

文章编号:1673-2049(2008)02-0036-05

局部安全系数法在土坡稳定分析中的应用

李 亮¹, 王玉杰¹, 郑榕明²

(1. 中国水利水电科学研究院 岩土工程研究所, 北京 100044; 2. 香港理工大学 土木及结构工程学系, 香港)

摘要:假定各条块的局部安全系数与滑动面的整体安全系数不相等, 联合潘家铮极大值原理与优化算法构建了一种求解整体安全系数的新方法。对于给定滑动面, 该方法将推力线与条块间力的倾角视为优化变量, 利用优化算法寻找一组优化变量使此滑动面的整体安全系数达到极大值, 同时可得到各条块的局部安全系数。在众多可行的滑动面中, 选择整体安全系数最小的滑动面作为临界滑动面。利用该法对澳大利亚计算机应用协会(ACADS)的考题以及已有文献中的典型例题进行了计算, 通过比较分析了该法的合理性。

关键词:土坡稳定分析; 极限平衡法; 潘家铮极大值原理; 局部安全系数

中图分类号: TU441 **文献标志码:** A

Application of Local Factor of Safety Method in Slope Stability Analysis

LI Liang¹, WANG Yu-jie¹, ZHENG Rong-ming²

(1. Institute of Geotechnical Engineering, China Institute of Water Resources and Hydropower Research, Beijing 100044, China; 2. Department of Civil and Structural Engineering, The Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong, China)

Abstract: It was assumed that the values of local factors of safety for each slice were different to those of total factor of safety of slip surface. A new method for determining the total factor of safety for given slip surface was presented by using Pan Jia-zheng maximum principle and optimization algorithm. The thrusting force line and inclination angles of slice forces were taken as optimization variables for given slip surface. The acceptable force vectors which gave the maximum value of factors of safety were determined and the corresponding factors of safety for given slip surface were also determined. In most feasible slip surfaces, the minimum slip surfaces of total factor of safety were taken as critical slip surface. Finally, the new method was adopted to study the examples used by Australia Computer Aided Design Society (ACADS) and in the existing literatures, the comparative studies have shown that the new method is rational and feasible and can be used in stability analysis.

Key words: slope stability analysis; limit equilibrium method; Pan Jia-zheng maximum principle; local factor of safety

0 引言

极限平衡土坡稳定分析方法仍然是目前最实用

的分析方法之一, 该法包括 2 个步骤, 对给定的滑动面使用简布法、摩根斯顿-普莱斯法或毕肖普法计算安全系数, 然后在众多可行的滑动面中找出安全系

收稿日期: 2008-03-18

基金项目: 国家自然科学基金项目(50509027)

作者简介: 李 亮(1977-), 男, 山东济南人, 工学博士, 博士后, E-mail: liangli14@yahoo.com.cn.

数最小的滑动面作为最终解。以往由于计算条件的限制,各国学者往往在众多可行的静力场中挑选一个计算安全系数,缺乏理论根据,但由于引入了最小安全系数的搜索过程,其最终结果往往是一个小于真实解的、留有余地的安全系数^[1]。在摩根斯顿-普莱斯法求解过程中,往往假定条间倾角的分布,若严格按照下限解的步骤,应该在众多分布中选择能使该滑动面安全系数最大者作为真实的倾角分布。目前随着计算技术的快速发展,众多优秀的搜索方法应运而生,利用潘家铮极大、极小值原理来分析土边坡稳定的时机已经成熟。各国学者也从未放弃过对相关问题的探索。对于给定的滑动面,Yamagami等^[2]采用数值规划方法搜索使该滑动面安全系数最大的条间倾角分布,沈珠江^[3]提出了局部安全系数法求解的思路,栢松等^[4]基于简布法条间推力线假定,利用双层复形法实现了局部安全系数法的思路,但是没有给出清晰的内力调整策略。李亮等^[5]曾基于不平衡推力法假设,利用和声搜索算法实现了潘家铮极大值原理。本文中笔者基于潘家铮极大值原理,将条间推力线和条间倾角视为优化变量,给出了一种安全系数求解的新方法,利用该法可求得每个条块的局部安全系数。

