

文章编号:1673-2049(2008)01-0096-06

# 高性能混凝土简支梁正截面的抗弯疲劳性能

肖建庄,陈德银,查全璠

(同济大学 建筑工程系,上海 200092)

**摘要:**通过 10 根三分点加载方式下的简支梁抗弯静力和疲劳试验,研究了不同混凝土强度等级、不同钢筋类型和不同荷载水平对高性能混凝土梁正截面疲劳性能的影响。通过分析梁跨中挠度、压区混凝土应变和拉区钢筋应变以及梁裂缝的发展规律,考察了高性能混凝土梁在弯曲重复荷载作用下的疲劳损伤过程。结合高性能混凝土和钢筋的材料疲劳损伤分析,提出了高性能混凝土梁疲劳寿命方程和疲劳后梁挠度的计算公式,并将理论计算的疲劳寿命、挠度与试验结果进行了比较,最后对比分析了高性能混凝土梁与普通混凝土梁抗弯疲劳性能的差异。

**关键词:**高性能混凝土;简支梁;抗弯疲劳性能;挠度;钢筋应变

中图分类号:TU502.6

文献标志码:A

## Bending Fatigue Behavior of High-performance Concrete Simply-supported Beams

XIAO Jian-zhuang, CHEN De-yin, ZHA Quan-fan

(Department of Architectural Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** Based on the static and fatigue bending tests of 10 simply-supported beams under three-point loading, the strength grade of concrete, two types of steel bars and different load levels were studied for the fatigue behavior of high-performance concrete beams. Through analyzing the mid-span deflection of beams, strains of concrete in compressive zone and strains of steel bars in tensile zone, as well as crack development regularity of the beams, the fatigue damage process of high-performance concrete beams under flexural repeated loading were observed. The equation of fatigue life and deflection calculation formula of beams after fatigue loading of high-performance concrete beams were put forward by combining the fatigue damage analysis of materials both for high-performance concrete and steel bars. Meanwhile, theoretical fatigue life and deflection were compared with test ones. Finally, the difference between bending fatigue behavior of high-performance concrete beams and that of normal strength concrete beams was comparatively analyzed.

**Key words:** high-performance concrete; simply-supported beam; bending fatigue behavior; deflection; strain of steel bar

## 0 引言

关于高性能混凝土构件疲劳性能的研究在中国较少,而高性能混凝土<sup>[1-2]</sup>在工程上的推广应用迫切

需要了解其疲劳性能<sup>[3-4]</sup>,同时 HRB400 钢筋作为主要钢种在土木工程中逐步推广,但该领域研究的相对滞后,不利于高性能混凝土和高强钢筋的进一步推广应用。本文中笔者便是在这个背景下完成了

收稿日期:2008-01-06

基金项目:霍英东教育基金会高等院校青年教师基金项目(91075)

作者简介:肖建庄(1968-),男,山东沂南人,教授,博士生导师,工学博士,E-mail:jzx@mail.tongji.edu.cn。

高性能混凝土梁正截面抗弯疲劳性能的试验,分析了重复荷载作用下,加载水平、混凝土强度等级和纵向受力钢筋类型对梁抗弯疲劳性能的影响,同时对比分析了高性能混凝土梁与普通混凝土梁抗弯疲劳性能的差异。

1 试验设计

1.1 试验材料

水泥采用海螺牌 P. O42. 5R 普通Ⅱ型硅酸盐水泥;掺和料采用上海石洞口电厂生产的Ⅱ级低钙粉煤灰;对于外加剂,C80 混凝土采用上海花王化学有限公司生产的花王牌 MD150 高效减水剂,其减水率可达 25%;配制 C40 则是采用上海市金山欣良润溶有限公司生产的 XL-126 型高效减水剂,其减水率为 18%;砂采用庐江金砂,细度模数为 2. 6,颗粒级配属于二区;石采用粒径为 5~25 mm 的碎石;水采用上海市的自来水。C40 和 C80 混凝土配合比参数如表 1 所示。

表 1 高性能混凝土配合比参数

Tab. 1 Mixture Proportion Parameters of High-performance Concretes

型 号	各材料用量/(kg·m <sup>-3</sup> )						坍落度/ mm
	水泥	粉煤灰	水	砂	石子	减水剂	
C40	244	100	180	730	1 192	3. 8(XL)	200
C80	425	140	170	666	1 081	6. 4(MD)	220

