

文章编号:1673-2049(2007)04-0086-05

锚具变形产生的预应力损失计算

魏 炜¹, 董丁明²

(1. 长安大学 公路学院, 陕西 西安 710064; 2. 延安公路管理局, 陕西 延安 716000)

摘要:针对后张法预应力混凝土构件中由锚具变形、预应力钢束回缩和接缝压缩等引起的预应力损失计算方法适用范围较窄和误差较大的缺点,基于变形协调条件,通过分段近似计算方法,建立了锚具变形、预应力钢束回缩和接缝压缩等引起的预应力损失计算公式,并与实际预应力混凝土T形截面简支梁的计算结果进行了比较。结果表明,该公式具有计算精度高、适用范围广的优点,特别适用于预应力孔道线形复杂的构件,既易于编制计算程序又可简单地在 Excel 上完成计算。

关键词:预应力损失;后张法;反向摩擦;锚具变形;影响长度;效应

中图分类号:TU378.1

文献标志码:A

Calculation for Prestress Losses Due to Deformation of Anchorage Device

WEI Wei¹, DONG Ding-ming²

(1. School of Highway, Chang'an University, Xi'an 710064, Shaanxi, China;

2. Yan'an Highway Management Bureau, Yan'an 716000, Shaanxi, China)

Abstract: According to the post-tensioning method in prestressed concrete members, the calculation method of prestress losses caused by the deformation anchorage device, slip of tendon and joint compression was big in the error and narrow in the scope of application. Based on the condition of deformation compatibility, the computing formula of prestress losses caused by deformation of anchorage device, slip of tendon and joint compression was established by using calculation method of piecewise approximation, meanwhile, the calculation result was compared with the simple T-beam of prestressed concrete. The result shows that the formula is high in precision and wide in applicability. It is apt to work out calculation procedure and can complete the calculation at Excel simply, especially it adapts the member of which its prestressed duct has complex alignment.

Key words: prestress loss; post-tensioning method; reverse friction; deformation of anchorage device; influence length; effect

0 引言

对于先张法预应力混凝土构件,按公式 $\sigma_{l2} = E_p \sum \Delta l / L$ 计算锚具变形、钢筋回缩等引起的预应力损失是合理的;对于后张法预应力混凝土构件,

由于锚固预应力钢筋(钢束)时,钢束内缩必然受到孔壁反向摩擦力的影响,其相应的预应力损失主要集中在锚固端附近,即钢束沿长度方向的损失并不相同,故不能用上述公式计算钢束引起的预应力损失。为了反映 σ_{l2} 沿构件轴线的变化,必须考虑这种

反向摩擦效应的影响。《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范》(JTG D62—2004,以下简称规范)^[1]明确规定,计算锚具变形、钢筋回缩等引起的应力损失时,应考虑与张拉钢筋时的摩擦力方向相反的反向摩擦效应。

1 研究现状

对“曲线—直线”的钢束线形(自张拉端起为一曲线段加直线段),文献[2]中给出了考虑反向摩擦影响的锚具变形、钢筋回缩预应力损失计算公式,其公式只适用于预应力钢筋在构件中部区段按直线布置而端部区段(至锚固面)按曲线布置的情况。文献[3]中为便于施工中张拉锚固,建议预应力钢筋在靠近梁端时为直线布置,即“直线(梁端)—曲线—直线(跨中区域)”的一般钢束布置形式,推导了考虑反向摩擦影响的 σ_{l2} 计算公式。当反向摩擦影响终点位于跨中区域直线段上时,反向摩擦影响长度为

$$l_f = \sqrt{(l_0 + l_b)^2 + C_1} \quad (1)$$

式中: $C_1 = [(E_p \sum \Delta l / \sigma_{con}) - kl_0^2 - (1 - kl_0)(l_b + 2l_0)(\mu\theta_b + kl_b)] / [(1 - kl_0)(1 - \mu\theta_b + kl_b)k]$; l_0 为梁端直线段长度; l_b 为曲线段长度; θ_b 为曲线段圆心角; k 为孔道偏差系数; μ 为孔道摩擦因数; E_p 为钢束弹性模量; σ_{con} 为钢束控制张拉应力; $\sum \Delta l$ 为锚具变形、钢筋回缩和接缝压缩总和。

