

文章编号:1673-2049(2008)02-0085-05

空间主动土压力双剪统一解的简化计算

贾 萍^{1,2}, 赵均海¹, 魏雪英¹, 张常光¹, 郑 璇^{1,3}

(1. 长安大学 建筑工程学院, 陕西 西安 710061; 2. 新疆建筑设计研究院, 新疆 乌鲁木齐 830002;
3. 陕西省建筑设计研究院有限责任公司, 陕西 西安 710003)

摘要:基于双剪统一强度理论,将作用在挡土墙上的土压力视为空间问题,推导出空间主动土压力双剪统一解的简化计算公式,讨论了中间主剪应力影响系数对主动土压力及其参数的影响,并与已有文献的实例进行对比分析。计算结果表明:推导出的土压力及土压力系数公式可适用于各种不同特性材料的空间土压力简化计算;得出的解具有广泛代表性;随着中间主剪应力影响系数的增大,空间主动土压力减小,土压力系数及土压力作用点距墙顶的竖直距离均略有减小;通过变换中间主剪应力影响系数值可获得一系列的解;在工程运用中可根据土质和工程的实际情况,适当选择统一强度参数来确定土压力的大小。

关键词:岩土工程;空间主动土压力;双剪统一强度理论;简化计算;中间主剪应力

中图分类号:TU432 **文献标志码:**A

Simplified Calculation of Twin-shear Unified Solution of Space Active Earth Pressure

JIA Ping^{1,2}, ZHAO Jun-hai¹, WEI Xue-ying¹, ZHANG Chang-guang¹, ZHENG Xuan^{1,3}

(1. School of Architectural Engineering, Chang'an University, Xi'an 710061, Shaanxi, China;

2. Xinjiang Architecture Design and Research Group, Urumqi 830002, Xinjiang, China;

3. Shaanxi Research Institute and Design Company Limited Duty, Xi'an 710003, Shaanxi, China)

Abstract: Based on twin-shear unified strength theory, the simplified calculation formula of twin-shear unified solution of space active earth pressure was derived when the earth pressure acted on retaining wall was taken as the spatial problem. The intermediate principal shear stress influence coefficient was discussed and the effect on active earth pressure and its parameters were investigated. The comparison with the existing reference was taken. The calculation results show that the earth pressure and its coefficient formula can be suitable for all kinds of different material behaviors; the space active earth pressure decreases with increasing of the intermediate principal stress influence coefficient; the coefficient of earth pressure and the vertical distance from the position of earth pressure to the top of retaining wall decrease slightly; good agreement can be observed from the comparison between the results of reference and that of this paper; a series of solutions can be obtained through transforming intermediate principal stress influence coefficient; the earth pressure can be determined by choosing suitable unified strength parameters in terms of earth behavior and practice situation in engineering application.

Key words: geotechnical engineering; space active earth pressure; twin-shear unified strength theory; simplified calculation; intermediate principal shear stress

收稿日期:2008-01-20

基金项目:教育部高等学校博士学科点专项科研基金项目(20040710001);陕西省自然科学基金研究计划项目(2005E204)

作者简介:贾 萍(1982-),女,四川达州人,长安大学工学硕士研究生,E-mail:jiaping0808@sina.com。

0 引言

目前土压力的计算方法有很多^[1-6],可分为平面问题解、空间问题解和有限元法等。作用在挡土墙上的土压力是一个空间问题,而朗肯理论、库仑理论和极限平衡理论都是将挡土墙作为平面问题来研究的。对空间土压力的研究是从 20 世纪 50 年代开始的,特别是近 20 年来,许多学者对这一问题进行了试验研究,才使空间土压力的计算成为可能。文献[1]~文献[3]中将土压力视为平面问题,推导出基于统一强度理论的土压力公式。文献[4]、文献[5]中采用统一强度理论,将土压力视为空间问题,推导出空间土压力公式。

本文中笔者将作用在挡土墙上的土压力视为空间问题,运用双剪统一强度理论,同时考虑 3 个主应力的作用,在文献[4]的基础上,采用简化计算,即将平衡拱面积用大小相等的梯形面积来代替,使计算模型及推导过程简化,并推导出空间主动土压力简化计算的双剪统一解,同时通过变换双剪统一强度理论参数 b 值,可获得一系列的统一解。