HRB400 钢筋的实测屈服和极限强度分别为 454. 1、615. 4 MPa,弹性模量为 2×10<sup>5</sup> MPa,伸长率达到 30%;HRB335 钢筋的力学性能均能满足《混凝土结构设计规范》(GB 50010—2002)规范的有关要求。

1.2 试件的设计与制作

试件设计采用受弯控制,配筋符合规范对适筋梁的要求。试件制作在上海市建筑构件公司预制厂,采用泵送浇注工艺技术,高频插入式振捣器捣实,全部梁试件均采用钢模浇注。试件成型后第 2 d 拆模,在室内自然环境下养护。梁试件具体情况如表 2 和图 1(梁 B80-5 受力钢筋为 2Φ22)所示。

表 2 梁配筋及编号

Tab. 2 Reinforcements and Numbers of Beams

梁编号	纵向受 力钢筋	纵向受力钢 筋配筋率/%	混凝土 型号	混凝土力学指标	
				$f_{cu}$ /MPa	$E_c$ /10 <sup>4</sup> MPa
B40-0~ B40-3	HRB400	1. 11	C40	54. 2	3. 82
B80-0~ B80-4	HRB400	1. 11	C80	82. 8	3. 94
B80-5	HRB335	1. 34	C80	82. 8	3. 94

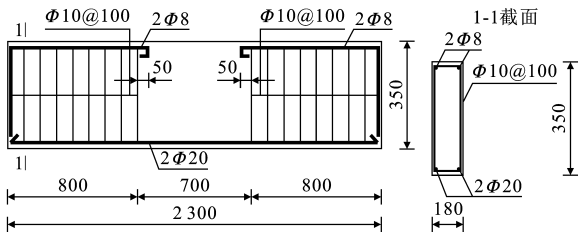


图 1 梁配筋(单位:mm)

Fig. 1 Reinforcements of Beams (Unit:mm)

1.3 加载方案

试验在同济大学土木工程防灾国家重点实验室进行,试验设备采用 PMS-500 型液压疲劳试验机。三分点加载如图 2 所示。梁的静载试验采用分级加载;疲劳试验采用正弦波加载,频率为 4 Hz,具体试验安排如表 3 所示。试验中的主要测量内容包括梁跨中挠度、受拉钢筋应变、箍筋应变、压区混凝土应变以及梁上裂缝的发展等。

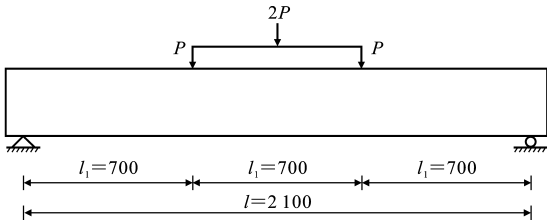


图 2 试验加载(单位:mm)

Fig. 2 Test Loading (Unit:mm)

表 3 梁静力和疲劳试验

Tab. 3 Static and Fatigue Tests of Beams

梁编号	试验类型	荷载水平上限	荷载水平下限	重复荷载次数/10 <sup>4</sup>
B40-0	静力试验			
B80-0	静力试验			
B40-1	疲劳试验 1	0. 60	0. 40	100
B80-1	疲劳试验 1	0. 60	0. 40	100
B40-2	疲劳试验 2	0. 60	0. 30	100
B80-2	疲劳试验 2	0. 60	0. 30	100
B40-3	疲劳试验 3	0. 60	0. 37	200
B80-3	疲劳试验 3	0. 60	0. 37	200
B80-4	疲劳试验 4	0. 60	0. 37	100
B80-5	疲劳试验 4	0. 60	0. 37	100

注:荷载水平上、下限为加载最大值、最小值与 C80 梁静载极限承载力的比值。

2 试验结果

2.1 静力试验结果

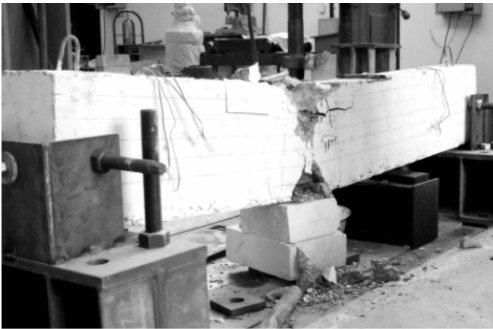
试验过程中,当荷载加到 0. 2P<sub>u</sub><sup>t</sup>~0. 3P<sub>u</sub><sup>t</sup>(P<sub>u</sub><sup>t</sup>为极限荷载理论值)时,梁开始在纯弯段受拉区出现弯曲裂缝;当荷载为 0. 7P<sub>u</sub><sup>t</sup>~0. 8P<sub>u</sub><sup>t</sup>时,在三分点处首

