

文章编号:1673-2049(2008)02-0068-04

工程结构作用极值分析方法研究

韩大建, 杜 江

(华南理工大学 土木与交通学院, 广东 广州 510640)

摘要: 由于对工程结构所承受的各类作用进行极值分析, 是确定作用的设计值以及服役结构的作用评估值的重要依据, 针对目前的作用极值分析方法, 主要在 3 个方面展开了探讨, 即作用的截口分布的估计、最大值分布的估计以及估计结果的不确定性的评估等, 发现了这些环节所存在的一些问题和缺陷: 作用截口分布的估计缺乏客观性, 而且估计的准确性不足; 采用随机过程模型计算作用的最大值分布是不合适的; 在极值的分析中缺乏对于不确定性的必要的估计, 同时也存在一些细节上的欠妥之处。最后针对主要的问题提出了建议: 采用阈值模型估计作用的底分布, 采用点过程模型直接估计最大值的广义极值分布, 并且考虑估计的不确定性选择适当的估计。

关键词: 工程结构; 荷载作用; 极值分析; 截口分布拟合; 随机过程; 最大值分布估计

中图分类号: TU312

文献标志码: A

Research on Extreme Value Analysis Method of Actions on Engineering Structures

HAN Da-jian, DU Jiang

(School of Civil Engineering and Transportation, South China University of Technology,
Guangzhou 510640, Guangdong, China)

Abstract: The extreme value analysis of various actions on structures was the basis of the determination of the actions design values for new structures and actions assessment values for service structures. These methods about analysis of extreme value of actions were discussed on three aspects which were the estimation of truncated distribution of actions, the estimation of maximum value distribution of actions as well as the assessment of uncertainty of estimation result. Limitations and deficiency were found in all these aspects: firstly, the fitting method for base distribution of actions lacked in objectivity and was inaccurate; secondly, it was not appropriate to analyze the maximum value distribution of actions using stochastic process model; thirdly, the uncertainty in the estimation of extreme value was neglected, and some imperfections were pointed out in details. Finally, suggestions to the main problems were presented, which estimated the base distribution of actions using threshold model estimated the generalized extreme value distribution of maximum value of actions directly using the point process model, and considered the uncertainty of estimations to select the appropriate one.

Key words: engineering structure; load action; extreme value analysis; truncated distribution fitting; stochastic process; maximum value distribution estimation

收稿日期: 2008-04-10

基金项目: 广州市科技攻关引导项目(2002Z3-D3031)

作者简介: 韩大建(1940-), 女, 广西北海人, 教授, 博士研究生导师, 工学博士, E-mail: djhan@scut.edu.cn.

0 引 言

对工程结构所承受的各类作用进行极值分析,是确定作用的设计值以及服役结构作用评估值的重要依据。对于结构承受的各类荷载作用,包括风荷载、雪荷载、车辆荷载、温度作用、地震作用等,设计规范均采用统计意义上的极值来作为作用的设计值。作为当前研究热点之一的可靠度设计方法更是考虑了作用和抗力同时取极值的概率。对服役结构的安全评估,同样应该考虑实际的作用水平,估计可能的极值,将其作为作用评估值。但是目前在对这些作用极值的统计分析中,存在着的一些问题值得探讨。

1 作用截口分布的估计

极值的统计模型分为精确模型和渐进模型 2 类。如果随机变量 X 的底分布(截口分布) $F(x)$ 已知,那么 X 的 N 次独立观测的最大值 M_N 的分布 F_{M_N} 可以用式(1)表示,此即为精确模型^[1]

$$F_{M_N}(x)=[F(x)]^N \quad (1)$$

在大多数的应用中,截口分布是未知的。因此,包括可靠度设计规范^[2-3]在内的众多文献^[4-7]中,均采用试错法对样本拟合常用的分布类型并做假设检验,从而得到一个不被拒绝的分布。在文献[3]中提到,任意时点荷载的概率分布函数应根据实测数据,运用卡方检验或 K-S 检验等方法,选择典型的概率分布,如正态分布、对数正态分布、伽玛分布、极值 I 型分布、极值 II 型分布、极值 III 型分布等来拟合。因此,在文献[8]中,对于车辆荷载,采用对数正态分布;而文献[2]中,对车辆荷载效应,采用韦伯分布及正态分布;对于雪压与风速以及温度作用的年最大值,则采用极值 I 型分布。