1 基于潘家铮极大值原理和优化算法的安全系数求解

潘家铮极大、极小值原理^[6]是对土坡稳定分析力学原理最精辟的总结和最重要的发展。其表述为:土坡如有可能沿许多滑动面滑动,则失稳时它将沿抵抗力最小的那一个滑动面破坏(极小值原理);当滑坡体的滑动面确定后,则滑动面上的反力及滑坡体内的内力皆能自行调整,以发挥最大的抗滑能力(极大值原理)。

极大值原理适用于给定滑动面的安全系数求解过程,为了实现极大值原理,最一般的可将作用在条块上的作用力视为优化设计变量,约束条件为这些作用力满足静力平衡。典型条块 i 上的作用力如图1所示,其中 W_i 、 Q_i 分别为第 i 土条自重和水平地震力,作用线距离条底中心点 O 分别为 ν_i 、 d_i , N_i 、 S_i 分别为条底的总法向力和剪切力, g_i 为 N_i 作用点距条底中心点 O 的距离, U_i 为孔隙水压力, L_x 为作用在条块上的水平外荷载,其作用点距离 C 点为 p_y , L_y 为作用在条块上的垂直外荷载,其作用线距离线段 CE 为 p_x , F_{i-1} 为第 $i-1$ 与第 i 土条之间的推力, F_i 为第 i 与第 $i+1$ 土条之间的推力, C 、 E 点

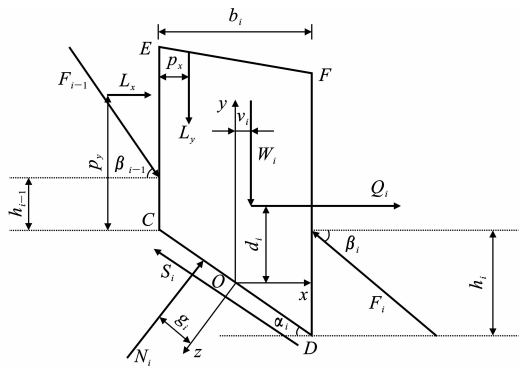


图1 典型条块上的荷载

Fig. 1 Load on Typical Slice

之间的距离为 H_{i-1} , F 、 D 点之间的距离为 H_i , h_i 为 F_i 的作用点到 D 点的距离, b_i 为土条宽度, α_i 为土条底面的倾角, β_{i-1} 为 F_{i-1} 与水平线的夹角, β_i 为 F_i 与水平线的夹角。

若直接将条间作用力和条底作用力 $\{F_{i-1}, h_{i-1}, \beta_{i-1}; F_i, h_i, \beta_i; N_i, S_i, g_i\}$ 作为优化变量,利用静力平衡条件作为约束,其不足之处为:①优化设计变量较多,对于 n 个条块的滑动面来讲,变量总数达到了 $6n-3$ 个;②很难由优化算法产生满足静力平衡条件的解向量,给极大值原理的实施带来很大困难。鉴于此,若采取逐个条块迭代求解方式, F_{i-1} 为已知值,一般为0,另外可先假定 $g_i=0$,将条间作用力的 $\{h_{i-1}, \beta_{i-1}; h_i, \beta_i\}$ 作为优化设计变量,利用条块的3个静力平衡条件来求得 $\{F_i, N_i, S_i\}$ 。

各个条块的局部安全系数定义如下

$$F_s^i = \frac{(N_i - U_i) \tan \varphi_i + c_i}{S_i} \quad (1)$$

式中: φ_i 为第 i 条块底面的摩擦角。

滑动面整体滑动的安全系数为

$$F_s = \frac{\sum_{i=1}^n [(N_i - U_i) \tan \varphi_i + c_i]}{\sum_{i=1}^n S_i} \quad (2)$$

假设已知 F_{i-1} ,作用在第 i 条块上的荷载对条底中心点 O 取力矩可得到 F_i ,即

$$\begin{aligned} F_i = M^O & \left[\sin \beta_i \cdot \frac{b_i}{2} + \cos \beta_i \left(h_i - \frac{b_i}{2} \tan \alpha_i \right) \right]^{-1} = \\ & \left[W_i \nu_i + L_y \left(p_x - \frac{b_i}{2} \right) + Q_i d_i + L_x \left(p_y + \frac{b_i}{2} \tan \alpha_i \right) \right] \cdot \\ & \left[\sin \beta_i \cdot \frac{b_i}{2} + \cos \beta_i \left(h_i - \frac{b_i}{2} \tan \alpha_i \right) \right]^{-1} + \\ & \left[-F_{i-1} \sin \beta_{i-1} \cdot \frac{b_i}{2} + F_{i-1} \cos \beta_{i-1} (h_{i-1} + \right. \end{aligned}$$

$$\frac{b_i}{2} \tan \alpha_i)] [\sin \beta_i \cdot \frac{b_i}{2} + \cos \beta_i (h_i - \frac{b_i}{2} \tan \alpha_i)]^{-1} \tag{3}$$