先出现腹剪裂缝,且受弯主裂缝的长度和宽度都有较快的增加,此时裂缝已到达梁高度的 1/2 处。荷载继续增加至  $P_u^1$ ,梁两端腹剪裂缝发展迅速,超过梁中轴;当荷载增加至  $1.1P_u^1$  时,梁的挠度急剧增大,无论纯弯裂缝还是腹剪裂缝,其长度和宽度亦急剧增加,最终梁 B40-0 和梁 B80-0 均发生了典型的适筋破坏。

2.2 疲劳试验结果

2.2.1 疲劳破坏

4 批疲劳试验梁中除了第 2 批中梁 B80-2 疲劳断裂外,其余 3 批皆在疲劳试验后做静载试验时破坏了。当疲劳次数进行至  $54.82 \times 10^4$  次时,梁 B80-2 发生疲劳破坏,其破坏的特征是受拉纵向主筋在跨中发生突然疲劳断裂,断口处没有颈缩现象。疲劳试验中梁 B80-2 的破坏特征如图 3 所示。



(a)全景



(b)局部

图 3 梁 B80-2 疲劳破坏特征

Fig. 3 Fatigue Failure Characteristics of Beam B80-2

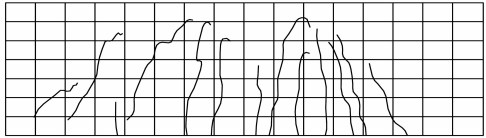
2.2.2 混凝土梁裂缝

以梁 B80-1 为例分析混凝土梁裂缝开展情况。在静力预加载阶段,当加载至  $0.3P_u$  时,混凝土梁在左右加载点和梁跨中出现开裂;继续加载至  $0.4P_u$  时,梁的加载点两侧均新增竖向短裂缝,原有裂缝发展缓慢;当加载至  $0.6P_u$  时,梁并没有明显的新裂缝产生,仅在斜裂缝附近出现了少许的短裂缝。在静力预加载完毕后,开始疲劳加载。当重复荷载次数为  $0.5 \times 10^4$  次时,混凝土梁除了加载点处

有 1 条裂缝出现了一些扩展外,其余均保持不变。当重复荷载次数至  $10 \times 10^4$  次时,混凝土梁上几乎所有裂缝均以较快的速度发展,裂缝宽度较先前有所增加,其中梁两端斜裂缝的发展尤为明显。当重复荷载次数至  $14.5 \times 10^4$  次时,梁裂缝发展速度有所减缓,裂缝宽度也无明显变化。当重复荷载次数至  $90 \times 10^4$  次时,裂缝的宽度略有增加。当重复荷载次数达到  $100 \times 10^4$  次后,梁未发生疲劳破坏。试验过程中,在  $30 \times 10^4$  次左右时停机,在静态下量测并采集混凝土和钢筋的应变及梁的挠度,在疲劳试验结束后也采集了以上数据。梁 B80-1 最终在静载下破坏时的裂缝情况如图 4 所示。



(a)实际裂缝



(b)模拟裂缝

图 4 梁 B80-1 在静载破坏时的裂缝

Fig. 4 Cracks of Beam B80-1 Under Static Loading

3 试验结果分析

3.1 梁跨中挠度

3.1.1 静载下混凝土梁的跨中挠度

C40 和 C80 梁荷载-挠度曲线如图 5(a)所示。从图 5(a)中可以看出,C80 梁具有更大的刚度、更大的开裂荷载、屈服荷载和极限荷载,而且延性也比较好。

3.1.2 重复荷载下混凝土梁的荷载-挠度变化规律

不同重复荷载次数后,试验梁荷载-跨中挠度曲线如图 5(b)~(d)所示。从图 5 中可以看出:

(1)在相同荷载水平下,承受了一定重复荷载次数后的梁跨中挠度比静载时有显著的增大,这反映出混凝土梁在承受了一定次数的重复荷载后,梁的刚度有明显的下降,但 C80 梁的剩余刚度要大于 C40 梁,这表明前者的抗弯疲劳性能好于后者。

(2)通过对比承受了不同次数重复荷载后的荷载-挠度曲线[图 5(d)]可以看出,混凝土梁的损伤随着重复荷载次数的增大而加剧,这表现在梁跨中挠度有继续增大的趋势,但与静载时相比,增大程度

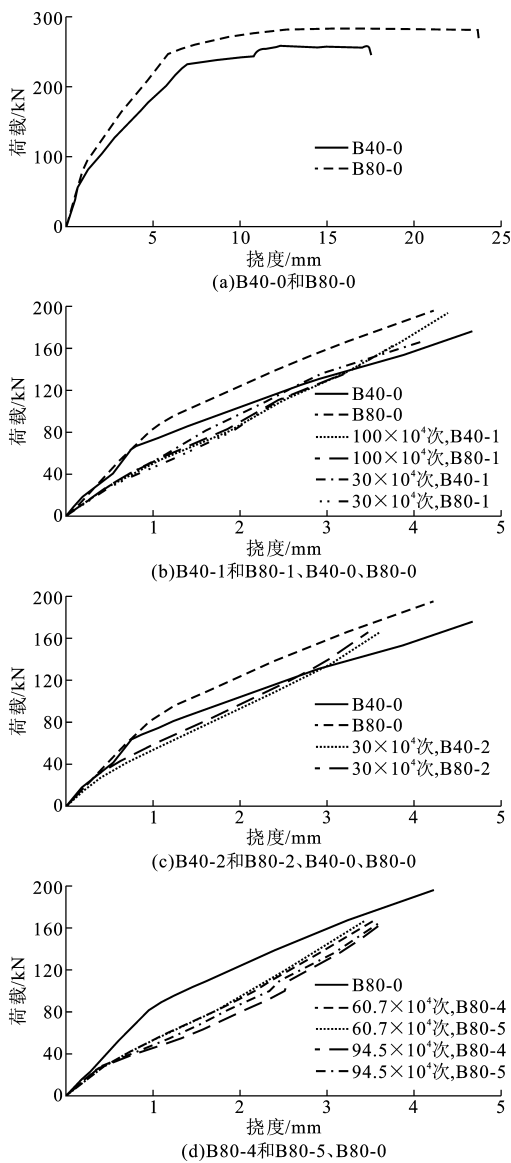


图 5 梁荷载-跨中挠度曲线

Fig. 5 Curves for Loads and Deflections at Mid-span of Beams

不大,表明承受了一定次数的重复荷载后,混凝土梁的刚度逐渐趋于稳定,这与梁中裂缝发展规律比较相似。

(3)通过对比等强配筋的梁 B80-4 和梁 B80-5 在承受了相同次数重复荷载后的荷载-挠度曲线[图 5(d)]可以看出,钢筋强度等级没有表现出显著的影响效果,重复荷载作用  $94.5 \times 10^4$  次后,HRB335 钢筋梁的刚度反而略大于 HRB400 钢筋梁,这可能与前者的配筋率较大有关。

### 3.2 压区混凝土应变

无论是 C40 还是 C80 梁,其压区混凝土应变随荷载水平的变化是相似的,表现出显著的两阶段变化规律,而混凝土强度等级的影响主要体现在第 1

个阶段,C80 梁压区应变的变化幅度大于 C40 梁,如图 6(a)所示。图 6 为荷载水平上、下限分别为  $0.6P_u$  和  $0.4P_u$  时的混凝土和钢筋应变。