但样本未必来自上述这些分布类型,采用这些分布类型拟合样本仅仅是一种近似。事实上,对多种分布类型的检验很可能都不被拒绝,这是一种很正常的现象。但这却给极值分析带来了困扰,因为要从所有通过检验的分布类型中选择一个,不同的选择得到的最大值分布相差甚大,并且这种选择并没有充分的依据,因此带有很大的随意性。

随机生成 1 000 个标准正态样本,分别拟合正态分布、对数正态分布、伽玛分布、极值 I 型分布,检验结果表明:对各种分布类型均不拒绝(检验的显著性水平 $\alpha=0.05$),如图 1 所示。但采用式(1) ($N=1\,000$)计算最大值分布,结果表明,采用不同的截口

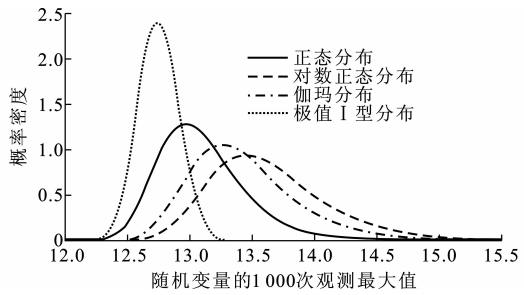


图 1 假定不同底分布时的最大值分布
Fig. 1 Maximum Value Distribution of Assuming Different Bottom Distributions

分布导致最大值分布存在着巨大的差异。

对于一批车辆荷载样本,采用多峰正态分布模型拟合,得到 1 个四峰正态分布,假设检验的 p -值为 0.99;而采用多峰对数正态分布模型拟合,则得到一个双峰分布,假设检验的 p -值为 0.53,由数据拟合得到的分布密度曲线见图 2。由图 2 可见,这 2 个分布拟合的效果都很好。而由图 1 可知,正态分布与对数正态截口分布对应的最大值分布相差极大。事实上,如果将图 2 中的分布尾部在对数坐标系下观察,并与样本的经验概率密度比较,可以发现这些分布对样本的一致性并不好。

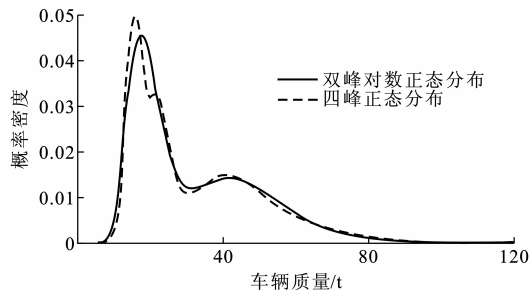


图 2 车辆荷载正态密度曲线
Fig. 2 Normal Density Curves of Vehicle Load

实际上,最大值分布仅与截口分布的尾部形状有关,而与其中央的形状无关。由式(2)可知,底分布的 p 分位数 x_p 就是最大值分布的 p^N 分位数, N 通常是一个很大的数,因此最大值分布仅与底分布的尾部有关,即

$$F(x_p)=p \Rightarrow F_{M_N}(x_p)=F^N(x_p)=p^N \quad (2)$$

当采用正态分布、对数正态分布等拟合样本时,各种分布类型在样本中央拟合的效果很可能相差无几,但在尾部,彼此之间下降速度却相差极大。然而,由于随机变量取极值的几率很小,相应地位于分布尾部的样本数量就很少,因此样本难以分辨不同的分布类型孰是孰非。这种困境说明,极值的准确估计依赖于对截口分布尾部的准确拟合。

除此之外,如果样本是区组最大值,比如年最大风压、年最高水位、年最高日均气温等,截口分布的估计还将面临另外一个问题,即估计结果的可靠性。由于样本的随机特性,分布参数的估计结果实际上是随机变量,如果用于估计的样本容量较大,则估计的方差较小,所得结果的可靠性就较高。然而,实际情况往往并非如此,例如,《建筑结构荷载规范》(GB 50009—2001)对于年最大风压的分布估计,只有1951~1988年一共38个样本可供使用,这将导致对极值Ⅰ型分布的尺度参数 σ 的矩估计值 $\hat{\sigma}^{[9]}$ 服从正态分布 $N(0, 0.176)$ 具有17%的标准误差。

