

文章编号:1673-2049(2007)02-0024-06

# 阻尼特性对组合结构地震反应的影响

楼梦麟, 雍国柱, 李建元

(同济大学 土木工程防灾国家重点实验室, 上海 200092)

**摘要:**首先根据组合结构的特点, 通过输入简谐波分别计算了 3 种等效振型阻尼比模型时组合结构的地震反应, 并与非比例阻尼模型时的真实地震反应相比较, 讨论了不同等效振型阻尼比模型对组合结构地震反应的影响; 然后根据共振条件下结构动力反应的相对误差, 推导了组合结构等效振型阻尼比的估算公式; 最后通过输入简谐波和实际 El Centro 地震波验算了这一等效振型比例阻尼比模型的计算精度。结果表明: 任意假定组合结构的等效振型阻尼比是不合理的, 有时会低估组合结构的地震反应; 该估算方法具有很高的计算精度。

**关键词:**阻尼特性; 组合结构; 非比例阻尼; 地震反应; 相对误差分析

中图分类号:TU352.1 文献标志码:A

## Influence of Damping Characteristics on Seismic Responses of Composite Structures

LOU Meng-lin, YONG Guo-zhu, LI Jian-yuan

(State Key Laboratory for Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** Firstly, according to the characteristics of composite structures, the seismic responses of composite structure with three models of equivalent modal damping ratio were respectively calculated under the excitation of harmonic waves. The influence of different equivalent modal damping ratio models on the seismic responses was discussed by comparing with the real seismic responses of composite structure with non-proportional damping model. Then, an estimating formula to evaluate equivalent modal damping ratio was derived according to the relative errors of the structural dynamic responses under resonant condition. Finally, the calculation precision of the equivalent modal damping ratio was proved by the dynamic responses of composite structure under the excitation of harmonic waves and real El Centro seismic waves. The results show that the equivalent modal damping ratio assumed at will is not reasonable and will lead to underestimate the seismic responses of composite structure and the method has high precision.

**Key words:** damping characteristic; composite structure; non-proportional damping; seismic response; relative error analysis

## 0 引言

组合结构兼有钢结构施工速度快和混凝土结构刚度大、成本低等优点, 被认为是一种符合中国国情

的较好的高层建筑结构形式, 近年来在实际工程中应用得越来越广泛。组合结构的设计理论和实际工程已经构成一个新的结构体系, 并成为纯钢结构及钢筋混凝土结构体系外的另一个选择, 然而这一结

构体系还不尽完善,仍需对其进行深入的研究。

工程中的组合结构有多种形式,如钢框架混凝土核芯筒组合结构、下部混凝土结构上部钢结构的组合结构、采用隔震系统的建筑结构等<sup>[1-9]</sup>。由于这些结构的组成成分、阻尼机理和振动特性的不同,造成了组合结构动力分析的特殊性和复杂性,并且组合结构材料耗能的阻尼机理尚未完全弄清楚,因此在结构分析中直接形成阻尼矩阵仍存在很多困难。对于单一材料的结构体系,通常用振型阻尼比的宏观参数来描述结构的耗能特性,同时这一参数也易于从试验中获取<sup>[10-11]</sup>。基于振型阻尼比,加上结构阻尼矩阵关于振型正交的假定,可以建立由同一介质材料组成的结构体系的阻尼矩阵,其中最常见的就是比例阻尼矩阵。

由于组合结构是 2 种或 2 种以上不同材料组成,即使是每种材料的子部件仍可采用比例阻尼模型,但在一般情况下,整个结构体系的阻尼矩阵不再是比例阻尼矩阵,其阻尼矩阵要复杂一些。对于这类非比例阻尼体系,工程计算中常希望能用简便的方法获取一个等效阻尼比或各阶振型阻尼比,将组合结构由非比例阻尼体系转变成比例阻尼体系,以此来简化结构地震反应计算,但如何获取等效阻尼比或各阶振型阻尼比这个问题虽然有很多人做过尝试,却一直未能有效地解决<sup>[12-13]</sup>。众所周知,阻尼对于结构的动力反应大小有很重要的影响,特别是当结构处于共振状态时,阻尼是影响结构动力反应的主要因素。本文中应用有限元分析软件 MSC. Marc<sup>[14]</sup>在单元层面形成比例阻尼矩阵,通过对比分析不同阻尼取值下组合结构的地震反应,研究结构阻尼特性对地震反应的影响,为提出更加合理的等效阻尼比估算方法提供参考。