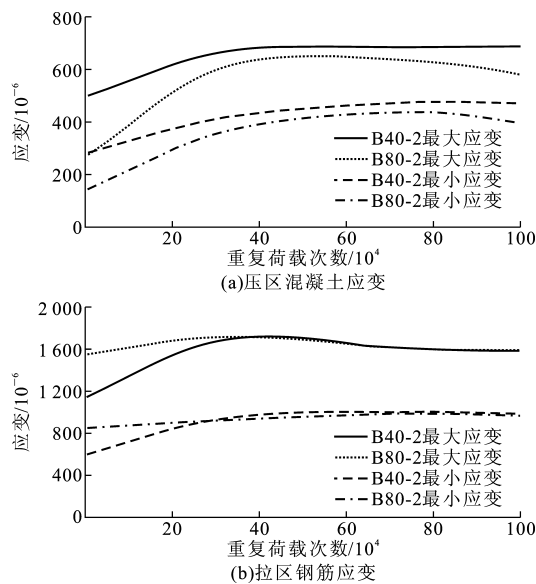


图 6 混凝土和钢筋应变

Fig. 6 Strains of Concrete and Steel Bars

### 3.3 受拉钢筋应变

不同混凝土强度等级梁内钢筋应变变化规律对比如图 6(b)所示。由图 6(b)可以看出,C40 梁内钢筋应变变化幅度较大,表现出明显的两阶段变化规律,而 C80 梁内钢筋的变化则较为平缓,钢筋应变的第 1 阶段和稳定阶段的界限不明显,其原因主要是由于 C80 混凝土在重复荷载作用的初期就发挥出承受重复荷载作用的能力,其压区应变变化幅度较大,从而使得在整个疲劳试验过程中钢筋应变变化不明显。

## 4 理论分析

### 4.1 疲劳寿命

各国的大量研究表明<sup>[5-6]</sup>,适筋梁在重复荷载下的正截面受弯疲劳破坏都是以梁中钢筋疲劳断裂为标志。本文试验中梁 B80-2 在  $54.82 \times 10^4$  次重复荷载作用后发生疲劳破坏的试验现象也充分说明了这一点,因此可以认为混凝土梁的疲劳寿命决定于钢筋的疲劳寿命。

江新元等<sup>[7]</sup>研究得到的钢筋  $r$ - $S$ - $N$  曲线模型为

$$(1-r)^{\frac{1}{n}} \lg N = A - B \lg \sigma_{\max} \quad (1)$$

引入  $\frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = r$  和  $\Delta\sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$  得

$$(1-r)^{\frac{1}{n}} \lg N = A - B \lg \frac{\Delta\sigma}{1-r} \quad (2)$$

由此建立了钢筋的  $r$ - $\Delta\sigma$ - $N$  方程,当  $N = 2 \times 10^6$  次

时,根据《混凝土结构设计规范》(GB 50010—2002)中钢筋疲劳应力幅限值的规定对系数  $A$  和  $B$  进行拟合:HRB335 钢筋, $A=32.455,B=11.537$ ;HRB400 钢筋, $A=22.528,B=7.303$ 。

由文献[5]、[6]可知,混凝土材料的力学性能对混凝土梁的疲劳寿命影响不大,因此可以认为以上 2 个疲劳寿命方程可以应用于高性能混凝土梁。根据实际试验加载计算得到梁内受力钢筋应力幅值  $\Delta\sigma$  和重复荷载应力比  $r$ ,从而可以计算得到试验梁理论疲劳寿命。计算结果和试验结果对比见表 4。

表 4 疲劳寿命理论分析和试验结果对比

Tab. 4 Fatigue Life Comparison Between Theoretical Analyses and Test Results				
梁 编号	重复荷载 应力比	钢筋应力 幅值/MPa	理论疲劳 寿命/ $10^4$ 次	试验结果
B40-1	0.657	90.22	220	$100.00\times 10^4$ 次完好
B80-1	0.657	87.59	250	$100.00\times 10^4$ 次完好
B40-2	0.485	135.33	54	$54.82\times 10^4$ 次完好
B80-2	0.485	131.39	70	$54.82\times 10^4$ 次疲劳破坏
B40-3	0.602	104.46	130	$200.00\times 10^4$ 次完好
B80-3	0.602	101.52	170	$200.00\times 10^4$ 次完好
B80-4	0.602	101.52	170	$100.00\times 10^4$ 次完好
B80-5	0.602	101.42	85	$100.00\times 10^4$ 次完好

注:重复荷载计入梁的自重。

从表 4 中可以看出:①重复荷载应力比和钢筋应力幅值是影响高性能混凝土梁疲劳寿命的关键因素,梁的寿命随着钢筋应力幅值和疲劳应力比的增大而减小;②理论上相同配筋的 C80 梁比 C40 梁有更高的疲劳寿命,同时配 HRB400 钢筋的 C80 混凝土梁比配 HRB335 钢筋的 C80 混凝土梁有更高的疲劳寿命。