求得反向摩擦影响长度 l_f 后,即可得

$$\sigma_{l2}^x = \begin{cases} \sigma_{con} [k(l_0 - x) + (1 - kl_0)(\mu\theta_b + kl_b) + kl_x(1 - kl_0)(1 - \mu\theta_b - kl_b)] & x \leq l_0 \\ \sigma_{con}(1 - kl_0)[(l_0 + l_b - x)(\mu\theta_b + kl_b)l_b + kl_x(1 - \mu\theta_b - kl_b)] & l_0 < x < l_0 + l_b \\ \sigma_{con}(1 - kl_0)(1 - \mu\theta_b - kl_b)k(l_f - x) & l_0 + l_b \leq x < l_f \end{cases} \quad (2)$$

式中: x 为计算位置距张拉端的距离; $l_x = l_f - l_0 - l_b$ 。

当反向摩擦影响终点位于曲线段上时,反向摩擦影响长度为

$$l_f = \sqrt{l_0^2 + C_2} \quad (3)$$

式中: $C_2 = [(E_p \sum \Delta l / \sigma_{con}) - kl_0^2] / [(1 - kl_0)(\mu\theta_b / l_b + k)]$, 所以有

$$\sigma_{l2}^x = \begin{cases} \sigma_{con} [(1 - kl_0)(\mu\theta_b / l_b + k)(l_f - l_0) + k(l_0 - x)] & x \leq l_0 \\ \sigma_{con}(1 - kl_0)(\mu\theta_b / l_b + k)(l_f - x) & l_0 < x < l_f \end{cases} \quad (4)$$

当 $l_0 = 0$ 时,式(1)~(4)即变为文献[2]中的公式。文献[2]是文献[3]中的特例,文献[3]中所建立的计算公式具有更广泛的适用范围。通过分析比较得到的当 $l_f \geq l$ (l 为张拉端距锚固端的距离)时应采用一端张拉以减小预应力损失的结论,对后张梁的设计及施工具有实用价值。

现行《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范》(JTG D62—2004)中的附录D及文献[4]中给出了反向摩擦影响长度的简化计算公式

$$l_f = \sqrt{\frac{\sum \Delta l E_p}{\Delta \sigma_d}} \quad (5)$$

式中: $\Delta \sigma_d$ 为单位长度上由孔道摩擦引起的预应力损失, $\Delta \sigma_d = (\sigma_{con} - \sigma_l) / l$, σ_l 为扣除沿途摩擦损失后的锚固端应力。

当 $l_f \leq l$ 时,预应力钢筋距张拉端 x 处考虑反向摩擦后的预应力损失 σ_{l2}^x 可按式(6)计算

$$\sigma_{l2}^x = 2\Delta \sigma_d(l_f - x) \quad (6)$$

若 $x \geq l_f$,则 $\sigma_{l2}^x = 0$ 。该方法的优点在于计算简便,缺点是未考虑孔道沿构件纵向的具体变化,计算结果误差较大。

以上各种计算反向摩擦影响长度的方法均具有一定的局限性,当预应力孔道线形变化较复杂时,适应性差或计算误差大^[5-8]。

2 反向摩擦影响长度的分段近似计算

分段近似计算方法与其他计算方法一样,仍假定反向摩擦作用与张拉时的摩擦作用相同。若预应力孔道由多段不同曲率的曲线组成,每段起、终点处的摩擦损失已计算出,如第 i 段,起点为 $\sigma_{l1,i-1}$,终点为 $\sigma_{l1,i}$,长度为 d_i 。由变形协调条件(即 σ_{l2} 产生的缩短变形等于锚具变形、钢束回缩和接缝压缩的总和)可计算反向摩擦影响长度 l_f

$$\sum \Delta l = \int_0^{l_f} \frac{\sigma_{l2}}{E_p} ds \quad (7)$$

或

$$E_p \sum \Delta l = \int_0^{l_f} \sigma_{l2} ds \quad (8)$$

式中: s 为截面距张拉端的预应力筋长度。

式(8)等式右边就是图1中阴影部分的面积,而此面积又等于图1中矩形面积 $\sigma_{l2}^0 l_f$ 减去上、下侧若干个梯形面积的总和(在每个分段内,可近似认为按线性规律变化),则

$$E_p \sum \Delta l = \sigma_{l2}^0 l_f - \sum_{i=1}^n 2 \times \frac{\sigma_{l1,i-1} + \sigma_{l1,i}}{2} d_i \quad (9)$$