## 1 组合结构地震反应分析方程

笔者以钢和混凝土 2 种材料组成的结构体系为例,讨论地震作用下组合结构体系的动力分析方程。在线弹性条件下,组合结构体系的地震反应分析的动力方程为<sup>[15]</sup>

$$\ddot{\mathbf{M}}(t) + \dot{\mathbf{C}}(t) + \mathbf{K}(t) = -\mathbf{M}\ddot{\mathbf{e}}_g(t) \quad (1)$$

式中: $\ddot{\mathbf{u}}(t)$ 、 $\dot{\mathbf{u}}(t)$ 、 $\mathbf{u}(t)$ 分别为组合结构体系相对于地面自由场的加速度向量、速度向量和位移向量; $\ddot{\mathbf{e}}_g(t)$ 为输入地震加速度; $e$ 为地震作用方向指示向量; $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{K}$ 分别为组合结构体系的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵,并可以写为

$$\mathbf{M} = \boldsymbol{\eta}_c^T \mathbf{M}_c \boldsymbol{\eta}_c + \boldsymbol{\eta}_s^T \mathbf{M}_s \boldsymbol{\eta}_s \quad (2)$$

$$\mathbf{C} = \boldsymbol{\eta}_c^T \mathbf{C}_c \boldsymbol{\eta}_c + \boldsymbol{\eta}_s^T \mathbf{C}_s \boldsymbol{\eta}_s \quad (3)$$

$$\mathbf{K} = \boldsymbol{\eta}_c^T \mathbf{K}_c \boldsymbol{\eta}_c + \boldsymbol{\eta}_s^T \mathbf{K}_s \boldsymbol{\eta}_s \quad (4)$$

式中: $\mathbf{M}_c$ 、 $\mathbf{C}_c$ 、 $\mathbf{K}_c$  分别为钢筋混凝土材料对应的子结构部分的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; $\mathbf{M}_s$ 、 $\mathbf{C}_s$ 、 $\mathbf{K}_s$  分别为钢材料对应的子结构部分的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; $\boldsymbol{\eta}_c$ 、 $\boldsymbol{\eta}_s$  分别为上述 2 个子结构的自由度扩展到体系总自由度时坐标的转换矩阵,其元素取值分为 0、1 两种,它取决于子结构局部自由度和组合结构整体自由度之间的对应关系。

若对每一种材料的子结构采用比例阻尼的假定,即

$$\mathbf{C}_c = \alpha_c \mathbf{M}_c + \beta_c \mathbf{K}_c \quad (5)$$

$$\mathbf{C}_s = \alpha_s \mathbf{M}_s + \beta_s \mathbf{K}_s \quad (6)$$

则

$$\mathbf{C} = \boldsymbol{\eta}_c^T (\alpha_c \mathbf{M}_c + \beta_c \mathbf{K}_c) \boldsymbol{\eta}_c + \boldsymbol{\eta}_s^T (\alpha_s \mathbf{M}_s + \beta_s \mathbf{K}_s) \boldsymbol{\eta}_s \quad (7)$$

式中: $\alpha_c$ 、 $\beta_c$  为按钢筋混凝土单一材料考虑时的瑞利阻尼系数; $\alpha_s$ 、 $\beta_s$  为全部按钢材料考虑时的瑞利阻尼系数。

很明显,当  $\alpha_c \neq \alpha_s$ ,  $\beta_c \neq \beta_s$  时, $\mathbf{C}$  不具有比例阻尼矩阵的基本条件,即振型关于组合结构体系的阻尼矩阵  $\mathbf{C}$  不正交,无法应用振型叠加法计算结构体系的地震反应。