考虑第*i*条块在*x*和*y*两个方向的力平衡方程

$$\left. \begin{aligned} Q_i + L_x + F_{i-1} \cos \beta_{i-1} - F_i \cos \beta_i + \\ N_i \sin \alpha_i - S_i \cos \alpha_i = 0 \quad x \text{ 方向} \\ -W_i - L_y - F_{i-1} \sin \beta_{i-1} + F_i \sin \beta_i + \\ N_i \cos \alpha_i + S_i \sin \alpha_i = 0 \quad y \text{ 方向} \end{aligned} \right\} \tag{4}$$

可求得

$$\left. \begin{aligned} N_i &= -Ca_1 \sin \alpha_i - Ca_2 \cos \alpha_i \\ S_i &= -Ca_2 \sin \alpha_i + Ca_1 \cos \alpha_i \end{aligned} \right\} \tag{5}$$

式中： $Ca_1 = Q_i + L_x + F_{i-1} \cos \beta_{i-1} - F_i \cos \beta_i$ ； $Ca_2 = -W_i - L_y - F_{i-1} \sin \beta_{i-1} + F_i \sin \beta_i$ 。

若求得的 $N_i - U_i < 0$ 或 $F_i < 0$ ，则放弃该组优化变量的值，由优化算法重新生成。计算条块的局部安全系数 F_s^i ，若 $F_s^i < 1.0$ ，则违反了摩尔-库仑准则，需要调整 N_i 、 S_i 、 F_i 使 $F_s^i = 1.0$ 。另外，若所得 $S_i < 0$ ，也需对 N_i 、 F_i 进行调整使 $S_i \geq 0$ 。上述2个调整可以统一进行，设调整后条块的 F_s^i 为 F_b ，若违反了摩尔-库仑准则，则 $F_b = 1.0$ ，否则 F_b 为一个较大值，如本文中取 $F_b = 10.0$ 。

首先记

$$Cb_1 = Q_i + L_x + F_{i-1} \cos \beta_{i-1} - c_i \cos \alpha_i / F_b + U_i \tan \varphi_i \cos \alpha_i / F_b \tag{6}$$

$$Cb_2 = -W_i - L_y - F_{i-1} \sin \beta_{i-1} + c_i \sin \alpha_i / F_b - U_i \tan \varphi_i \sin \alpha_i / F_b \tag{7}$$

$$Cd_1 = \sin \alpha_i - \tan \varphi_i \cos \alpha_i / F_b \tag{8}$$

$$Cd_2 = \cos \alpha_i + \tan \varphi_i \sin \alpha_i / F_b \tag{9}$$

调整后为

$$\left. \begin{aligned} N_i &= \frac{-Cb_1 \sin \beta_i - Cb_2 \cos \beta_i}{Cd_1 \sin \beta_i + Cd_2 \cos \beta_i} \\ F_i &= \frac{-Cb_2 Cd_1 + Cb_1 Cd_2}{Cd_1 \sin \beta_i + Cd_2 \cos \beta_i} \\ S_i &= \frac{(N_i - U_i) \tan \varphi_i + c_i}{F_b} \end{aligned} \right\} \tag{10}$$

为满足条块的力矩平衡，需对 h_i 进行调整

$$h_i = (M^i - F_i \sin \beta_i \cdot \frac{b_i}{2}) / (F_i \cos \beta_i) + \frac{b_i}{2} \tan \alpha_i \tag{11}$$

式中： h_i 有一定的容许范围，最直接的就是 $0 \leq h_i \leq 1.0$ ，即条间作用力不允许作用在土坡外。文献[6]中指出，合理的范围应该为 $0.25H_i \leq h_i \leq 0.5H_i$ ，本文算法中假设 $h_{\min} H_i \leq h_i \leq h_{\max} H_i$ ，其中 $h_{\min} = 0.1 \sim 0.2$ ； $h_{\max} = 0.5 \sim 0.9$ 。若求得 h_i 在规定的范围内，则进行下一条块的计算，否则还需调整 g_i