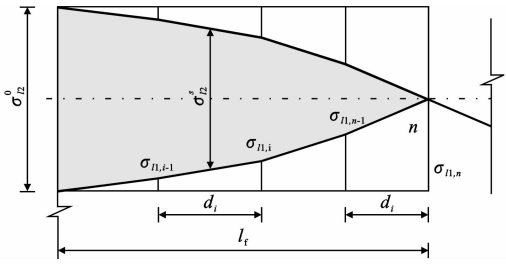


图 1 反向摩擦效应

Fig. 1 Reverse Friction Effects

由图 1 可知, $\sigma_{l2}^0 = 2\sigma_{l1,n}$, $l_f = \sum_{i=1}^n d_i$, 代入式(9)得

$$E_p \sum \Delta l = 2\sigma_{l1,n} \sum_{i=1}^n d_i - \sum_{i=1}^n (\sigma_{l1,i-1} + \sigma_{l1,i}) d_i \quad (10)$$

计算时, 已知 $\sum \Delta l$, 当式(10)等式右边计算的值恰好等于等式左边时, 则 $l_f = \sum_{i=1}^n d_i$ 。实际计算中, 如在第 n 段中等式右边的值大于等式左边, 而第 $n-1$ 段等式右边的值小于等式左边, 则反向摩擦影响结束点就在第 n 段的某一位置 d_{ns} 处(图 2), 此处的摩擦损失 $\sigma_{l1,ns}$ (近似按线性内插确定) 为

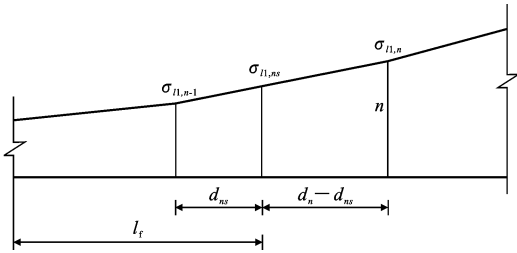


图 2 内插图式

Fig. 2 Diagram Pattern of Interpolation

$$\sigma_{l1,ns} = \frac{\sigma_{l1,n} d_{ns} + \sigma_{l1,n-1} (d_n - d_{ns})}{d_n} = \frac{\sigma_{l1,n} - \sigma_{l1,n-1}}{d_n} d_{ns} + \sigma_{l1,n-1}$$

式中: $d_{ns} = l_f - \sum_{i=1}^{n-1} d_i$, 则 $l_f = \sum_{i=1}^{n-1} d_i + d_{ns}$ 。在式(10)

中以 $\sigma_{l1,ns}$ 代替 $\sigma_{l1,n}$, 以 l_f 代替 $\sum_{i=1}^n d_i$, 以 d_{ns} 代替 d_n , 则有

$$2 \left(\frac{\sigma_{l1,n} - \sigma_{l1,n-1}}{d_n} d_{ns} + \sigma_{l1,n-1} \right) \left(\sum_{i=1}^{n-1} d_i + d_{ns} \right) - \sum_{i=1}^{n-1} (\sigma_{l1,i-1} + \sigma_{l1,i}) d_i - \sigma_{l1,n-1} d_{ns} - \frac{\sigma_{l1,n} - \sigma_{l1,n-1}}{d_n} d_{ns}^2 - \sigma_{l1,n-1} d_{ns} = E \sum \Delta l$$

整理后得

$$d_{ns}^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} d_i d_{ns} - C = 0$$

式中: $C = [E_p \sum \Delta l + \sum_{i=1}^{n-1} (\sigma_{l1,i-1} + \sigma_{l1,i}) d_i - 2\sigma_{l1,n-1} \sum_{i=1}^{n-1} d_i] d_n / (\sigma_{l1,n} - \sigma_{l1,n-1})$, 则

$$d_{ns} = - \sum_{i=1}^{n-1} d_i + \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n-1} d_i \right)^2 + C}$$

反向摩擦影响长度为

$$l_f = d_{ns} + \sum_{i=1}^{n-1} d_i = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n-1} d_i \right)^2 + C} \quad (11)$$