## 2 不同阻尼矩阵的形成方法

为了简化分析,本文中假定一个简单的组合结构模型,如图 1 所示。此模型为一个 6 层钢框架混凝土核芯筒结构,其平面布置如图 2 所示,其中结构外围钢柱截面尺寸为  $0.5 \text{ m} \times 0.5 \text{ m} \times 0.05 \text{ m}$ ,中间核芯筒的截面尺寸为  $4.0 \text{ m} \times 6.0 \text{ m} \times 0.2 \text{ m}$ 。组合结构结构层高  $4 \text{ m}$ ,楼板厚度为  $0.2 \text{ m}$ 。

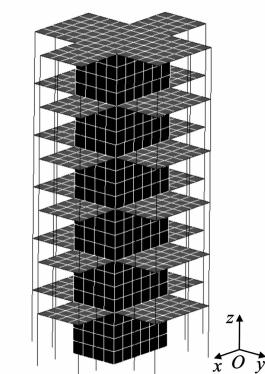


图 1 结构模型

Fig. 1 Structural Model

在形成结构体系的整体阻尼矩阵时,采用以下几种计算工况:

(1) 整体结构的阻尼矩阵全部按钢筋混凝土计算,即取各阶振型阻尼比  $\xi_c = 0.05$ 。由式(8)可得整体结构体系的阻尼矩阵为

$$\mathbf{C} = \alpha_c \mathbf{M} + \beta_c \mathbf{K} \quad (8)$$

$$\alpha_c = 2\xi_c \omega_1 \omega_2 / (\omega_1 + \omega_2) \quad (9)$$

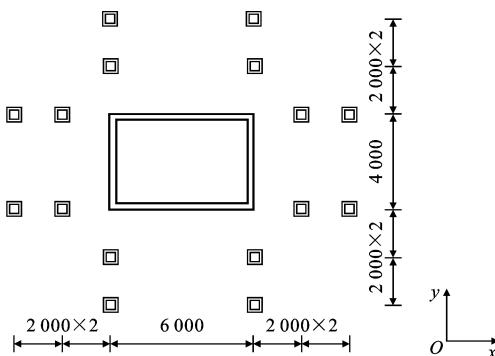


图 2 模型平面布置(单位:mm)

Fig. 2 Plane Arrangement of Model(Unit:mm)

$$\beta_c = 2\xi_c / (\omega_1 + \omega_2) \quad (10)$$

式中:  $\omega_1, \omega_2$  为组合结构体系的前 2 阶自振圆频率。

(2) 整体结构的阻尼矩阵全部按钢材料来计算, 即取各阶振型阻尼比  $\xi_s = 0.02$  来形成, 由式(11)可得整体结构体系的阻尼矩阵

$$C = \alpha_s M + \beta_s K \quad (11)$$

$$\alpha_s = 2\xi_s \omega_1 \omega_2 / (\omega_1 + \omega_2) \quad (12)$$

$$\beta_s = 2\xi_s / (\omega_1 + \omega_2) \quad (13)$$

(3) 整体结构的阻尼矩阵全部采用《高层建筑混凝土结构技术规程》(JGJ 3—2002)<sup>[16]</sup> 中的建议, 即取各阶振型阻尼比  $\xi_g = 0.04$  来形成, 其计算公式为

$$C = \alpha_g M + \beta_g K \quad (14)$$

$$\alpha_g = 2\xi_g \omega_1 \omega_2 / (\omega_1 + \omega_2) \quad (15)$$

$$\beta_g = 2\xi_g / (\omega_1 + \omega_2) \quad (16)$$

式中:  $\alpha_g, \beta_g$  为阻尼系数。

(4) 整体结构的阻尼矩阵按子结构比例阻尼矩阵来形成, 即由式(7)计算。有限元分析软件 MSC. Marc 程序具有这一功能, 所以本文中采用此程序来分析。

### 3 计算结果分析

利用有限元分析软件 MSC. Marc 对结构进行动力特性分析, 得到该结构体系  $y$  方向的前 2 阶自振频率分别为 4.375、15.088 Hz。本文中在结构基底沿  $y$  方向输入不同频率的简谐激励和实际地震波来分析结构的动力反应, 并且每一种激励均采用了第 2 节中 4 种阻尼模型来计算结构动力反应。