2 基准期内作用最大值分布的估计

当作用的截口分布已知时,可以采用式(1)估计分析基准期内的最大值分布。不过,考虑到作用的时变特性,似乎将作用描述为随机过程更准确,研究人员似乎对此早已达成共识,但这实际上却是多此一举。首先,这种方法虽然推导出复杂的分布模型,但是对于最大值分布的计算结果却与采用随机变量模型的结果[式(1)]并无显著不同;其次,这种思路并不能用于荷载效应的分析,规范中对荷载效应的分析方法仍然采用的是式(1),随机过程理论此时不适用;最后,这种方法掩盖了极值分析的本质,极值分析的精髓在于从序列样本中发现规律,分析样本中出现异常值的概率,而不是和样本外的因素纠缠在一起。

仔细观察上述分析中所用到的随机过程,发现实际上都是 $[0, t]$ 内荷载出现次数的更新过程 $N(t)$ 与荷载随机变量组成的复合更新过程。当荷载重复出现的时间间隔服从指数分布时, $N(t)$ 的截口分布就是泊松分布, $N(t)$ 就是一个泊松过程,而荷载就被描述为一个滤过泊松过程(车辆荷载)。这种方法的本质在于将荷载出现的次数,即式(1)中的 N 当作是一个随机变量或随机过程,采用全概率公式,将式(1)的计算结果考虑 N 取所有可能值的加权求和的结果。由此可知,荷载实际上还是作为随机变量来考虑的,随机过程只是用于描述荷载重复出现次数的。

下面笔者进一步分析采用这种模型得到的结果与式(1)是否不同。

文献[3]中对楼面活荷载、风荷载、雪荷载等,采用平稳二项随机过程概率模型,即将它们的样本函数统一模型化为等时段矩形波函数。在该模型中,分析基准期 T 被划分为 r 个相等的时段,每个时段

出现荷载的概率为 p ,荷载的截口分布为 $F_Q(x)$ 。在设计基准期 T 内荷载最大值的概率分布为

$$F_{QT}(x) = \{1 - p[1 - F_Q(x)]\}^r \quad (3)$$

在该模型中,分析基准期 T 内的作用次数 N 服从二项分布 $B(r, p)$,均值为 rp 。

文献[2]中将车辆荷载模拟为滤过泊松过程(一般运行状态)以及滤过韦伯过程(密集运行状态),并推导得到相应的车辆荷载的最大分布,即

$$F_{M_N}(x) = e^{-\lambda T[1 - F(x)]} \quad (4)$$

$$F_{M_N}(x) = e^{-\lambda T^\beta[1 - F(x)]} \quad (5)$$

式中: λ 为车辆时间间隔的指数分布参数; λT 为分析基准期 T 内车辆的平均出现次数,即式(1)中的 N ; λT^β 与 λT 涵义相同,是针对密集运行状态的。

在上述这2个模型中,分析基准期 T 内的作用次数 N 分别服从泊松分布 $P(\lambda T)$ 以及 $P(\lambda T^\beta)$,均值分别为 λT 以及 λT^β 。

将式(1)右侧展开为傅里叶级数,并取其前2项,有

$$[F_Q(x)]^N = [F_Q(x)]^{pr} = \{1 - [1 - F_Q(x)]^p\}^r \approx \{1 - p[1 - F_Q(x)]\}^r = F_{QT}(x) \quad x \rightarrow x^* \quad (6)$$

式中: x^* 为截口分布的上端点。再将式(4)等号右侧展开为傅里叶级数,同样取其前2项,有

$$e^{-\lambda T[1 - F(x)]} = \{e^{-[1 - F(x)]}\}^{\lambda T} \approx \{1 - [1 - F(x)]\}^{\lambda T} = [F(x)]^{\lambda T} = [F(x)]^N = F_{M_N}(x) \quad x \rightarrow x^* \quad (7)$$

对于式(5)也有类似的结果。由此可见,无论是采用平稳二项随机过程、滤过泊松过程或滤过韦伯过程,当极值趋近于截口分布的上端点时,作用最大值的分布函数均与式(1)的随机变量模型相等。

图3为当采用正态截口分布时随机过程(滤过泊松过程)模型与式(1)随机变量模型得到的最大值概率密度。由图3中可见,即使作用重复次数 N 较小($N=10$),两者得到的密度曲线在尾部也接近重合,而当 N 稍大时($N=100$),就几乎完全重合。由此可见,考虑荷载次数的随机性,得到的结果与不考虑时并无显著不同。