求得 l_f 和 d_{ns} 后, 即可得到张拉梁端锚具变形等引起的预应力损失

$$\sigma_{l2}^0 = 2 \left(\frac{\sigma_{l1,n} - \sigma_{l1,n-1}}{d_n} d_{ns} + \sigma_{l1,n-1} \right) \quad (12)$$

其他计算截面距张拉端的预应力筋长度 s 如小于反向摩擦影响长度 l_f , 则该截面的锚具变形等引起的预应力损失为

$$\sigma_{l2}^s = \sigma_{l2}^0 - 2\sigma_{l1} \quad (13)$$

即预应力损失等于张拉端锚具变形等引起的预应力损失 σ_{l2}^0 减去 2 倍的该截面摩擦损失 σ_{l1} ; 当 $s \geq l_f$ 时, $\sigma_{l2}^s = 0$ 。

通过以上演绎得到的计算公式, 特别适用于预应力孔道线形复杂的构件, 既易于编制计算程序又可简单地在 Excel 上完成计算; 当某段长度很长时, 可分成几段, 这样可以提高计算精度。

3 反向摩擦影响长度的求解方程

对于“直线(梁端)—圆曲线—直线(跨中区域)”的一般钢束布置形式, 若反向摩擦影响终点位于圆曲线段上时(图 3), 由变形协调条件可得

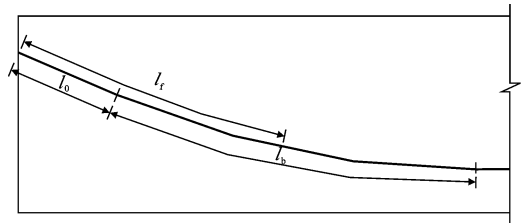


图 3 孔道线形及反向摩擦影响长度

Fig. 3 Duct Alignment and Influence Length of Reverse Friction

$$E_p \sum \Delta l = \sigma_{l2}^0 l_f - 2 \int_0^{l_0} \sigma_{con} (1 - e^{-ks}) ds - 2\sigma_{con} (1 - e^{kl_0}) (l_f - l_0) - 2 \int_0^{l_f - l_0} \sigma_{con} e^{-kl_0} (1 - e^{-(\mu\theta + k)s}) ds \quad (14)$$

将 $\sigma_{l2}^0 = 2\sigma_{con} [1 - e^{-\mu\theta(l_f - l_0) - kl_f}]$ 代入式(14)得

$$\frac{E_p \sum \Delta l}{2\sigma_{con}} = \frac{1 - e^{-kl_0}}{k} + \frac{e^{-kl_0}}{\mu\theta + k} \cdot [1 - e^{-(\mu\theta + k)(l_f - l_0)}] - l_f e^{-\mu\theta(l_f - l_0) - kl_f} \quad (15)$$

式中: $\bar{\theta}$ 为曲线段单位长度上的圆心角大小。

解此超越方程式(15)可得到反向摩擦影响长度 l_f 。随后即可计算梁端由锚具变形等引起的预应力损失及其他位置处的损失为

$$\sigma_{l2}^0=2\sigma_{con}[1-e^{-\mu\bar{\theta}(l_f-l_0)-kl_f}] \tag{16}$$

当 $s\leqslant l_f$ 时, $\sigma_{l2}^s=\sigma_{l2}^0-2\sigma_{l1}$; 当 $s>l_f$ 时, $\sigma_{l2}^s=0$ 。对于其他情形按此方法也可建立其求解方程。

4 算 例

某预应力混凝土 T 形梁配置 5 束钢绞线,1 号、2 号和 3 号钢束仅竖弯(第 1 段为梁端直线段、第 2 段为圆曲线、第 3 段为跨中直线段),4 号和 5 号

钢束既竖弯又平弯,各钢束分段长度及相应圆心角见表 1。计算参数为: $\mu=0.225,k=0.0015,\sum\Delta l=0.004\text{ m},\sigma_{con}=1\,395\text{ MPa},E_p=1.95\times10^5\text{ MPa}$ 。各种方法计算的反向摩擦长度 l_f 见表 2,由锚具变形等引起的梁端预应力损失见表 3,精确解按式(15)、(16) 求出,规范解按式(5)、(6) 计算,文献[3] 解按式(3)、(4) 计算,本文解按式(12)、(13) 计算。由此可看出,规范中计算结果误差最大,梁端预应力损失相对误差平均高达 48%;文献[3] 中计算出的梁端预应力损失相对误差平均为 10%,误差不大,但其公式的适应范围较窄;本文中所提出的分段近似计算方法具有精度高、适用范围广的优点。

