

文章编号:1673-2049(2008)03-0081-06

## 钢管混凝土轴压短柱的极限承载力分析

魏 锦<sup>1,2</sup>, 赵均海<sup>1</sup>, 刘彦东<sup>3</sup>, 田宏伟<sup>4</sup>

(1. 长安大学 建筑工程学院, 陕西 西安 710061; 2. 南京长安建筑规划设计有限公司, 江苏 南京 210019;  
3. 中煤西安设计工程有限公司, 陕西 西安 710054; 4. 昆山市建筑设计院有限公司, 江苏 昆山 215300)

**摘要:**基于双剪统一强度理论, 充分考虑了中间主应力, 即钢管和核心混凝土之间的相互作用力(紧箍力)的影响, 推导出了钢管混凝土轴心受压短柱的承载力公式。该公式不仅考虑了紧箍力对混凝土的约束作用, 而且考虑了紧箍力对钢管的环向张拉作用, 并对其侧压系数和材料强度参数的取值做了分析探讨, 最后将计算结果与文献资料的试验数据进行了对比。结果表明:双剪统一强度理论对钢管混凝土构件的研究有很好的适用性;考虑紧箍力对钢管承载力的影响是非常有必要的;该研究为钢管混凝土结构的优化设计提供了可靠的理论依据。

**关键词:**钢管混凝土;双剪统一强度理论;短柱;紧箍力;极限承载力

**中图分类号:**TU398.9

**文献标志码:**A

## Analysis of Ultimate Bearing Capacity of Concrete-filled Steel Tubular Axial Compression Short Columns

WEI Jin<sup>1,2</sup>, ZHAO Jun-hai<sup>1</sup>, LIU Yan-dong<sup>3</sup>, TIAN Hong-wei<sup>4</sup>

(1. School of Architectural Engineering, Chang'an University, Xi'an 710061, Shaanxi, China;  
2. Nanjing Chang'an Building Planning and Design Ltd, Nanjing 210019, Jiangsu, China;  
3. China Coal Xi'an Engineering Design Ltd, Xi'an 710054, Shaanxi, China;  
4. Kunshan Architectural Design Ltd, Kunshan 215300, Jiangsu, China)

**Abstract:** According to the bearing capacity of concrete-filled steel tubular axial compression short columns, based on the twin-shear unified strength theory, the calculation formula of bearing capacity of concrete-filled steel tubular members subjected to axial compressive short columns was derived. In this formula, the intermediate principal stress and the reciprocity force between strain-constrained concrete cylinders and steel tube were considered sufficiently. The restrain action of concrete and the circumferential stretching of the steel tube both produced by the reciprocity force were taken into account, these made the compressive strength of concrete enhanced, and made the compressive strength of the steel tube reduced. The values for lateral pressure coefficients and for material strength parameters were analyzed and discussed. A comparison between the theoretical results and the experimental data in the literature was achieved. The results indicate that the twin-shear unified strength theory is versatile in the theoretical analysis of concrete-filled steel tube and considering the effect of the reciprocity force is very necessary. The reliable theoretical foundation can be provided for the optimum design of concrete-filled steel tube.

收稿日期:2008-04-12

基金项目:教育部高等学校博士学科点专项科研基金项目(2004710001);陕西省自然科学基金研究计划项目(SJ08E204)

作者简介:魏 锦(1981-),女,江苏徐州人,长安大学工学硕士,E-mail:king\_weijin1981@163.com。

**Key words:** concrete-filled steel tube; twin-shear unified strength theory; short column; reciprocity force; ultimate bearing capacity

## 0 引言

钢管混凝土是将普通混凝土填入薄壁钢管中而形成的复合材料。钢管混凝土结构是借助钢管对核心混凝土的约束作用,使核心混凝土处于三向受压状态,从而使其具有更高的抗压强度,而且还由脆性材料转变为塑性材料,基本性能发生了质的变化;同时,由于内部混凝土的存在,改变了空钢管的失稳特性,充分利用了钢材的屈服强度,从而提高了其实际的承载力。由于钢管混凝土构件可以达到钢材和混凝土 2 种材料的最佳使用效果,各国学者对其在轴心荷载作用下的极限承载力进行了大量的研究<sup>[1-2]</sup>。然而,大部分的研究仅考虑了紧箍力对核心混凝土的约束作用,使核心混凝土的承载力得到大幅度的提高,但未考虑紧箍力对钢管的环向张拉作用,使钢管的作用从初期的主要为纵向受压发展为后期的主要为环向受拉,进而使得抗压强度有所降低,而且对于其下降量的多少及对钢管混凝土柱承载力的影响程度也都没有一个定量的描述。