值得一提的是,采用荷载重复出现次数的平均值按照式(1)来计算荷载及其效应的最大值分布,也是国际结构安全度联合委员会(JCSS)推荐的方法。

3 不确定性的评估

每一次抽样得到的统计模型和估计结果都是不同的,如果样本容量很大,那么这种波动就会较小,但是仍然需要对这种不确定性予以衡量。极值问题中的不确定性因素比其他统计问题更多,因此,估计

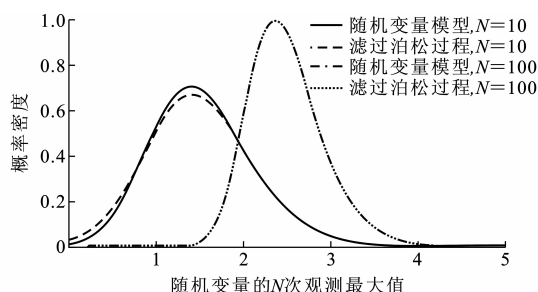


图 3 随机过程模型与普通模型的对比

Fig. 3 Comparison Between Stochastic Process Model and General Model

极值水平的不确定性,同估计极值本身一样重要,但是大部分研究却均忽视了对极值估计的不确定性的评估。

建筑结构荷载规范中对风、雪荷载的年最大值分布(极值Ⅰ型)的估计中,考虑到由于样本容量非常少,估计的方差较大,因此采取 C_1 、 C_2 两个系数来调整分布参数的矩估计值。调整方法是将尺度参数 σ 的估计值减去其估计的标准差,而位置参数 μ 的估计值则加上其估计的标准差。

不过,基于目前使用的试错方法,是无法准确度量估计的不确定性的。因为分布类型是对极值估计影响最大的因素,然而这种方法采用假定的分布类型,放弃了对分布类型不确定性的度量,从而无法得到极值估计的不确定性的准确度量。

文献[2]中提出的设计基准期内(100年)保证率为95%的设计荷载,相当于年最大荷载分布的0.999 487 2分位数,日最大荷载分布的0.999 998 6分位数,以及车质量截口分布的0.999 999 999 86分位数(假设日均车流量10 000 veh)。而用于估计的车质量样本容量为60 000个,则在样本内最大能得到约0.999 983 333 6分位数的自然估计,这与所需要估计的车质量截口分布的分位数相差甚远。远离样本的高分位数的估计,不确定性急剧上升,往往使估计结果失去意义。规范中并未给出估计的方差,不过试图根据5 d的样本,来推测100年的概率分布,是不可能得到可靠估计的。

4 其他意见

在对车辆荷载的研究中,有一个假设条件被广泛使用:公路桥梁结构的设计基准期为100年,假定在1年中只观测1 d,以随机取得1 d的最大值分布代表1年的最大值分布。如此得到的100年最大值分布实际上仅相当于100 d的最大值分布。

根据文献[4],车辆的质量服从对数正态分布 $LN(1.666\ 697, 0.816\ 272)$,车辆时间间隔服从泊松分布 $P(0.043\ 6)$,则根据式(1)可得,1 d最大值分布的0.5和0.95分位数分别为97 t和163 t,1年最大值分布的0.5和0.95分位数分别为287 t和428 t,由此可见,两者相差巨大。

类似的情况在对车辆荷载效应的分析中同样出现,文献[4]中采用1个自然车队荷载效应的分布代替1年的荷载效应的最大值分布,用于分析设计基准期100年内的最大值分布,最终得出实测推断的荷载效应比现行规范中的标准值要低的结论,值得怀疑。

分析荷载的最大值分布,其中一个目的就是确定了设计荷载的标准值。目前规范中对于不同类型荷载,其标准值对应不同的保证率,不知为何不进行统一。对风、雪荷载,其标准值采用“50年一遇”值,这还是2001年调整以后的值,在此之前则是“30年一遇”值。即便如此,在分析基准期50年之内,该值的保证率为36.4%,即50年中风、雪荷载不超过该值的概率为0.364,超过的概率为63.6%,而在100年内该值的保证率则为13.2%,由此可见,这是一个相当低的值。但是对于车辆荷载,规范中规定应取设计基准期100年内保证率为95%的值,这相当于50年内保证率为97.5%的值,或者相当于1 950年一遇”的值。由此可见,车辆荷载与风、雪荷载标准值之间的巨大差别。

另外,可靠度设计规范要求,结构在规定的设计使用年限内应具有足够的可靠度,不同结构具有不同的设计使用年限,但均根据同一个设计基准期(50年)来确定设计荷载(或作用)。不知道按照50年最大值分布确定的设计荷载如何能确保设计使用年限为100年的结构的可靠度,这本身就是不合逻辑的。