来满足条块的力矩平衡。调整过程中， g_i 最小、最大值分别取 $\pm \frac{0.1b_i}{\cos \alpha_i}$ ，靠近条块左侧*C*点时为负，相反为正。若不能抵消，则抛弃该组优化设计变量值。其中 g_i 可表示为

$$g_i = \{ M^i - F_i [\sin \beta_i \cdot \frac{b_i}{2} + \cos \beta_i (h_i - \frac{b_i}{2} \tan \alpha_i)] \} / N_i \tag{12}$$

需说明的是，对于安全系数大于1.0的边坡，当 $F_s^i = 1.0$ 时，可选择将 F_s^i 调整为1.0，该策略称为AGLC(Approach of Gradual Loading Condition)。对于安全系数小于1.0的土坡，就不能采取这种策略，程序允许 $F_s^i < 1.0$ ，或者对于安全系数大于1.0的边坡，程序也可允许 $F_s^i < 1.0$ ，该策略称为AILC(Approach of Instantaneous Loading Condition)。

基于潘家铮极大值原理求解给定滑动面的安全系数是一个优化搜索的过程，对于给定的土坡稳定分析，同样需要极小值原理的实施，所以本文方法分析土坡稳定性是一个双重优化问题，优化方法均使用文献[7]中提出的混合粒子群算法进行，限于篇幅不再赘述。

2 算 例

2.1 ACADS 考题 3

首先考虑采用澳大利亚计算机协会(ACADS)考题3来检验本文方法，考题3各土层的计算参数如表1所示。

表 1 土层计算参数

Tab. 1 Calculating Parameters of Soil Layer

土层	重度 $\gamma / (\text{kN} \cdot \text{m}^{-3})$	黏聚力 c / kPa	内摩擦角 $\varphi / (^\circ)$
1	18.84	28.50	20.0
2	18.84	0.00	10.0
3	18.84	28.50	20.0

取条块数 $n = 15$ ， $h_{\min} = 0.2$ ， $h_{\max} \in [0.5, 0.9]$ ，分别采用AGLC、AILC两种策略，本文方法所得结果见图2。从图2可以明显看出，采用AGLC策略的结果较AILC策略结果大，如当 $h_{\max} = 0.6$ 时，AGLC策略结果为1.3088，AILC策略结果为1.2690，相应的滑动面如图3所示。文献[1]中汇总了多位学者对该题的计算结果，如Donald自编的程序GWEDGEM结果为1.27，Baker的程序SSA给出了1.24的结果。

图4为 $h_{\max} = 0.6$ 时各条块局部安全系数分布，AILC策略中，最后4个条块安全系数较小，11、12、

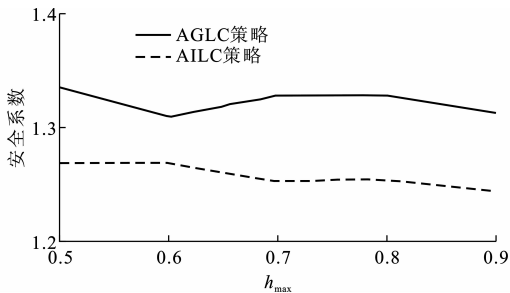


图 2 最小安全系数
Fig. 2 Minimum Factors of Safety

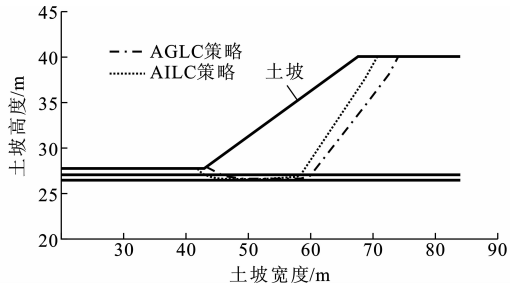


图 3 最危险滑动面比较
Fig. 3 Comparison of Critical Slip Surfaces

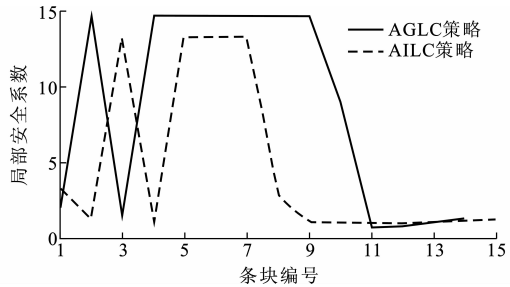


图 4 $h_{\max}=0.6$ 时各条块局部安全系数
Fig. 4 Local Factors of Safety for All Slices when $h_{\max}=0.6$