本文中笔者依据双剪统一强度理论来研究钢管混凝土柱的轴心受力问题,充分考虑了紧箍力(中间主应力)对钢管和核心混凝土的双向影响,推导出了理论性较强的承载力计算公式。对由于紧箍力的约束作用所导致的核心混凝土承载力提高问题,采用文献[3]中基于双剪统一强度理论推导出的公式进行分析;对由于钢管的环向张拉所导致的钢管承载力降低问题,采用弹塑性力学中的处于平面应变状态的薄壁圆筒模型进行分析,并结合钢管混凝土受压构件的工作机理,建立钢管的三向应力之间的关系,通过双剪统一强度理论求得紧箍力的统一极限解,从而推导出钢管混凝土柱的承载力计算公式。本文的计算公式是建立在双剪统一强度理论和弹塑性力学的基础上的,有很好的理论基础,并将计算结果与已有的试验数据进行了对比分析,两者吻合非常好,从而验证了理论计算公式的正确性和考虑紧箍力的必要性。

## 1 统一强度理论

1991 年俞茂宏在双剪强度理论的基础上,建立了一种全新的考虑中间主应力影响的适用于各种不同材料的双剪统一强度理论,它具有统一的数学模

型,简单统一的数学表达式,能十分灵活地适用于各种不同特性的材料,其数学表达式为<sup>[4-5]</sup>

$$F = \sigma_1 - \frac{\alpha}{1+b} (b\sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_s \quad \sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + \alpha\sigma_3}{1+\alpha} \quad (1)$$

$$F' = \frac{1}{1+b} (\sigma_1 + b\sigma_2) - \alpha\sigma_3 = \sigma_s \quad \sigma_2 \geq \frac{\sigma_1 + \alpha\sigma_3}{1+\alpha} \quad (2)$$

式中:  $\sigma_s$ 、 $\sigma_c$ 、 $\tau_s$  分别为材料的拉伸、压缩和剪切极限强度;  $\alpha$  为材料的拉压强度比,  $\alpha = \frac{\sigma_s}{\sigma_c}$ , 对于韧性金属材料,  $\alpha$  一般为 0.77~1.00, 对于脆性金属材料,  $\alpha$  为 0.33~0.77, 对于岩石类材料,  $\alpha$  一般小于 0.5;  $b$  为反映中间主切应力及相应面上的正应力对材料破坏程度的影响系数,  $0 \leq b \leq 1$ ,  $b = \frac{(1+\alpha)\tau_s - \sigma_s}{\sigma_s - \tau_s} = \frac{(1+\alpha) - B}{B-1}$ ;  $B$  为切应力系数,  $B = \frac{\sigma_s}{\tau_s}$ ;  $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$ 、 $\sigma_3$  为中间主应力。

## 2 极限承载力公式的推导

### 2.1 钢管和核心混凝土之间的相互作用

钢材在弹性工作阶段时的泊松比很小,取其平均值 0.283,达到塑性阶段时为 0.5。而混凝土的泊松比在低应力水平时为 0.167,随着应力的增大而增大,当泊松比大于 0.5 时,核心混凝土向外扩张的变形将大于钢管的直径扩张变形,从而产生钢管与核心混凝土之间的相互作用力  $p$ ,即紧箍力,如图 1、2 所示。

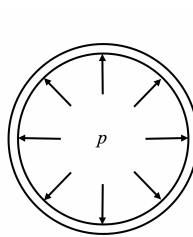


图 1 钢管受的内压力  
Fig. 1 Internal Pressure of Steel Tube

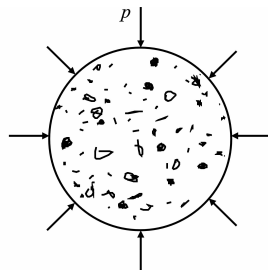


图 2 混凝土受的约束力  
Fig. 2 Restraining Force of Concrete

### 2.2 钢管的承载力

设钢管的内径为  $R$ , 壁厚为  $t$ 。对于绝大多数工程实际以及试验研究中的钢管混凝土柱,其尺寸均满足径厚比  $D/t \geq 20$ ,  $D$  为钢管外径,根据钢管混凝土柱中钢管的受力状况,可将其视为承受轴压、内压