5 结 语

目前广泛使用的作用极值分析方法存在以下问题有待改进:

(1)对作用截口分布的拟合结果较为主观,并且对样本的拟合效果并不好。

(2)在作用最大值分布的估计中,采用作用的随机过程模型使问题复杂化。

(3)在作用极值的估计中,没有考虑抽样的不确定性。

自从20世纪以来,极值统计学已经提出了一些

(下转第126页)

- lated by SHI An-bin. Beijing: Tsinghua University Press, 2004.
- [9] 安东尼·吉登斯. 社会的构成[M]. 李康, 李猛, 译. 北京: 三联书店, 1998.
- ANTHONY G. The Constitution of Society [M]. Translated by LI Kang, LI Meng. Beijing: Sanlian Bookstore, 1998.
- [10] 陆宁, 陆路, 冯娟, 等. 现代城镇景观设计存在的问题及对策[J]. 建筑科学与工程学报, 2006, 23(4): 90-94.
- LU Ning, LU Lu, FENG Juan, et al. Existing Problem and Countermeasure of Modern Cities and Towns Landscape Design [J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2006, 23(4): 90-94.
- [11] 宝华, 董小坤. 建筑与可持续发展探讨[J]. 建筑科学与工程学报, 2005, 22(2): 86-89.
- BAO Hua, DONG Xiao-kun. Discussion of Architecture and Sustainable Development [J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2005, 22(2): 86-89.

(上接第 71 页)

新的模型, 并且在其他领域已经得到了成功的应用, 包括阈值模型、次序统计量模型、点过程模型等。这些模型均以样本中最大的若干个即尾部作为分析对象, 根据样本来决定分布尾部的形状, 估计结果是客观的。阈值模型用于估计截口分布(尾部)。点过程模型用于估计样本的最大值分布, 无须先估计截口分布, 也不用对估计得到的分布二次拟合, 直接估计得到广义极值分布。这些模型都能提供对估计的不确定性的准确度量。因此, 建议今后在对工程结构作用极值的分析中, 采用这些模型。

总的来说, 作用极值的统计分析在 20 世纪 90 年代受到较多的关注, 随着极值统计学的快速发展以及广泛应用, 现在已经可以使用比过去更加合理和准确的方法来做出推断。

参考文献:

References:

- [1] 史道济. 实用极值统计方法[M]. 天津: 天津科学技术出版社, 2006.
- SHI Dao-ji. Practical Method for Extremum Statistics Method [M]. Tianjin: Tianjin Science and Technology Press, 2006.
- [2] GB/T 50283—1999, 公路工程可靠度设计统一标准[S].
- GB/T 50283—1999, Unified Standard for Reliability Design of Highway Engineering Structures[S].
- [3] GB 50068—2001, 建筑结构可靠度设计统一标准[S].
- GB 50068—2001, Unified Standard for Reliability Design of Building Structures[S].
- [4] 公路桥梁车辆荷载研究课题组. 公路桥梁车辆荷载研究[J]. 公路, 1997(3): 8-12.
- The Research of Vehicle Load of Highway and Bridge Research Team. The Research of Vehicle Load of Highway and Bridge [J]. Highway, 1997(3): 8-12.
- [5] NOWAK A S. Live Load Model for Highway Bridges [J]. Structural Safety, 1993, 13(1/2): 53-66.
- [6] MIAO T J, CHAN T H T. Bridge Live Load Models from WIM Data [J]. Engineering Structures, 2002, 24(8): 1071-1084.
- [7] 梅刚, 秦权, 林道锦. 公路桥梁车辆荷载的双峰分布概率模型[J]. 清华大学学报: 自然科学版, 2003, 43(10): 1394-1396.
- MEI Gang, QIN Quan, LIN Dao-jin. Bi-modal Probabilistic Model of Highway and Bridge Vehicle Loads [J]. Journal of Tsinghua University: Science and Technology, 2003, 43(10): 1394-1396.
- [8] 杨伟军. 服役结构可靠度理论及其应用[M]. 长沙: 中南工业大学出版社, 2000.
- YANG Wei-jun. Reliability Theory and Its Application of Structures in Service [M]. Changsha: Central South University of Technology Press, 2000.
- [9] GB 50009—2001, 建筑结构荷载规范[S].
- GB 50009—2001, Load Code for Building Structures [S].