表 1 钢束各段长度及圆心角

Tab. 1 Each Length of Tendons Beams and Central Angles

钢束号	第 1 段		第 2 段		第 3 段		第 4 段		第 5 段		第 6 段		第 7 段	
	d_1/m	$\theta/(\text{^\circ})$	d_2/m	$\theta/(\text{^\circ})$	d_3/m	$\theta/(\text{^\circ})$	d_4/m	$\theta/(\text{^\circ})$	d_5/m	$\theta/(\text{^\circ})$	d_6/m	$\theta/(\text{^\circ})$	d_7/m	$\theta/(\text{^\circ})$
1	6.738	0.00	6.283	9.00	6.779	0.00								
2	5.725	0.00	6.283	9.00	7.818	0.00								
3	4.715	0.00	6.283	9.00	8.864									
4	2.901	0.00	3.142	9.00	1.250	0.00	0.700	5.00	0.899	0.00	0.700	5.00	10.173	0.00
5	1.741	0.00	1.305	6.23	0.580	6.91	0.120	0.86	0.719	0.00	0.880	5.00	14.465	0.00

表 2 反向摩擦影响长度

Tab. 2 Influence Length of Reverse Friction m

钢束号	精确解	规范解	文献[3]解	本文解
1	10.778	13.258	10.725	10.783
2	10.311	13.265	10.246	10.326
3	9.906	13.271	9.826	9.912
4		10.564		7.723
5		10.574		6.941

表 3 梁端预应力损失

Tab. 3 Prestress Losses in Beam End MPa

钢束号	精确解	规范解	文献[3]解	本文解
1	106.4	58.83	106.00	106.4
2	112.9	58.80	101.60	112.5
3	120.3	58.78	97.76	120.0
4		73.83		159.7
5		73.76		227.4

5 结 语

(1)针对现有的由锚具变形等引起的预应力损失计算方法适用范围较窄的缺点,提出的分段近似计算方法,该方法具有计算精度高、适用范围广的优点,特别适用于预应力孔道线形复杂的构件,既易于编制计算程序又可简单地在 Excel 上完成计算。

(2)规范中附录 D 的计算结果误差很大,不宜

采用。

参考文献:

References:

[1] JTG D62—2004,公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范[S].
JTG D62—2004, Code for Design of Highway Reinforced Concrete and Prestressed Concrete Bridges and Culverts[S].

[2] 叶见曙. 结构设计原理[M]. 北京:人民交通出版社, 2005.
YE Jian-shu. Design Principle of Structures[M]. Beijing:China Communications Press,2005.

[3] 张元海,刘世忠. 后张法预应力混凝土梁钢束预应力损失研究[J]. 中国公路学报,2002,15(2):76-78.
ZHANG Yuan-hai, LIU Shi-zhong. Study of the Loss of Pre-stress of Tendon in Post-tensioned Prestressed Concrete Beams [J]. China Journal of Highway and Transport,2002,15(2):76-78.

[4] 张树仁,郑绍珪,黄 侨,等. 钢筋混凝土及预应力混凝土桥梁结构设计原理[M]. 北京:人民交通出版社, 2004.
ZHANG Shu-ren, ZHENG Shao-gui, HUANG Qiao, et al. Design of Reinforced and Prestressed Concrete Bridge Structure [M]. Beijing: China Communications

Press, 2004.

- [5] 何雄君, 范立础, 李丽平, 等. 大型桥梁施工预测控制系统研究[J]. 中国公路学报, 2006, 19(1): 53-57.
HE Xiong-jun, FAN Li-chu, LI Li-ping, et al. Study of Prediction Control System for Construction of Bridges with Long Spans[J]. China Journal of Highway and Transport, 2006, 19(1): 53-57.
- [6] 刘小燕, 颜东煌, 张 峰, 等. 预应力高强混凝土梁极限承载力分析[J]. 中国公路学报, 2006, 19(1): 58-61.
LIU Xiao-yan, YAN Dong-huang, ZHANG Feng, et al. Ultimate Load Analysis of Prestressed High-strength Concrete Beam [J]. China Journal of Highway and Transport, 2006, 19(1): 58-61.
- [7] 吴建营, 李 杰. 混凝土弹塑性损伤本构关系统一模型

[J]. 建筑科学与工程学报, 2005, 22(4): 15-21.