的薄壁圆筒进行分析计算<sup>[6]</sup>。薄壁圆筒的内表面受均布内压力  $p$  作用,轴向受压力  $T$  作用,材料为理想塑性不可压缩,其受力如图3所示。

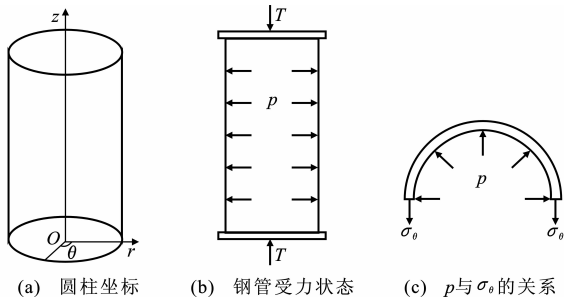


图3 薄壁钢管受力

Fig. 3 Force of Thin-walled Steel Tube

对于只承受内压的薄壁圆筒,其弹性解为<sup>[7-8]</sup>

$$\sigma_\theta = \frac{pR}{t}, (\sigma_r)_{r=R} = -p, (\sigma_r)_{r=R+t} = 0 \quad (3)$$

式中: $\sigma_r$ 、 $\sigma_\theta$  分别为径向和环向应力。由于壁厚很薄,所以可取  $\sigma_r = -p$ 。对于长圆筒,可以认为其处于平面应变状态,即轴向应变  $\epsilon_z = 0$ 。按文献[9]中对于平面应变弹塑性问题的研究,有轴向应力  $\sigma_z = \frac{m}{2}(\sigma_r + \sigma_\theta)$ ,  $2\nu \leq m \leq 1$ ,在弹性区,可取  $m = 2\nu$ ,  $\nu$  为材料的泊松比,在塑性区,  $m \rightarrow 1$ ,取  $m = 1$ ,则

$$\sigma_z = \frac{m}{2}(-p + \frac{pR}{t}) \quad (4)$$

对于同时承受内压和轴压的薄壁圆筒,可取其弹性解为

$$\sigma_\theta = \frac{pR}{t}, \sigma_r = -p, \sigma_z = -\frac{T}{2\pi Rt} + \frac{mpR}{2t} - \frac{mp}{2} \quad (5)$$

基于钢管混凝土柱的基本工作原理,在钢管的纵向应力达到  $\sigma_s$  时,才产生钢管与混凝土之间的紧箍力  $p$ ,此时,钢管和核心混凝土都处于三向受力状态,如图4所示,钢管纵向受压、径向受压、环向受拉,核心混凝土纵向、径向、环向皆受压。又因为钢材在塑性阶段的泊松比  $\nu = 0.5$ ,即可取  $m = 1$ ,则

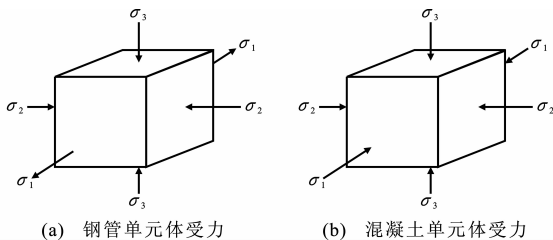


图4 钢管和混凝土的三向应力状态

Fig. 4 Three Steel Tube and Concrete Stress State

$$\sigma_z = -\sigma_s + \frac{pR}{2t} - \frac{p}{2} \quad (6)$$

若规定  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ , 则

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_\theta = \frac{pR}{t} \\ \sigma_2 &= \sigma_r = -p \\ \sigma_3 &= \sigma_z = -\sigma_s + \frac{pR}{2t} - \frac{p}{2} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

因为钢材属于拉压强度相等的材料,即  $\alpha = 1$ ,此时双剪统一强度理论退化为双剪统一屈服准则

$$F = \sigma_1 - \frac{1}{1+b}(\sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_s \quad \sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \quad (8)$$

$$F' = \frac{1}{1+b}(\sigma_1 + b\sigma_2) - \sigma_3 = \sigma_s \quad \sigma_2 \geq \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \quad (9)$$