#### 3.1 正弦波激振

将输入 El Centro 地震波假定为正弦波时, 考察采用不同的阻尼比计算同一组合结构地震反应的差别。在计算中, 激励频率  $\omega$  与结构第 1 阶自振频率之比  $\beta$  分别为 0.8、0.9、1.0、1.1、1.2, 其中  $\beta$  为 1.0 时接近共振状态。激励时间始终为 40 个周期,

在此激励时间内结构反应基本是强迫稳态反应。在结构顶部和底部提取地震反应峰值来分析, 并以第 4 种阻尼模型的计算结果为准, 计算另外 3 种阻尼模型所引起的相对误差, 其计算公式为

$$\delta = (P_i - P_4) / P_4 \quad (17)$$

式中:  $P_i$  为第  $i$  种阻尼模型的峰值,  $i=1, 2, 3; P_4$  为第 4 种阻尼模型的峰值, 本文中把  $P_4$  作为进行比较的正确解。

需要注意的是, 本文中计算相对误差时并没有取绝对值, 这样做是为了分析各种阻尼模型的阻尼比与结构等效阻尼比之间的关系。若相对误差为正, 说明  $P_i$  比  $P_4$  大, 也就是说第  $i$  种阻尼模型的阻尼比比结构实际的阻尼比小; 反之亦然。

#### 3.1.1 结构顶部地震作用误差分析

对结构顶部, 需要分析的物理量是结构的位移和加速度。由于楼板在平面内的刚度可以认为是无限大, 钢框架和混凝土核芯筒的反应几乎是一样的, 所以将其作为一个整体来进行误差分析。计算误差与频率比  $\beta$  之间的关系如图 3 所示。

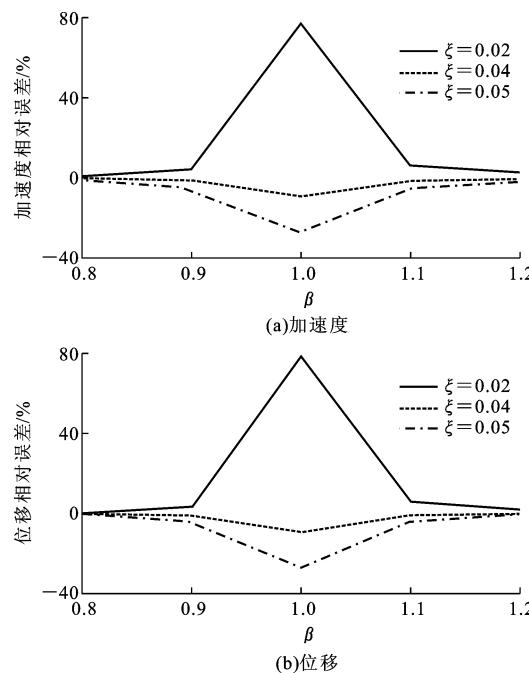


图 3 结构顶部相对误差比较

Fig. 3 Relative Errors Comparison at Top of Structure

#### 3.1.2 钢框架底部地震作用误差分析

对钢构件设计来说, 杆件的剪力和弯矩是最需要关注的 2 个物理量, 所以对结构钢框架底部进行误差分析选择了这两者。图 4 为剪力和弯矩的相对误差与频率比  $\beta$  之间的关系。