1 双剪统一强度理论

双剪统一强度理论是由俞茂宏提出的一种强度理论^[7],该强度理论是以双剪应力单元体为物理模型,考虑了作用在应力单元体上的所有剪应力及其相应的正应力对材料屈服和破坏的不同影响,以及中间主应力 σ_2 在不同应力条件下对材料屈服和破坏的影响,可以适用于从金属到岩土类材料。

采用岩土工程中常用的剪切强度参数 c_0 和内摩擦角 φ_0 表示的双剪统一强度理论^[8]为

$$\{2 + (2 - m)b + [2 + (2 + m)b]\sin \varphi_0\} \sigma_1 -$$

$$(1 - \sin \varphi_0)(bm + 2)\sigma_3 = 4c_0(1 + b)\cos \varphi_0 \quad (1)$$

$$(2 + bm)(1 + \sin \varphi_0)\sigma_1 + [bm(1 + \sin \varphi_0) +$$

$$2(1 + b)(1 - \sin \varphi_0)]\sigma_3 = 4c_0(1 + b)\cos \varphi_0 \quad (2)$$

式中: m 为中间主应力系数; b 为反映中间主剪应力的影响系数, $0 \leq b \leq 1$; b 实际上也是一个选用不同强度准则的参数,如当 $b=0$ 时,得到 Mohr-Coulomb 强度准则;当 $b=1$ 时,得到双剪强度理论;当材料的拉压强度比 $\alpha=1$, $b=0, 0.5, 1$ 时,则分别得到 Tresca 屈服准则、Misses 屈服准则的线性逼近和双剪屈服准则。双剪统一强度理论形成了一个外凸理论,是从下限到上限并覆盖了域内所有区域的系统化的理论。对于平面应变问题,中间主应力系数 m 由中

间主应力表达式 $\sigma_2 = \frac{m}{2}(\sigma_1 + \sigma_3)$ 确定,其中, σ_1 为最大主应力; σ_3 为最小主应力。根据文献[9],当土体处于弹性状态时, $m < 1$; 当土体屈服时, $m \rightarrow 1$ 。

与双剪统一强度理论相对应的内摩擦角 φ_t 和黏聚力 c_t 可表示为^[10]

$$\sin \varphi_t = \frac{b(1 - m) + (2 + b + bm)\sin \varphi_0}{2 + b(1 + \sin \varphi_0)} \quad m \neq 1 \quad (3)$$

$$\varphi_t = \arcsin \frac{b(1 - m) + (2 + b + bm)\sin \varphi_0}{2 + b(1 + \sin \varphi_0)} \quad (4)$$

$$c_t = \frac{2(b + 1)c_0 \cos \varphi_0}{2 + b(1 + \sin \varphi_0)} \frac{1}{\cos \varphi_t} \quad (5)$$

式(3)~(5)中的 φ_t 、 c_t 分别为对应于双剪统一强度理论的新的强度参数。当用常规土工试验方法确定的强度参数 φ_0 、 c_0 为已知常量时, φ_t 、 c_t 仅是材料强度参数 b 的函数,它们是考虑了中间主应力对各种不同材料屈服影响的新的材料强度参数。由此,对于空间应力状态,按双剪统一强度理论确定强度参数 φ_t 、 c_t ,同时,考虑 σ_1 、 σ_2 、 σ_3 对材料屈服强度的贡献。

2 挡土墙上空间土压力的简化计算

作用在挡土墙上土压力的大小与滑裂体的质量,也就是滑裂土体的体积有关,而滑裂体的体积,是由挡土墙墙面、平衡拱柱段和滑动面所包围的截柱体,滑裂面是一个复杂的曲面,但滑动面的曲度并不大,故为了计算方便,仍可近似地假定滑动面为一平面。

本文中为了进一步简化计算,可近似地将高度为界限高度 H_n 时滑裂体顶部处的水平面积,即平衡拱面积 A (拱形 dce 的面积)用大小相等的梯形面积 A_2 (梯形 $dghe$ 的面积)来代替,并使梯形面积的高度等于平衡拱的矢高 h ,如图 1 所示。