由钢管混凝土的工作原理,有  $\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_\theta + \sigma_z}{2} \geq 0 \geq \sigma_2$ ,所以可取双剪统一屈服准则的表达式(8),将已确定的  $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$ 、 $\sigma_3$  的表达式(7)代入式(8)得

$$F = \frac{pR}{t} - \frac{1}{1+b}(-pb - \sigma_s + \frac{pR}{2t} - \frac{p}{2}) = \sigma_s \quad (10)$$

将式(10)化简得

$$p = \frac{2tb\sigma_s}{R + 2bR + 2tb + t} \quad (11)$$

式(11)即为钢管与混凝土之间作用力  $p$  的统一极限解。钢管的承载力  $N_s$  可表示为

$$N_s = \sigma_s A_s = (\sigma_s + \frac{p}{2} - \frac{pR}{2t}) 2\pi Rt \quad (12)$$

式中: $A_s$  为钢管横截面积。

### 2.3 钢管混凝土轴压短柱的承载力

钢管混凝土的承载力由钢管的承载力和混凝土的承载力共同组成,即

$$N = N_s + N_c \quad (13)$$

式中: $N_c$  为核心混凝土的承载力。

按文献[5]中对钢管混凝土的研究,  $N_c$  为

$$N_c = f'_c A_c = (f_{cy} + kp) \pi R^2 \quad (14)$$

式中: $k$  为侧压系数,  $k = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}$ ,  $\varphi$  为核心混凝土的摩擦角;  $A_c$  为核心混凝土横截面面积;  $f_{cy}$  为圆柱体试件的单轴抗压强度,当试验采用标准立方体试件时,取  $f_{cy} = 0.8 f_{cu}$ <sup>[10]</sup>。将式(12)、(14)代入式(13)得

$$N = N_c + N_s = (f_{cy} + kp) \pi R^2 + (\sigma_s + \frac{p}{2} - \frac{pR}{2t}) 2\pi Rt \quad (15)$$

把式(15)化简即得钢管混凝土的极限承载力为  $N = f_{cy} \pi R^2 + 2\sigma_s \pi Rt + (k-1)p \pi R^2 + p \pi Rt$  (16)

因为钢管的纵向应力很小,文献[1]、[2]中均予忽略,取  $\sigma_r = 0$ ,此时

$$\left. \begin{aligned} N &= f_{cy} \pi R^2 + 2\sigma_s \pi R t + (k-1) p \pi R^2 \\ p &= \frac{2tb\sigma_s}{R+2bR} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

对比式(11)、(16)与式(17)发现,因为相对于 $f_c$ 、 $\sigma_s$ 、 $R$ 、 $t$ 值很小,忽略 $\sigma_r$ 对 $p$ 和 $N$ 的影响。为了方便与其他文献作对比,以下的计算均取式(17)进行研究。

3 极限承载力公式的讨论

3.1 关于  $k$  值的讨论

在文献[1]中提到,根据 Considere 和 Richart 等的试验资料,认为在等侧压力  $p$  作用下的三向受压混凝土的强度  $f'_c$  与侧压力  $p$  之间的关系为  $f'_c = f_c + kp$ ,过去一般取  $k=4$ 。在文献[8]中,根据双剪统一强度理论推导出的三向受压混凝土的强度公式与文献[1]的公式相同,且常取  $k=1.5\sim 3.0$ 。Hawkins 等的试验指出,三轴受压混凝土的内摩擦角变化范围为  $30^\circ\sim 50^\circ$ ,侧压力小,内摩擦角大,侧压力大,内摩擦角小,相应  $k$  值在  $3.0\sim 7.5$  之间变化。然而在文献[9]~[11]中, $k$  取值为 1.5 时的计算结果与试验结果吻合较好。对比分析发现,根据三轴受压试验确定的  $k$  值偏大,只有当  $k$  取较小值时,计算结果才能与钢管混凝土柱承载力的试验结果相吻合,即单纯地根据三轴试验确定  $k$  值与承载力计算中的  $k$  值并不是互等的关系,但这些文献都没有对这一现象给予合理的解释,也没有给出两者之间的关系<sup>[12-13]</sup>。本文中笔者通过考虑紧箍力对钢管的环向张拉作用,使钢管的纵向承载力减小,从而使钢管混凝土柱的承载力也有所降低,从式(17)中可以看出,使  $k$  值减少了一个单位,很好地解决了这一问题。