13 条块安全系数小于 1.0,而 AGLC 策略中最后 7 个条块都达到了极限平衡状态,局部安全系数为 1.0。采用本文方法分析土坡稳定时,除能得到整体安全系数外,还能得到关于滑动面局部的信息。

2.2 Zolfaghari 土坡

考虑 Zolfaghari 等^[8]曾分析过的土坡,其计算参数和剖面分别如表 2、图 5 所示。对于给定的滑动面,Zolfaghari 利用 M-P 法计算安全系数,但与一般做法不同的是,他利用遗传算法而不是牛顿-拉普森迭代方法来求解安全系数,即在分析土坡稳定时,Zolfaghari 同样采取了双重优化过程,但在求解给定滑动面的安全系数这一优化过程中却不是在于诸多的条间倾角分布中找到使安全系数最大的分布,而是仅仅利用优化算法来替代常规迭代确定 F_s ,其

表 2 Zolfaghari 土坡计算参数
Tab. 2 Calculating Parameters of Slope Used by Zolfaghari

土层	重度 $\gamma/(\text{kN} \cdot \text{m}^{-3})$	黏聚力 c/kPa	内摩擦角 $\varphi/(\text{^\circ})$
1	19.0	15.0	20.0
2	19.0	17.0	21.0
3	19.0	5.0	10.0
4	19.0	35.0	28.0

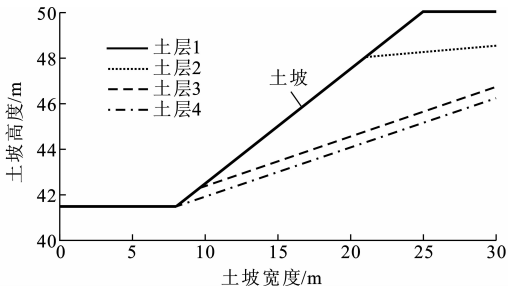


图 5 Zolfaghari 土坡剖面
Fig. 5 Cross-section of Slope Used by Zolfaghari

最终结果为 1.24。笔者利用本程序对其滑动面进行了分析,安全系数介于 1.21~1.25 之间(不同的条块数)。

取条块数 $n=15$,同样假定 $h_{\min}=0.2, h_{\max} \in [0.5, 0.9]$,利用本文方法对该考题进行了分析计算,结果见图 6。AILC 策略结果介于 1.13~1.17 之间,AGLC 策略结果介于 1.11~1.18 之间,两者结果相差不大。如当 $h_{\max}=0.7$ 时,AILC 策略结果为 1.14,AGLC 策略结果为 1.11,两者相应滑动面的局部安全系数和滑动面比较见图 7、图 8。AILC 策略中,第 7~14 条块局部安全系数小于 1.0,而 AGLC 策略中,自第 6 条块到最后 1 个条块均达到极限平衡状态(局部安全系数等于 1.0),这说明土坡有从坡脚先破坏的趋势。从图 8 的滑动面比较可见,根据本文方法所得滑动面均比 Zolfaghari 结果更靠近软弱层,出现该差别可能与 Zolfaghari 使用遗传算法计算给定滑动面的安全系数,而遗传算法在搜索过程中陷入局部最小有关。