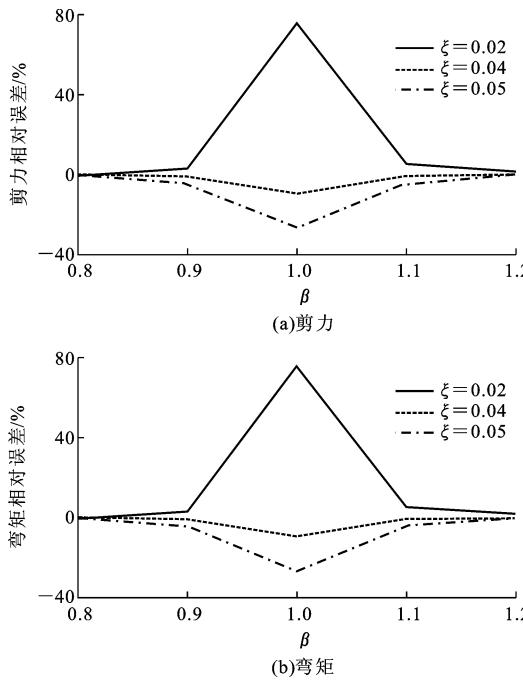


图4 钢框架底部相对误差比较

Fig. 4 Relative Errors Comparison at Base of Steel Frame

## 3.1.3 混凝土核芯筒底部地震作用误差分析

对结构混凝土核芯筒来说,能够获取其整体剪力是最好的,但由于在有限元分析时对混凝土核芯筒选用的单元类型为壳单元,不能获取混凝土核芯筒整体在一个截面上的剪力,但可以获取单元节点上的剪力,因此选用混凝土核芯筒底部角点上的剪力来代替整体剪力进行分析,同时分析了结构核芯筒底部角点上的最大主应力。核芯筒底部角点相对误差与频率比 $\beta$ 之间的关系如图5所示。

从简谐激振的计算结果可以看出,共振状态下的相对误差最大。由结构动力学知识可以知道,在共振状态下,单自由度系统的动力反应的放大系数为 $1/(2\xi)$ 。假设 $\xi_\Delta$ 为组合结构体系的第1阶振型阻尼比,则当激励频率与结构自振频率之比 $\beta=1.0$ 时,有

$$\frac{1/(2\xi_i) - 1/(2\xi_\Delta)}{1/(2\xi_\Delta)} = \delta_i \quad (18)$$

$$\frac{\xi_\Delta}{\xi_i} - 1 = \delta_i \quad (19)$$

$$\xi_\Delta = (1 + \delta_i) \xi_i \quad (20)$$

这样就可以通过式(20)来估算结构第1阶振型阻尼比 $\xi_1$ ,计算结果见表1。

为了获取结构第2阶振型阻尼比,假定结构核芯筒底部 $y$ 方向输入频率等于结构 $y$ 方向第2阶自振频率的正弦波,从而获取结构顶部 $y$ 方向加速度,并计算不同阻尼模型下的反应误差和结构第2

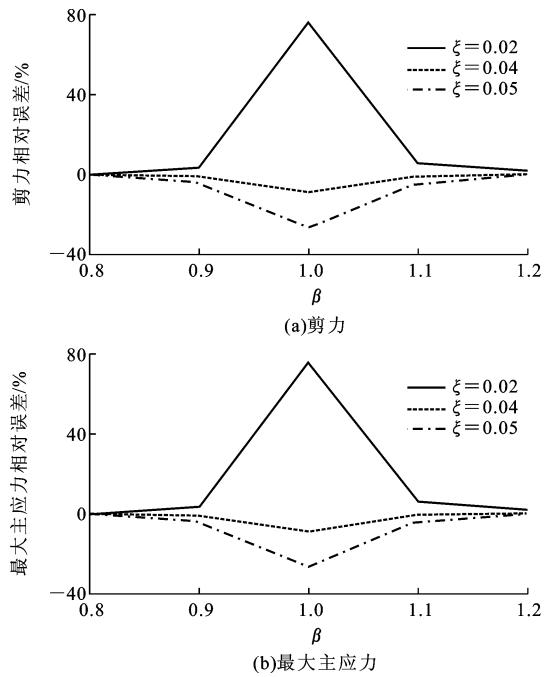


图5 核芯筒底部角点相对误差比较

Fig. 5 Relative Errors Comparison of Corner Point at Base of Core Tube

阶振型阻尼比 $\xi_2$ ,计算结果见表2。

表1 第1阶振型阻尼比估算

Tab. 1 Values of the First Modal Damping Ratio

阻尼模型	$\xi_1$	$\delta_1$	$\xi_\Delta$
第1种	0.05	-0.269 9	0.036 5
第2种	0.02	0.764 3	0.035 3
第3种	0.04	-0.093 0	0.036 3