取文献[1]中的 1 组试验数据,试件 G-12、G-15、G-16、G-22、G-23、G-29,它们的 $\sigma_s=274.6$  MPa,  $f_{cy}=29.2$  MPa,钢管尺寸  $D\times t\times L=166\text{ mm}\times 5\text{ mm}\times 660\text{ mm}$ , $L$  为钢管长度,各试件的实测极限荷载见表 1,这里取该组试件的极限荷载的平均值  $N_e=1\ 884.67\text{ kN}$ 。图 5 为钢管混凝土柱承载力与  $k$ 、 $b$  之间的关系。图 6 为当  $b=0.364$  时,  $k$  取不同值时的钢管混凝土柱的极限承载力与试验结果的关系。由图 6 可以看出,当  $k=4\sim 5$  时,计算值  $N_{\text{mises}}$  与试验值  $N_e$  吻合较好。

3.2 关于  $b$  值的讨论

$b$  为反映中间主切应力以及相应面上的正应力对材料破坏影响程度的材料强度参数,它与材料的

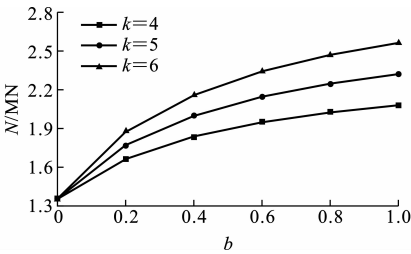


图 5 不同  $k$  时  $N$  与  $b$  之间的关系

Fig. 5 Relationships of  $N$  and  $b$  Under Different  $k$

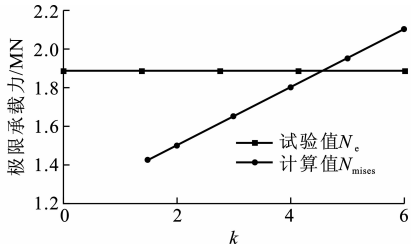


图 6 极限承载力与  $k$  之间的关系

Fig. 6 Relationships of Ultimate Bearing Capacity and  $k$

剪切屈服极限强度  $\tau_s$  和拉伸屈服极限强度  $\sigma_s$  之间的关系为  $b = \frac{2\tau_s - \sigma_s}{\sigma_s - \tau_s} = \frac{2-B}{B-1}$ 。当  $\tau_s/\sigma_s=0.5$  时,  $B=2$ ,  $b=0$ , 对应于 Tresca 准则,即金属材料屈服准则的下限。将  $b=0$  代入式(11),有  $p=0$ ,即钢管与混凝土之间不存在紧箍力,然而大量试验已经验证,正是由于紧箍力的存在,使得钢管混凝土结构具有优越的性能,所以取  $b=0$  时偏于保守。当  $\tau_s/\sigma_s=0.577$  时,  $B=1.733$ ,  $b=0.364$ , 对应于 Mises 准则的线性逼近。当  $\tau_s/\sigma_s=0.6$  时,  $B=1.677$ ,  $b=0.5$ , 对应于双剪统一屈服准则;当  $\tau_s/\sigma_s=0.677$  时,  $B=1.477$ ,  $b=1$ , 对应于双剪应力屈服准则。由于不能得到试验时材料的剪切屈服极限强度  $\tau_s$  和拉伸屈服极限强度  $\sigma_s$ ,故  $b$  值亦不能确定。当  $k=4$ ,  $\sigma_s=310\text{ MPa}$ ,  $f_{cy}=30\text{ MPa}$  时,不同径厚比的钢管混凝土中的紧箍力  $p$  与  $b$  的关系如图 7 所示。 $b$  值越

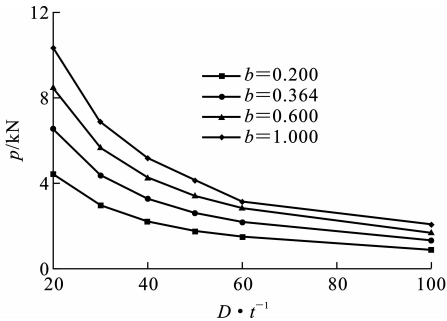


图 7 不同  $b$  时  $p$  与  $D/t$  之间的关系

Fig. 7 Relationships of  $p$  and  $D/t$  Under Different  $b$

表 1 本文计算值与文献[1]计算值对比

Tab. 1 Comparison Between Calculation Values in the Paper and Test Results from Reference [1]