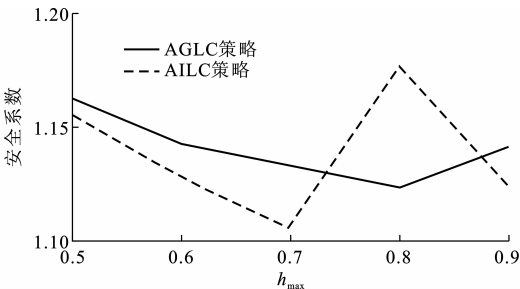


图 6 Zolfaghari 土坡分析结果
Fig. 6 Analysis Results of Slop Used by Zolfaghari

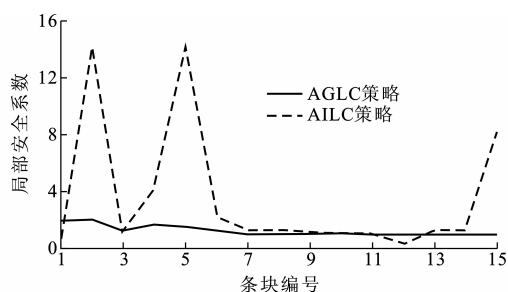


图 7 $h_{\max}=0.7$ 时各条块局部安全系数

Fig. 7 Local Factors of Safety for All Slices when $h_{\max}=0.7$

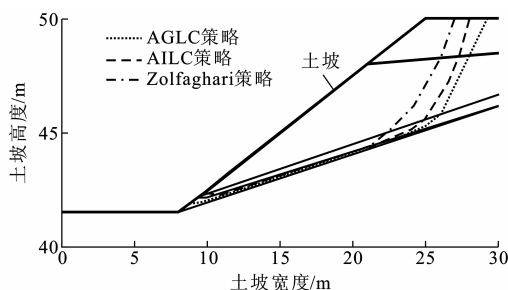


图 8 Zolfaghari 土坡临界滑动面比较

Fig. 8 Comparison of Critical Slip Surfaces of Slope Used by Zolfaghari

3 结 语

将条间作用力的倾角和条间作用力的位置看作优化变量,给出了基于潘家铮极大值原理和优化算法的安全系数求解方法,该方法考虑了条底出现负剪切力和局部破坏以后的调整策略,将其与笔者提出的混合粒子群算法结合对 2 个典型土坡进行了分析。比较结果表明:本文方法除能给出与常规极限平衡方法基本一致的安全系数外,还能提供滑动面局部条块的信息,如局部安全系数;其在实现潘家铮极大、极小值原理的同时,丰富了土边坡稳定分析的途径,在计算技术飞速发展的今天,可用于实际的工程中。

参考文献:

References:

- [1] 陈祖煜,汪小刚,杨 健. 岩质边坡稳定分析原理方法程序[M]. 北京:中国水利水电出版社,2005:394-395.
CHEN Zu-yu, WANG Xiao-gang, YANG Jian. Stability

Analysis of Rock Slopes; Theories Methods and Programs[M]. Beijing: China Water Power Press, 2005: 394-395.

- [2] YAMAGAMI T, TAKIMAZAKA Z, JIANG J. Progressive Failure Analysis of Slopes Based on LEM [C]//LUAN M T, KEIZO U. Performance and Evaluation of Soil Slopes Under Earthquake and Rainstorm. Dalian: Dalian University of Technology Press, 1998: 35-48.
- [3] 沈珠江. 理论土力学[M]. 北京:中国水利水电出版社, 2000:320-323.
SHEN Zhu-jiang. Theoretical Soil Mechanics[M]. Beijing: China Water Power Press, 2000:320-323.
- [4] 梧 松, 郑荣跃. 改进局部安全系数法在土坡稳定性分析中的应用[J]. 岩土力学, 2004, 25(11): 1766-1769.
WU Song, ZHENG Rong-yue. Application of Variable Factor of Safety Method to Slope Stability Analysis [J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, 25 (11): 1766-1769.
- [5] 李 亮, 迟世春, 林 皋, 等. 利用潘家铮极值原理与和声搜索算法进行土坡稳定分析[J]. 岩土力学, 2007, 28 (1): 157-162.
LI Liang, CHI Shi-chun, LIN Gao, et al. Slope Stability Analysis Using Extremum Principle by Pan Jia-zheng and Harmony Search Method [J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, 28(1): 157-162.
- [6] 潘家铮. 建筑物的抗滑稳定和滑坡分析[M]. 北京:水利出版社, 1980: 25-28.
PAN Jia-zheng. Analysis of Landslide and Anti-skid Stability of Structures[M]. Beijing: Hydraulic Press, 1980: 25-28.
- [7] 李 亮, 迟世春, 郑榕明, 等. 混合粒子群算法搜索土坡危险滑动面[J]. 工业建筑, 2007, 37(2): 52-59.
LI Liang, CHI Shi-chun, ZHENG Rong-ming. Search for the Critical Slip Surface Using Mixed Version of Particle Swarm Optimization Algorithms[J]. Industrial Construction, 2007, 37(2): 52-59.
- [8] ZOLFAGHARI A R, HEATH A C, MCCOMBIE P F. Simple Genetic Algorithm Search for Critical Non-circular Failure Surface in Slope Stability Analysis [J]. Computers and Geotechnics, 2005, 32(3): 139-152.