表2 第2阶振型阻尼比估算

Tab. 2 Values of the Second Modal Damping Ratio

阻尼模型	$\xi_2$	$\delta_2$	$\xi_\Delta$
第1种	0.05	-0.217 5	0.039 0
第2种	0.02	0.917 9	0.038 4
第3种	0.04	-0.025 6	0.039 1

由表1、2可以得到第1阶和第2阶振型阻尼比的平均值分别为0.036 0、0.038 8。根据此结果用式(21)、(22)进行计算,可得结构的比例阻尼系数为

$$\alpha = \frac{2\omega_1\omega_2(\omega_1\xi_2 - \omega_2\xi_1)}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \quad (21)$$

$$\beta = \frac{2(\omega_1\xi_1 - \omega_2\xi_2)}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \quad (22)$$

通过计算得 $\alpha = 1.485 57$ , $\beta = 0.000 653 26$ ,以此结果作为第5种阻尼模型计算结构在 $\beta = 1.0$ 时的简谐反应,并与第4种阻尼模型的计算结果进行对比。计算结果见表3。

由表3可以看出,这样计算出来的相对误差最

表 3 阻尼模型相对误差

Tab. 3 Relative Errors of Damping Model

参 数	阻尼模型		相对误差/%
	第 4 种	第 5 种	
顶部加速度	1.950	1.953	0.157
顶部位移	0.025 49	0.025 48	-0.039
框底剪力	$1.019 \times 10^5$	$1.022 \times 10^5$	0.294
框底弯矩	$3.323 \times 10^5$	$3.324 \times 10^5$	0.030
筒底剪力	$4.932 \times 10^5$	$4.939 \times 10^5$	0.142
筒底应力	$1.426 \times 10^7$	$1.428 \times 10^7$	0.140

注: 表中数值均为量纲一的量。

大为 0.294%, 可以认为第 4 种、第 5 种计算模型完全吻合。

### 3.2 实际地震波激励

输入实际的地震波考察不同阻尼模型下结构的动力反应。在结构底部  $y$  方向分别输入 El Centro 地震波和上海基岩波, 图 6 为结构顶部加速度反应比较, 为了便于观察图形变化, 只截取反应比较剧烈的部分。

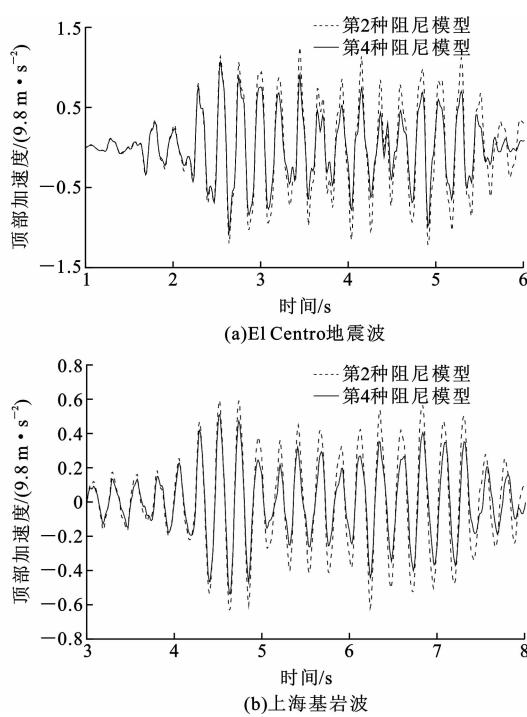


图 6 结构顶部加速度反应比较

Fig. 6 Comparison of Acceleration Responses at Top of Structure

表 4 为各种阻尼模型的反应峰值相对误差统计结果。由表 4 可见: 虽然第 1 种、第 2 种阻尼模型的相对误差比较大, 但与  $\beta=1.0$  时的正弦波激励下的反应误差相比已经小了很多; 第 3 种阻尼模型误差已经很小; 第 5 种阻尼模型基本没有相对误差。究