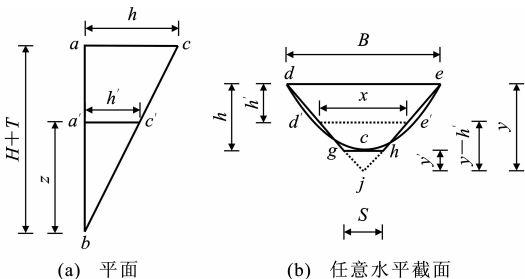


图 1 滑裂体的简化计算模型

Fig. 1 Simplified Calculation Model of Sliding Wedge

2.1 滑裂体的基本尺寸

2.1.1 平衡拱的面积

由文献[6]可知,平衡拱的面积为

$$A = \int_0^h dA \int_0^h 2\eta \sqrt{y} dy = \frac{4}{3} \eta h^{3/2} \quad (6)$$

式中: h 为平衡拱的矢高, $h = (\lambda B \cot \varphi) / 4$, 本文中采用双剪统一理论的内摩擦角 φ_i , 则有 $h = (\lambda B \cdot \cot \varphi_i) / 4$; η 为参数, $\eta = (B \tan \varphi / \lambda)^{1/2}$, 采用双剪统一理论的内摩擦角 φ_i 时有 $\eta = (B \tan \varphi_i / \lambda)^{1/2}$, λ 为修正系数, $\lambda = 1.22 + 0.00896\delta$, δ 为填土与挡土墙墙面的摩擦角; B 为梯形面积 A_2 的底边长度, 即挡土墙的长度。

在简化计算中, 平衡拱的计算图形可用梯形来代替, 故

$$\frac{1}{2}(S+B)h=A \quad (7)$$

式中: S 为梯形面积 A_2 的顶边长度。

由式(7)可得

$$S = \frac{2A}{h} - B \quad (8)$$

2.1.2 滑裂体任意水平截面的面积

在图1(b)中, 若将梯形面积 A_2 的两边延长相交于 j 点, 则由 $\triangle dje$ 与 $\triangle gjh$ 相似的条件可得

$$\left. \begin{aligned} y &= Bh / (B - S) \\ y' &= hs / (B - S) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中: y 为 $\triangle dje$ 的高; y' 为 $\triangle gjh$ 的高。

由图1(a)可以看出, 当挡土墙的墙高等于界限高度 H_n , 而滑裂体的顶部截面的高度为 h 时, 在墙底以上高度为 z 处, 滑裂体的宽度为 h' , 由 $\triangle abc$ 和 $\triangle a'bc'$ 相似的条件可得

$$h' = \frac{h}{H_n} z \quad (10)$$

由图1(b)中 $\triangle d'je'$ 和 $\triangle dje$ 相似的条件可得

$$x = (y - h') \frac{B}{y} \quad (11)$$

式中: x 为任意高度 z 处滑裂体水平截面的顶宽。

将式(9)、(10)代入式(11), 得

$$x = B - \frac{(B - S)z}{H_n} \quad (12)$$

将式(8)代入式(12), 得

$$x = B - \frac{2(Bh - A)z}{H_n h} \quad (13)$$

所以在墙底以上高度为 z 处, 滑裂体的水平截面面积为

$$A' = \frac{1}{2}(B + x)h' = \frac{Bh}{H_n} z - \frac{(Bh - A)z^2}{H_n^2} \quad (14)$$

2.1.3 滑裂体的体积

(1) 当 $H_n = H + T$ 时, 即挡土墙的高度 $H < H_n$ 时, 滑裂体的体积 V 为

$$V = \int_0^H A' dz = \int_0^H \left[\frac{Bh}{H_n} z - \frac{(Bh - A)z^2}{(H + T)^2} \right] dz = \frac{Bh H^2}{2H_n} - \frac{(Bh - A)H^3}{3H_n^2} \quad (15)$$

此时 $H_n = H + T$, 故

$$V = \frac{Bh H^2}{2H_n} - \frac{(Bh - A)H^3}{3H_n^2} = \frac{Bh H^2}{2(H + T)} - \frac{(Bh - A)H^3}{3(H + T)^2} \quad (16)$$

(2) 当 $H_n = H$ 时, 即墙高 H 等于界限高度 H_n 时, 滑裂体的体积 V_n 为

$$V_n = \frac{Bh H_n^2}{2H_n} - \frac{(Bh - A)H_n^3}{3H_n^2} = \frac{1}{2} Bh H_n - \frac{1}{3} (Bh - A) H_n \quad (17)$$

