \left( \frac{2}{3} H_m E_{pm} \cos \alpha_r - M_{DEF} \right) \quad (18)$$

式中:  $M_{DNF}$  为  $DNF$  区土自重  $W_{m2}$  对  $D$  点取矩;  $M_{DEF}$  为  $DEF$  区土自重  $W_{m1}$  对  $D$  点取矩。

### 3.3 仅考虑土的粘聚力

其次, 将地基土假定为无质量介质和无超载作用, 即  $\gamma=0$ ,  $q=q_m=0$ , 仅有土的粘聚力  $c$ 、 $c_m$  作用引起的被动土压力  $P_{pc}$ 、 $P_{pmc}$ , 同样考察土体  $AEKJ$ 、 $DEFN$  的平衡条件。

#### 3.3.1 隔离体 $AEKJ$

如图 5(a) 所示, 在土体  $AEKJ$  上的作用力为:

(1)  $EK$  面上的粘聚力  $c'$ 。对数螺线  $KE$  上由粘聚力对中心点  $A$  所产生的总力矩为

$$M_0 = \int_0^{\theta_l} cr_0^2 e^{2\theta \tan \varphi} d\theta = \frac{cr_0^2}{2 \tan \varphi} (e^{2\theta_l \tan \varphi} - 1)$$

(2)  $AE$  面上被动土压力的反作用力  $P_{pc}$ , 它与作用面  $AE$  的法线成  $\varphi$  角, 并作用于  $AE$  面的中点处。

(3)AE面上粘聚力 $c'$ ,其值等于单位粘聚力乘以AE的长度。

将上述各力对中心点A求矩,并令其力矩之和等于零,得

$$P_{pc} = \frac{M_0}{(1/2)r_0 \cos \varphi} \quad (19)$$

### 3.3.2 隔离体DEFN

同理,考察土体DEFN上的作用力,如图5(b)所示,在土体DEFN上的作用力有:

(1)NF面上由粘聚力 $c'_m$ 引起的被动土压力 $E_{pmc}$ ,其作用点位于 $H_m/2$ 处,当DNF达极限状态时,按力的多边形闭合条件可得

$$E_{pmc} = c_m H_m \frac{\cos \alpha_r \cos \varphi_m}{\sin(\alpha_r + \beta_m - \varphi_m) \cos(\alpha_r + \beta_m)}$$

(2)对数螺线EF上由粘聚力对中心点D所产生的总力矩为

$$M_{m0} = \frac{c_m r_{m0}^2}{2 \tan \varphi_m} (e^{2\theta_m \tan \varphi_m} - 1)$$

(3)DE面上被动土压力的反作用力 $P_{pmc}$ ,它与作用面DE的法线成 $\varphi_m$ 角,并作用于DE面的中点处。

(4)DE面上粘聚力 $c''_m$ ,其值等于单位粘聚力乘以DE的长度。

将上述各力对中心点D求矩,并令其力矩之和等于零,得

$$P_{pmc} = \frac{M_{m0} + (H_m E_{pmc} \cos \alpha_r)/2}{(r_{m0} \cos \varphi_m)/2} \quad (20)$$

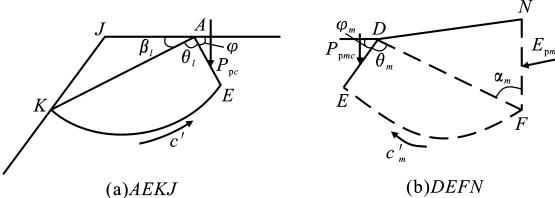


图5 隔离体AEKJ、DEFN受力2

Fig. 5 Force 2 of free body AEKJ and DEFN

### 3.4 仅考虑超载量

最后,假定土体的自重 $\gamma=0$ 和粘聚力 $c=0$ ,仅有由超载量 $q$ 、 $q_m$ 的作用引起的被动土压力 $P_{pq}$ 、 $P_{pmq}$ ,再次考察土体AEKJ、DEFN的平衡条件。

#### 3.4.1 隔离体AEKJ

先研究土体AEKJ上的作用力,如图6(a)所示,土体AEKJ所受的作用力有:

(1)AJ面上超载的总重力,其值 $W_q = H_{AJ} q$ ,方向竖直向下并作用于AJ面的中点处。

(2)对数螺线KE面上的反力 $F_2$ ,它与作用面KE的法线成 $\varphi$ 角,并通过中心点A,故对点A的力矩为零。

(3)AE面上被动土压力的反作用力 $P_{pq}$ ,它与作用面AE的法线成 $\varphi$ 角,故正好竖直向下,其作用点作用于AE面的中点处。

将上述各力对中心点A求矩,并令其力矩之和等于零,得

$$P_{pq} = \frac{W_q H_{AJ}}{r_0 \cos \varphi} \quad (21)$$

### 3.4.2 隔离体DEFN

再以土体DEFN为研究对象,如图6(b)所示,土体DEFN所受的作用力有:

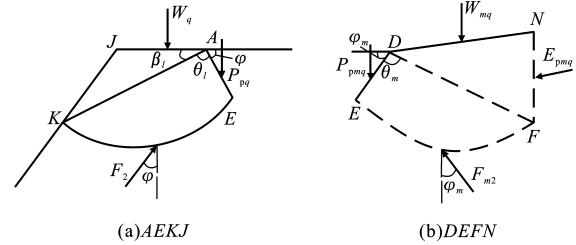


图6 隔离体AEKJ、DEFN受力3

Fig. 6 Force 3 of free body AEKJ and DEFN

(1)FN面上由超载引起的被动土压力 $E_{pmq}$ ,其值为 $E_{pmq} = \gamma H_m h K'_m$ ,作用点位于 $H_m/2$ 处。

(2)DN面上超载的总重力,其值 $W_{mq} = H_{DN} \cdot q_m$ ,方向竖直向下并作用于DN面的中点处。

(3)对数螺线EF面上的反力 $F_{m2}$ ,其方向与EF面的法线成 $\varphi_m$ 角,并通过中心点D,故对点D的力矩为零。

(4)DE面上被动土压力的反作用力 $P_{pmq}$ ,它与作用面DE的法线成 $\varphi_m$ 角,故正好竖直向下,其作用点位于DE面的中点处。

将上述各力对中心点D求矩,并令其力矩之和等于零,得

$$P_{pmq} = \frac{E_{pmq} H_m \cos \alpha_r}{r_0 \cos \varphi_m} + \frac{W_{mq} \sin \alpha_m}{\cos \varphi_m} e^{\theta_m \tan \varphi_m} \quad (22)$$

将式(17)~(22)代入式(16)中,即得满足极限平衡条件的斜坡地基承载力为

$$Q_u = (P_{py} + P_{pc} + P_{pq}) + (P_{pmq} + P_{pmc} + P_{pq}) + c_a \sin \varphi + c_{am} \sin \varphi_m - \gamma \frac{B^2 \sin \varphi \sin \varphi_m}{\sin(\varphi + \varphi_m)} \quad (23)$$

进一步整理式(23),并忽略三角形楔体ADE的自重,得

$$Q_u = B(BN_\gamma/2 + \gamma h N_q + c N_c) \quad (24)$$

式中

$$N_\gamma = \frac{2P_{py} + 2P_{pmq}}{\gamma B^2}; N_q = \frac{P_{pq} + P_{pmq}}{\gamma h B};$$

$$N_c = \frac{P_{pc} + P_{pmc}}{c B} + \frac{(1+m) \sin \varphi \sin \varphi_m}{\sin(\varphi + \varphi_m)}.$$

在本节理论公式推导过程中,  $\varphi_m$  是一个待定值, 它决定着滑动面的具体形状。由平衡方程  $\sum X = 0$ , 可以导出  $\varphi_m = m \tan \varphi$ , 因此可将求  $\varphi_m$  的大小转化为求  $m$  的值; 同时  $m$  值又有着重要的理论意义, 它反映了虚拟滑动面上土的抗剪强度发挥程度的大小。

在用式(24)求解  $Q_u$  的过程中, 笔者分别计算了 3 个承载力系数  $N_y$ 、 $N_c$ 、 $N_q$ , 故这 3 个系数值是在 3 个不一定相同的极限状态下得到的结果, 也就是说  $m$  值也应分开计算, 这样才能正确地确定斜坡地基的极限承载力。在本文的计算中, 按对数螺线中心的位置在基底底角点线处或三角形楔体的  $EA$  或  $ED$  的延长线上进行试算, 将所得的满足上述条件的极限荷载定为极限荷载, 相应的滑动面为满足极限平衡的滑动面。

## 4 理论计算结果分析

### 4.1 发挥系数

在斜坡地基极限平衡分析中,  $\theta_t$ 、 $m$  的值要用程序试算,  $m$  值见表 1、2。

表 1 典型的  $m$  值 ( $\varphi=40^\circ, \alpha_r=0^\circ$ )