表 4 各阻尼模型反应峰值相对误差

Tab. 4 Relative Errors of Peak Response Under Different Damping Models

	阻尼模型	第 1 种	第 2 种	第 3 种	第 5 种	%
El Centro 地震波	顶部加速度	-5.72	17.33	-1.91	0.00	
	顶部位移	-7.27	8.00	-2.00	0.14	
	框底剪力	-5.72	20.41	-1.76	-0.16	
	框底弯矩	-5.61	16.70	-1.64	0.06	
	筒底剪力	-5.50	16.57	-1.54	0.04	
	筒底应力	-5.71	12.88	-1.56	0.05	
上海基岩波	顶部加速度	-12.13	17.75	-3.60	0.19	
	顶部位移	-10.82	16.81	-3.19	0.12	
	框底剪力	-10.68	25.33	-2.92	0.29	
	框底弯矩	-10.46	20.60	-3.06	0.20	
	筒底剪力	-10.83	20.40	-3.19	0.08	
	筒底应力	-10.88	18.30	-3.19	0.12	

其原因, 主要是实际 El Centro 地震波由多种频率成分组成, 能够引起最大误差的结构第 1 阶自振频率附近的频率所占比例较小, 因此所有频率引起的误差经过叠加后比  $\beta=1.0$  时正弦波激振引起的误差小。

## 4 结语

(1) 通过分析发现, 阻尼比取值对结构反应影响有很强的规律性。经估计, 该结构的等效阻尼比约为 0.037, 即使是最接近结构真实阻尼比的《高层建筑混凝土结构技术规程》(JGJ 3—2002)建议值( $\xi=0.04$ ), 计算的反应误差也是很大的。由于不同组合结构中材料组成比例的变化是很大的, 因此规范建议的单一取值方法也有值得商榷的地方。

(2) 在输入简谐波的情况下, 当激励频率在结构自振频率附近时, 各种阻尼取值下结构反应的误差均达到最大, 而随着激励频率远离结构自振频率, 阻尼取值对结构反应误差的影响越来越小。

(3) 在输入实际地震波输入时, 由于 El Centro 地震波由多种频率成分组成, 误差叠加的效果使不同阻尼取值对结构反应引起的相对误差减小。计算结果表明, 在输入共振简谐波时所得相对误差为计算误差上限。