(3) 当 $H_n = H - T$ 时, 即挡土墙的高度 $H > H_n$ 时, 滑裂体的体积为

$$V = V_n + V_T = \left[\frac{1}{2} Bh - \frac{1}{3} (Bh - A) \right] H_n + AT = \left(\frac{1}{6} Bh + \frac{1}{3} A \right) H_n + AT \quad (18)$$

此时 $H_n = H - T$, 故

$$V = V_n + V_T = \left(\frac{1}{6} Bh + \frac{1}{3} A \right) (H - T) + AT \quad (19)$$

式中: V_T 为平衡拱柱段高度 T 的滑裂体的体积, $V_T = AT$ 。

2.2 作用在挡土墙上的主动土压力

作用在挡土墙上的主动土压力 P 可按式(20)计算

$$P = \gamma V k \quad (20)$$

式中: γ 为填土的重度; k 为主动土压力系数, 按式(21)计算, 即

$$k = \frac{(\cot \varphi_i - \tan \theta) \sin \varphi_i}{[\tan \theta + \tan(\varphi_i + \delta)] \cos(\varphi_i + \delta)} \quad (21)$$

(1) 当 $H_n < H$ 时, 作用在挡土墙上的主动土压力为

$$P = \gamma \left[\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} Bh + A \right) (H - T) + AT \right] k = \gamma \left[\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} Bh + A \right) (H - T) + AT \right] \cdot$$

$$\frac{(\cot \varphi_i - \tan \theta) \sin \varphi_i}{[\tan \theta + \tan(\varphi_i + \delta)] \cos(\varphi_i + \delta)}$$

式中: θ 为滑裂土体的滑裂面与挡土墙墙面之间的夹角, $\tan \theta = h / (H - T)$, 则有

$$P = \gamma \left[\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} Bh + A \right) (H - T) + AT \right] \cdot \frac{[(H - T) \cot \varphi_i - h] \sin \varphi_i}{[h + (H - T) \tan(\varphi_i + \delta)] \cos(\varphi_i + \delta)} \quad (22)$$

根据式(22),按极值条件 $\frac{dP}{d(H-T)}=0$,可得

$$(H-T)^2+B_1(H-T)-B_2=0, \text{故}$$

$$H_n=(H-T)=\frac{1}{2}(-B_1+\sqrt{B_1^2+4B_2})$$

$$B_1=\frac{2h}{\tan(\varphi_t+\delta)}$$

$$B_2=AHh[\cot \varphi_t+\tan(\varphi_t+\delta)]/[(\frac{2}{3}A-\frac{Bh}{6}) \cdot$$

$$\cot \varphi_t \tan(\varphi_t+\delta)]+\frac{h^2}{\cot \varphi_t \tan(\varphi_t+\delta)}$$

(2)当 $H_n=H$ 时,作用在挡土墙上的主动土压力为

$$P=\frac{1}{3}\gamma(\frac{1}{2}Bh+A)H_nk=\frac{1}{3}\gamma(\frac{1}{2}Bh+A) \cdot$$

$$H_n \frac{(H_n \cot \varphi_t - h) \sin \varphi_t}{[h + H_n \tan(\varphi_t + \delta)] \cos(\varphi_t + \delta)} \quad (23)$$

此时 $\tan \theta = h/H_n$ 。

(3)当 $H_n > H$ 时,作用在挡土墙上的主动土压力为

$$P=\gamma[\frac{BhH^2}{2(H+T)}-\frac{(Bh-A)H^3}{3(H+T)^2}]k=$$

$$\gamma[\frac{BhH^2}{2(H+T)}-\frac{(Bh-A)H^3}{3(H+T)^2}] \cdot$$

$$\frac{[(H+T) \cot \varphi_t - h] \sin \varphi_t}{[h + (H+T) \tan(\varphi_t + \delta)] \cos(\varphi_t + \delta)} \quad (24)$$

此时 $\tan \theta = h/(H+T) = h/H_n$ 。

2.3 土压力作用点位置的确定

土压力 P 的作用点距挡土墙墙顶(填土表面)的距离 y_T 可按式(25)计算

$$y_T = \gamma k \int_0^H A' z dz / (\gamma k \int_0^H A' dz) = \frac{\int_0^H A' z dz}{\int_0^H A' dz} \quad (25)$$