4.2 刚度

假定在承受了一定次数的重复荷载作用后梁的跨中挠度仍可以按照材料力学的公式计算,材料性能的变化仅在刚度  $EI$  上体现,将承受了  $N$  次重复荷载作用后的混凝土弹性模量和计算短期荷载作用下受弯构件挠度的截面惯性矩分别记为  $E_N$  和  $I_{eN}$ ,则有

$$f_N = P \frac{l_1(3l^2 - 4l_1^2)}{24E_N I_{eN}} \tag{3}$$

式中: $f_N$  为承受了  $N$  次重复荷载作用后的受弯构件挠度; $l$ 、 $l_1$  见图 2。

在重复荷载作用下,假设压区混凝土应力呈现三角形分布,取其外边缘混凝土应力水平上限应力  $\sigma_{\max}$ ,并进一步假设该值  $\sigma_{\max}$  在外加最大荷载不发

生变化的前提下及疲劳寿命内是一个常量,同时参考吴佩刚等[8]的研究成果,此时  $E_N$  为

$$E_N = \frac{\sigma_{\max}}{\epsilon_{\text{tol}}} = \frac{\sigma_{\max}}{\epsilon_{\text{ela}} + \Delta\epsilon_{\text{fat}}} = \sigma_{\max} / (\frac{\sigma_{\max}}{E_c} + \Delta\epsilon_{\text{fat}}) \tag{4}$$

式中: $E_c$  为混凝土原点静力弹性模量。对于疲劳应变  $\Delta\epsilon_{\text{fat}}$  的处理,假设疲劳变形是重复荷载次数和应力水平的函数,即

$$\Delta\epsilon_{\text{fat}} = a f(\sigma_{\max}, \sigma_{\min}) N^t \tag{5}$$

式中: $a$ 、 $t$  为试验参数,文献[9]中给出  $a=17.8$ , $t=\frac{1}{3}$ ;而  $f(\sigma_{\max}, \sigma_{\min})$  可取为

$$f(\sigma_{\max}, \sigma_{\min}) = \frac{1}{2} \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{f_c} \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{f_c} \tag{6}$$

根据 Balaguru[9]建议的有效惯性矩,当截面弯矩  $M \geq M_{\text{cr}}$  (开裂弯矩)时,有效惯性矩  $I_e$  的建议公式为

$$I_e = I_0 - (I_0 - I_1) [1 - (\frac{M_{\text{cr}}}{M})^m] \tag{7}$$

式中: $I_0$  为截面未开裂时的惯性矩; $M$  为使用荷载作用下的弯矩; $I_1$  为截面开裂后换算惯性矩; $m$  为确定的参数,对于钢筋混凝土取 3.0。当考虑重复荷载作用时,有效惯性矩  $I_e$  为重复荷载次数的函数,记作  $I_{e,N}$ ,则式(7)可改写为

$$I_{e,N} = I_0 - (I_0 - I_{1,N}) [1 - (\frac{M_{\text{cr},N}}{M_{\max}})^m] \tag{8}$$

理论计算得到的梁的跨中挠度和试验实测值如表 5 所示(以第 1 批梁为例)。

表 5 跨中挠度理论分析和试验结果对比

Tab. 5 Mid-span Deflection Comparison Between Theoretical Analyses and Test Results				
梁编号	荷载水平	重复荷载次数/ $10^4$	跨中挠度/mm	
			计算值	实测值
B40-1	静载		3.378	2.900
		32.76	3.539	4.070
		74.86	3.546	3.787
		100.00	3.549	3.848
B80-1	静载		3.250	3.240
		32.76	3.389	3.932
		74.86	3.396	3.832
		100.00	3.400	3.838

从表 5 可以看出:①承受了一定次数的重复荷载作用后,高性能混凝土梁的跨中挠度有一定程度的增大,表现出梁的刚度下降;②加载初期,挠度增加的幅度较大,在重复荷载作用  $30 \times 10^4$  次后,增加的幅度减小,反映梁的刚度趋于稳定;③比较相同配筋的普通混凝土梁和高性能混凝土梁,在一定次数

的重复荷载作用后,后者的跨中挠度小于前者,反映出高性能混凝土梁的抗弯疲劳性能优于普通混凝土梁;④计算值与试验值吻合较好。

## 5 结 语

(1)在弯曲重复荷载作用下,高性能混凝土梁的裂缝在重复荷载作用初期(约在  $20 \times 10^4$  次以内)已大部分形成,其后的相当长阶段裂缝发展十分缓慢。