(4) 本文中建议的等效模态阻尼比取值方法有较好的计算精度, 在重大组合结构分析设计时可作为一种参考的方法。

## 参考文献:

## References:

- [1] 邬皓华, 楼文娟, 陈 勇, 等. MR 阻尼器对斜拉索减

- 振控制的数值仿真[J].中国公路学报,2006,19(1):62-66.
- WU Zhe-hua, LOU Wen-juan, CHEN Yong, et al. Numerical Simulation of Vibration Control for Stay Cable Using MR Dampers[J]. China Journal of Highway and Transport, 2006, 19(1): 62-66.
- [2] 李惠,刘敏,欧进萍,等.斜拉索磁流变智能阻尼控制系统分析与设计[J].中国公路学报,2005,18(4):37-41.
- LI Hui, LIU Min, OU Jin-ping, et al. Design and Analysis of Magnetorheological Dampers with Intelligent Control Systems for Stay Cables[J]. China Journal of Highway and Transport, 2005, 18(4): 37-41.
- [3] 瞿伟廉. MR阻尼器对高耸结构风振反应的智能控制[J].建筑科学与工程学报,2006,23(1):10-16.
- QU Wei-lian. MR Damper Intelligent Control on High Construction Wind-induced Vibration Response [J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2006, 23(1): 10-16.
- [4] 邵旭东,李立峰,张伟.二次预应力组合结构试验研究[J].中国公路学报,2006,19(1):75-79.
- SHAO Xu-dong, LI Li-feng, ZHANG Wei. Test Study of Double Prestressed Composite Structure[J]. China Journal of Highway and Transport, 2006, 19(1): 75-79.
- [5] 王锁军,王元清,吴杰,等.组合梁刚度对组合框架的抗震性能影响分析[J].建筑科学与工程学报,2006,23(1):39-44.
- WANG Suo-jun, WANG Yuan-qing, WU Jie, et al. Analysis of Composite Beam Rigidity Influencing Seismic Properties of Composite Frame[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2006, 23(1): 39-44.
- [6] 杨璐,王元清,石永久,等.中国、欧洲钢-混凝土组合梁的设计规范比较[J].建筑科学与工程学报,2006,23(4):34-37.
- YANG Lu, WANG Yuan-qing, SHI Yong-jiu, et al. Design Code Comparison of Steel-concrete Composite Beam of China and Europe[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2006, 23(4): 34-37.
- [7] 刘忠,沈蒲生,陈鍊.惯性荷载和地震荷载作用下单桩横向非线性动力响应简化分析[J].中国公路学报,2005,18(3):66-69.
- LIU Zhong, SHEN Pu-sheng, CHEN Cheng. Simplified Analysis for Lateral Nonlinear Dynamic Response of Single Pile Under Inertial and Seismic Loads[J]. China Journal of Highway and Transport, 2005, 18(3): 66-69.
- [8] 黄侨,郑一峰,李光俊.预弯组合梁非线性全过程分析方法[J].中国公路学报,2006,19(4):88-93.
- HUANG Qiao, ZHENG Yi-feng, LI Guang-jun. Non-linear Whole-course Analysis Method of Preflex Composite Beam [J]. China Journal of Highway and Transport, 2006, 19(4): 88-93.
- [9] 易伟建,张颖.混凝土框架结构抗震设计的弯矩增大系数[J].建筑科学与工程学报,2006,23(2):46-51.
- YI Wei-jian, ZHANG Ying. Moment Magnification Factor in Anti-seismic Design of Concrete Frame Structure[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2006, 23(2): 46-51.
- [10] 马玉平,马昕,崔建涛.高强度混凝土试验研究[J].建筑科学与工程学报,2005,22(3):67-69.
- MA Yu-ping, MA Xin, CUI Jian-tao. Experimental Research on High-strength Concrete[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2005, 22(3): 67-69.
- [11] 邵长江,吴永红,钱永久.混凝土桥梁结构非线性地震损伤演化[J].中国公路学报,2006,19(5):41-45.
- SHAO Chang-jiang, WU Yong-hong, QIAN Yong-jiu. Evolution of Nonlinear Seismic Damage of Concrete Bridge Structure[J]. China Journal of Highway and Transport, 2006, 19(5): 41-45.
- [12] 黄本才.组合结构振动的等效阻尼比[J].上海力学,1998,19(2):141-145.
- HUANG Ben-cai. Equivalent Modal Damping Ratio of Vibration in Composite Structures[J]. Shanghai Journal of Mechanics, 1998, 19(2): 141-145.
- [13] 廖晓璐,王松涛,陈向东.钢框架-混凝土筒结构阻尼实用计算方法[J].工程力学,1999,3(3):729-733.
- LIAO Xiao-lu, WANG Song-tao, CHEN Xiang-dong. An Approximate Method for Computing Damping in Steel Frame-concrete Tube Structure[J]. Engineering Mechanics, 1999, 3(3): 729-733.
- [14] 陈火红. Marc有限元实例分析教程[M].北京:机械工业出版社,2002.
- CHEN Huo-hong. Lecture for Example Analysis of Marc Finite Element Software [M]. Beijing: China Machine Press, 2002.
- [15] CLOUGH R W, PENSIELEN J. Dynamics of Structures [M]. New York:McMraw-hill, 1993.
- [16] JGJ 3—2002,高层建筑混凝土结构技术规程[S]. JGJ 3—2002, Technology Code of High-rise Building Concrete Structure[S].