(1)当 $H_n < H$ 时,滑裂土体的体积可分为 2 个部分,在墙高为 $0 \sim H_n$ 的一段,滑裂土体为一楔形体,任意高度 z 处滑裂土体的水平截面面积为 A' ,其值为

$$A' = \frac{Bh}{H-T}z - \frac{Bh-A}{(H-T)^2}z^2 \quad (26)$$

高度从 $H_n=H-T$ 到 H 的一段,滑裂土体的水平截面等于平衡拱面积 A ,而滑裂土体为高度等于 T 的平衡拱柱段,即此时 $A'=A$,故

$$\int_0^H A' z dz = AT(H - \frac{1}{2}T) + \int_0^{H-T} [\frac{Bh}{H-T}z^2 - \frac{Bh-A}{(H-T)^2}z^3] dz = \frac{1}{2}A[H^2 - (H-T)^2] +$$

$$\frac{1}{4}(\frac{Bh}{3} + A)(H-T)^2$$

$$\text{而} \int_0^H A' dz = AT + \frac{1}{3}(A + \frac{1}{2}Bh)(H-T), \text{故}$$

$$y_T = \{ \frac{1}{2}A[H^2 - (H-T)^2] + \frac{1}{4}(\frac{Bh}{3} + A)(H-T)^2 \} / [AT + \frac{1}{3}(A + \frac{1}{2}Bh)(H-T)] \quad (27)$$

(2)当 $H_n=H$ 时,有

$$\int_0^H A' z dz = \frac{1}{4}(\frac{Bh}{3} + A)H^2$$

$$\int_0^H A' dz = \frac{1}{3}(\frac{Bh}{2} + A)H$$

故

$$y_T = \frac{1}{4}(\frac{Bh}{3} + A)H^2 / [\frac{1}{3}(\frac{Bh}{2} + A)H] = 3(\frac{Bh}{3} + A)H / [4(\frac{Bh}{2} + A)] \quad (28)$$

(3)当 $H_n > H$ 时,即 $H_n = H + T$,有

$$\int_0^H A' z dz = \int_0^H [\frac{Bh}{H+T}z^2 - \frac{Bh-A}{(H+T)^2}z^3] dz =$$

$$\frac{BhH^3}{3(H+T)} - \frac{(Bh-A)H^4}{4(H+T)^2}$$

$$\int_0^H A' dz = \int_0^H [\frac{Bh}{H+T}z - \frac{Bh-A}{(H+T)^2}z^2] dz =$$

$$\frac{BhH^2}{2(H+T)} - \frac{(Bh-A)H^3}{3(H+T)^2}$$

故

$$y_T = [\frac{Bh}{3} - \frac{(Bh-A)H}{4(H+T)}]H / [\frac{Bh}{2} - \frac{(Bh-A)H}{3(H+T)}] \quad (29)$$

3 算 例

为了对比分析,采用文献[4]中的示例来说明双剪统一强度理论用于空间主动土压力简化计算的情况。表 1 为挡土墙高 $H=4$ m,墙长 $B=12$ m,墙面竖直,填土表面水平,填土重度 $\gamma=17$ kN \cdot m $^{-3}$,内摩擦角 $\varphi_0=30^\circ$,土与墙面的摩擦角 $\delta=20^\circ$ 时的计算结果。

由表 1 可知,与文献[4]中的结论相似,空间土压力 P 随着中间主剪应力影响系数 b 值的增大而减小。这是由于土体内摩擦角 φ_t 随着 b 值的增大而增大,土体的抗剪强度随之提高,挡土墙墙背所承受的主动土压力则随之减小。随着 b 值的增大,土

压力作用点距墙顶的竖直距离 y_T 略有减小,不同之处在于土压力系数 k 随着 b 值的增大略有减小。

表 1 不同 b 值时挡土墙空间土压力简化计算结果
Tab. 1 Simplified Calculation Results of Space Earth Pressures on Retaining Wall with Different b Values

b	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
$\varphi_1/(^\circ)$	30.000	31.449	32.579	33.485	34.229	34.850
h/m	2.887 4	2.830 8	2.789 9	2.759 0	2.735 1	2.715 4
k	0.470 9	0.462 9	0.456 4	0.451 0	0.446 6	0.442 8
P/kN	446.519 0	421.970 2	403.513 0	389.114 3	377.637 8	368.255 9
$(P \cdot B^{-1})/(\text{kN} \cdot \text{m}^{-1})$	37.209 9	35.164 2	33.626 1	32.426 2	31.469 8	30.688 0
y_T/m	2.638 9	2.638 3	2.637 8	2.637 5	2.637 2	2.637 0