Tab. 1 Representative values of  $m$  ( $\varphi=40^\circ, \alpha_r=0^\circ$ )

$N_y$ 状态下			$N_q$ 状态下			$N_c$ 状态下			
$L/B$	$\alpha_t/(\circ)$	$m$	$\alpha_t/(\circ)$	$L/B$	$H/B$	$m$	$\alpha_t/(\circ)$	$L/B$	$m$
0	30	0.761	30	1	0.0	0.555	30	0	0.842
1	30	0.920	30	1	0.5	0.817	30	1	0.901
2	30	0.919	30	1	1.0	0.871	30	2	0.947
3	30	0.971	20	0	0.5	0.553	70	1	0.736
0.5	30	0.892	20	1	0.5	0.850	70	2	0.838
0.5	20	0.929					90	1	0.727
0.5	10	0.936							
0.5	5	0.975							

表 2 典型的  $m$  值 ( $\varphi=40^\circ, \alpha_r=15^\circ$ )

Tab. 2 Representative values of  $m$  ( $\varphi=40^\circ, \alpha_r=15^\circ$ )

$N_y$ 状态下			$N_q$ 状态下			$N_c$ 状态下			
$L/B$	$\alpha_t/(\circ)$	$m$	$\alpha_t/(\circ)$	$L/B$	$H/B$	$m$	$\alpha_t/(\circ)$	$L/B$	$m$
0	30	0.743	30	1	0.0	0.552	30	0	0.757
1	30	0.772	30	1	0.5	0.591	30	1	0.813
2	30	0.808	30	1	1.0	0.839	30	2	0.856
3	30	0.927	20	0	0.5	0.551	70	1	0.736
0.5	30	0.756	20	1	0.5	0.820	70	2	0.778
0.5	20	0.777					90	1	0.715
0.5	10	0.908							
0.5	5	0.850							

表 1、2 分别表示的是斜坡地基中地基土的内摩擦角为  $40^\circ$ , 基础上侧土体坡度分别为  $0^\circ$ 、 $15^\circ$  时, 几种地基情况下的  $m$  值的变化。表 1、2 中, 分别按 3 个极限状态进行计算: ①  $c=0, q=0$ , 计算  $N_y$ ; ②  $\gamma=0, c=0$ , 计算  $N_q$ ; ③  $\gamma=0, q=0$ , 计算  $N_c$ 。

### 4.2 斜坡地基极限承载力系数

将本文中所用模式的计算结果与其他已有结果进行对比分析, 对比结果见表 3。

表 3 计算结果对比

Tab. 3 Comparison of calculation results

$L/B$	$\varphi=40^\circ, \alpha_t=30^\circ, h/B=1$		
	$N_y$	$N_q$	$N_c$
文献[1]	25.37	12.12	44.80
文献[2]	22.90	29.60	34.00
本文	35.86	21.48	40.84

从表 3 中可以看出: 本文中所用的计算模式与文献[1]、[2]中的计算模式的结果有一定的差值。本文中的  $N_y$  值比文献[1]、[2]中的大,  $N_q$  和  $N_c$  的值则介于这两种计算结果之间。这是由于计算中所采用的计算模式的不同, 以及求发挥系数的方法不同, 而导致坡后土体的抗剪强度发挥程度不一致所产生的必然结果。

## 5 结语

笔者用极限平衡法推导了斜坡地基的极限承载力的计算公式。通过计算得到的结论为:

(1)  $m$  随着相对坡顶距的增加而增加。

(2)  $m$  随着相对埋深的增加而增加。

(3) 在相对坡顶距一定时,  $m$  随基础下侧土体坡度减小而减小, 并随着基础相对埋深的增大而增大。

(4) 在相对埋深一定时,  $m$  随着基础相对坡顶距减小而减小, 并随着基础下侧土体坡度增加而减小。

(5) 在其他条件相同时,  $m$  随基础上侧或后侧土体坡度增加而减小, 并随相对坡顶距减小而减小。

## 参考文献:

- [1] SARAN S, SUD V K, HANNA S C. Bearing capacity of footings adjacent to slopes[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1989, 115(4): 553—573.
- [2] 王晓谋, 徐守国. 斜坡上的地基极限承载力的研究[J]. 西安公路学院学报, 1993, 13(3): 59—67.
- [3] 尉学勇. 斜坡地基承载力的仿真分析与理论计算[D]. 西安: 长安大学, 2003.