WU Jian-ying, LI Jie. Unified Elasto-plastic Damage Constitutive Relations Model for Concrete[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2005, 22(4): 15-21.

- [8] 王元清, 张 勇, 石永久, 等. 吊索与钢管混凝土拱桥新型节点承载性能分析[J]. 建筑科学与工程学报, 2005, 22(3): 55-58.

WANG Yuan-qing, ZHANG Yong, SHI Yong-jiu, et al. Analysis of Load Capacity of New-style Joints Between Cable and Concrete-filled Steel Tube Arch Bridge[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2005, 22(3): 55-58.

(上接第 73 页)

- [3] 彭亚萍, 徐新生, 刘增夕, 等. 碳纤维板加固钢筋混凝土梁的工程应用[J]. 建筑科学, 2002, 18(5): 29-31.
PENG Ya-ping, XU Xin-sheng, LIU Zeng-xi, et al. The Application of Carbon Fiber Laminate in Strengthening Concrete Beams[J]. Building Science, 2002, 18(5): 29-31.
- [4] GARDENT H N, HOLLAWAY L C. An Experimental Study of the Influence of Plate End Anchorage of Carbon Fiber Composite Plates Used to Strengthen Reinforced Concrete Beams [J]. Composite Structures, 1998, 42(2): 175-188.
- [5] 彭亚萍, 黄博生, 刘增夕, 等. 碳纤维板加固钢筋混凝土梁的现场实荷加载试验[J]. 工业建筑, 2003, 33(7): 74-76.
PENG Ya-ping, HUANG Bo-sheng, LIU Zeng-xi, et al. Real Heaped Load Tests of Reinforced Concrete Beams Strengthened with CFRP-laminate[J]. Industrial Construction, 2003, 33(7): 74-76.
- [6] 孙晓燕, 黄承逵. 外贴纤维布加固超载后钢筋混凝土桥梁构件抗弯性能试验[J]. 中国公路学报, 2006, 19(4): 82-87.
SUN Xiao-yan, HUANG Cheng-kui. Test on Flexural Performance of RC Bridge Member After Overload Reinforced with Externally Bonded FRP [J]. China Journal of Highway and Transport, 2006, 19(4): 82-87.
- [7] 袁旭斌, 贺拴海, 宋一凡. 粘贴纤维布加固 RC 梁的受

弯裂缝计算方法[J]. 中国公路学报, 2006, 19(3): 54-58.

YUAN Xu-bin, HE Shuan-hai, SONG Yi-fan. Calculation Method on Bending Crack in RC Beams Strengthened with FRP [J]. China Journal of Highway and Transport, 2006, 19(3): 54-58.

- [8] 袁旭斌, 赵小星, 宋一凡, 等. 卸载与不卸载的 RC 梁桥粘贴碳纤维布加固计算[J]. 中国公路学报, 2005, 18(1): 69-72.

YUAN Xu-bin, ZHAO Xiao-xing, SONG Yi-fan, et al. Research on Rehabilitation with CFRP Laminates of RC Beam Bridges Under Loading and Unloading Case[J]. China Journal of Highway and Transport, 2005, 18(1): 69-72.

- [9] 朱皓明, 周期源, 高轩能, 等. 粘钢加固 RC 梁的正截面承载力[J]. 建筑科学与工程学报, 2006, 23(3): 54-60.

ZHU Hao-ming, ZHOU Qi-yuan, GAO Xuan-neng, et al. Normal Section Bearing Capacity of RC Beams Strengthened by Bonded Steel Plates [J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2006, 23(3): 54-60.

- [10] 贺拴海, 任 伟. 纤维增强塑料加固混凝土结构研究 [J]. 建筑科学与工程学报, 2005, 22(3): 20-24.

HE Shuan-hai, REN Wei. Research on Reinforced Concrete Structure with FRP [J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2005, 22(3): 20-24.