4 结 语

(1)基于双剪统一强度理论,推导出了空间土压力简化计算的双剪统一解。算例的分析结果表明:随着中间主剪应力影响系数 b 值的增大,空间土压力 P 减小,土压力系数 k 略有减小,土压力作用点距墙顶的竖直距离 y_T 略有减小。

(2)通过算例对比可以看出,由于采用简化计算时滑裂体的界限高度 H_n 变大,本文的计算结果与文献[4]中的结果相比均偏大,且土压力系数 k 随着 b 值的增大而略减,与文献[10]中 k 随 b 值的增大而略增不同。

(3)双剪统一强度理论覆盖了现有的各种强度理论,适用于各类材料。对岩土类材料,根据土质的指标及土质情况取适当的 b 值,可得到更为合理的结果。

参考文献:

References:

[1] 高江平,刘元烈,俞茂宏.统一强度理论在挡土墙土压力计算中的应用[J].西安交通大学学报,2006,40(3):357-359.
GAO Jiang-ping, LIU Yuan-lie, YU Mao-hong. Unified Strength Theory with Applications to Earth Pressure [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2006,40(3):357-359.

[2] 范 文,刘 聪,俞茂宏.基于统一强度理论的土压力公式[J].长安大学学报:自然科学版,2004,24(6):43-46.
FAN Wen, LIU Cong, YU Mao-hong. Formula for Earth Pressure Based on Unified Strength Theory [J]. Journal of Chang'an University: Natural Science

Edition,2004,24(6):43-46.

[3] 翟 越,林永亮,范 文,等.土压力滑楔理论的统一解[J].地球科学与环境学报,2004,26(1):24-28.
ZHAI Yue, LIN Yong-liang, FAN Wen, et al. Unified Solution of the Theory on Sliding Wedge for Earth Pressure[J]. Journal of Earth Sciences and Environment,2004,26(1):24-28.

[4] 高江平,俞茂宏.双剪统一强度理论在空间主动土压力计算中的应用[J].西安建筑科技大学学报:自然科学版,2006,38(1):93-99.
GAO Jiang-ping, YU Mao-hong. Application of the Twin-shear Unified Theory in the Space Earth Pressure Computation[J]. J Xi'an University of Arch & Tech: Natural Science Edition,2006,38(1):93-99.

[5] 谢群丹,何 杰,刘 杰.双剪统一强度理论在土压力计算中的应用[J].岩土工程学报,2003,25(3):343-345.
XIE Qun-dan, HE Jie, LIU Jie. Unified Twin Shear Strength Theory for Calculations of Earth Pressure [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2003,25(3):343-345.

[6] 顾慰慈.挡土墙土压力计算[M].北京:中国建材工业出版社,2001.
GU Wei-ci. Computation for Earth Pressure of Retaining Wall[M]. Beijing: China Building Material Industry Publishing House,2001.

[7] YU Mao-hong. Unified Strength Theory and Its Applications[M]. Berlin: Springer,2004:134-136.

[8] YU Mao-hong. Advances in Strength Theories for Materials Under Complex Stress State in the 20th Century [J]. Advances in Mechanics,2004,34(4):529-560.

[9] 俞茂宏,杨松岩,刘春阳,等.统一平面应变滑移线场理论[J].土木工程学报,1997,30(2):14-26.
YU Mao-hong, YANG Song-yan, LIU Chun-yang, et al. Unified Plane-strain Slip Line Theory System [J]. China Civil Engineering Journal,1997,30(2):14-26.

[10] 俞茂宏,咎月稳,范 文,等.20 世纪岩石强度理论的发展——纪念 Mohr-Coulomb 强度理论 100 周年[J].岩石力学与工程学报,2000,19(5):545-550.
YU Mao-hong, ZAN Yue-wen, FAN Wen, et al. Advances in Strength Theory of Rock in the 20th Century—100 Years in Memory of the Mohr-Coulomb Strength Theory[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,2000,19(5):545-550.