(2)对于承受了一定次数弯曲重复荷载作用而未发生破坏的高性能混凝土梁,在其受荷过程中,其受压区混凝土应变、受拉钢筋应变和跨中挠度随重复荷载次数变化的规律均具有2个阶段的特点,即快速发展阶段和稳定发展阶段。

(3)在等强配筋的条件下,受拉钢筋强度等级对高性能混凝土梁的抗弯疲劳性能没有显著的影响。

(4)重复荷载应力比和钢筋应力幅值是影响高性能混凝土梁正截面疲劳寿命的关键因素,在相同应力幅值的弯曲重复荷载作用下,相同配筋的C80梁比C40梁具有更高的疲劳寿命,因此与普通混凝土梁相比高性能混凝土梁有更好的抗弯疲劳性能。

(5)高性能混凝土梁的抗弯刚度将随着重复荷载作用次数的增加而减小,但减小的趋势变缓,而高性能混凝土梁的剩余刚度将大于相同配筋的普通混凝土梁,这表明高性能混凝土梁的抗弯疲劳性能优于普通混凝土梁。

## 参考文献:

### References:

- [1] 冯乃谦. 高性能混凝土[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1996.  
FENG Nai-qian. High-performance Concrete[M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 1996.
- [2] 宋 兵, 王 湛. 高强混凝土自收缩对钢管混凝土轴压力学性能的影响[J]. 建筑科学与工程学报, 2007, 24(2): 59-62.  
SONG Bing, WANG Zhan. Influences of Autogenous Shrinkage of High-strength Concrete on Axial Compression Mechanics Behavior of Concrete-filled Steel Tube[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2007, 24(2): 59-62.

- [3] 赵光仪, 吴佩刚, 詹巍巍. 高强混凝土的抗拉疲劳性能[J]. 土木工程学报, 1993, 26(6): 13-19.  
ZHAO Guang-yi, WU Pei-gang, ZHAN Wei-wei. Fatigue Behaviour of High-strength Concrete Under Tensile Cyclic Loading[J]. China Civil Engineering Journal, 1993, 26(6): 13-19.
- [4] 肖建庄, 杜 锋, 陈德银. 高性能混凝土轴心抗压静载与疲劳强度[J]. 建筑材料学报, 2005, 8(6): 605-608.  
XIAO Jian-zhuang, DU Feng, CHEN De-yin. Research on Static and Fatigue Axial Strength of HPC Under Compression[J]. Journal of Building Materials, 2005, 8(6): 605-608.
- [5] 李秀芬, 吴佩刚, 赵光仪. 高强混凝土梁抗弯疲劳性能的试验研究[J]. 土木工程学报, 1997, 30(5): 37-42.  
LI Xiu-fen, WU Pei-gang, ZHAO Guang-yi. Experimental Research on Bending Fatigue Behavior of High-strength Concrete Beams[J]. China Civil Engineering Journal, 1997, 30(5): 37-42.
- [6] CHANG T S, CLYDE E. Fatigue Behavior of Reinforced Concrete Beams[J]. ACI Journal Proceedings, 1958, 55(8): 245-254.
- [7] 江新元, 胡匡璋. 国产钢筋疲劳性能的试验研究[J]. 上海铁道学院学报, 1991, 12(2): 23-32.  
JIANG Xin-yuan, HU Kuang-zhang. A Study on Fatigue Reliability of Reinforcement [J]. Journal of Shanghai Railway College, 1991, 12(2): 23-32.
- [8] 吴佩刚, 赵光仪, 白利明. 高强混凝土抗压疲劳性能研究[J]. 土木工程学报, 1994, 27(3): 33-40.  
WU Pei-gang, ZHAO Guang-yi, BAI Li-ming. Fatigue Behavior of High Strength Concrete Under Compressive Cyclic Loading[J]. China Civil Engineering Journal, 1994, 27(3): 33-40.
- [9] BALAGURU P N, SHAH S P. A Method of Predicting Crack Widths and Deflections for Fatigue Loading[J]. ACI Special Publication, 1982, 75(5): 153-175.
- [10] 王传志, 滕智明. 钢筋混凝土结构理论[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1985.  
WANG Chuan-zhi, TENG Zhi-ming. Theory of Reinforced Concrete Structures[M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 1985.