试件 编号	D/ mm	t/ mm	L/ mm	钢管 强度/ MPa	核心混 凝土强 度/kPa	实测极 限荷 载/kN	每组试件 极限荷载 平均值/kN	文献[1]计算值		本文公式计算值			
								$N_c$ / kN	$N_c$ 相对 误差/%	$N_{mises}$ / kN	$N_{mises}$ 相对 误差/%	$N_{ts}$ / kN	$N_{ts}$ 相对 误差/%
G-34	204	2	880	235.4	10.2	1 069	1 055	881	-16.18	827	-21.31	938	-10.80
G-35	204	2	880	235.4	10.2	1 040							
G-21	273	8	1 100	307.0	27.8	5 580							
G-32	273	8	1 100	307.0	10.2	4 040	3 942	4 320	9.59	4 037	2.41	4 812	22.07
G-33	273	8	1 100	307.0	10.2	3 844							
G-57	166	5	660	307.0	39.2	5 296							
G-1	166	5	660	274.6	26.4	1 744	1 720	1 984	15.35	1 740	1.16	2 003	16.45
G-2	166	5	660	274.6	26.4	1 695							
G-3	166	5	660	274.6	26.4	1 705							
G-4	166	5	660	274.6	26.4	1 735							
G-12	166	5	660	274.6	29.2	1 863	1 885	2 059	9.23	1 800	-4.51	2 064	9.49
G-15	166	5	660	274.6	29.2	1 873							
G-16	166	5	660	274.6	29.2	1 697							
G-22	166	5	658	274.6	29.2	1 736							
G-23	166	5	659	274.6	29.2	2 030							
G-29	166	5	660	274.6	29.2	2 109							

大,紧箍力  $p$  的值就越大,且随着径厚比的增大而降低。

同样,取文献[1]中的 1 组试验数据,试件 G-12、G-15、G-16、G-22、G-23、G-29,各试件的具体数据见表 1,该组试件的极限荷载平均值  $N_c=1\,884.67\text{ kN}$ 。图 8 为当  $k=4$  时, $b$  取不同值时钢管混凝土柱的极限承载力与试验结果的关系。由图 8 可以看出,当  $b$  在  $0.4\sim 0.6$  之间时,计算值  $N$  与试验值  $N_c$  吻合较好。

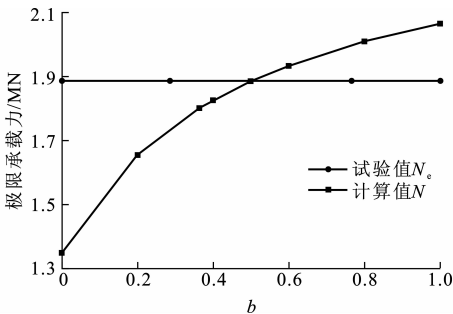


图 8 极限承载力与  $b$  之间的关系

Fig. 8 Relationships of Ultimate Bearing Capacity and  $b$

3.3 计算结果分析

根据以上对于  $k$ 、 $b$  值的讨论,取  $k$  值为 4,用本文的计算公式分别取  $b=0.364$ 、 $b=0.5$  分析文献[1]的试验数据,并与其计算结果进行比较,结果见表 1。表 1 中  $N_c$  为根据文献[1]中蔡绍怀公式  $N_0=$

$A_c f_c (1+\sqrt{\theta}+1.1\theta)$  的计算值(该式采用的是 Mises 屈服准则); $N_{mises}$  为双剪统一强度理论的 Mises 线性逼近的计算值,即  $b=0.364$ ;  $N_{ts}$  为双剪统一屈服准则的计算值,即  $b=0.5$ ; 计算值  $N$  与试验值  $N_c$  的相对误差由  $\rho=\frac{N-N_c}{N_c}$  表示。

4 结 语

(1)基于双剪统一强度理论,充分考虑了中间主应力的影响,尤其是紧箍力  $p$  对钢管混凝土竖向承载力的影响,给出了钢管混凝土轴压短柱的承载力计算公式。该公式与文献[1]、[9]、[10]均具有相同的形式,且对于侧压系数  $k$  的试验值比理论值大这一事实给出了理论上的合理解释,验证了考虑紧箍力对钢管影响的正确性和必要性,为钢管混凝土的优化设计提供了可靠的理论依据。

(2)对于钢管混凝土结构,侧压系数  $k$  一般取在 4~5 之间,材料强度参数  $b$  一般取在  $0.364\sim 0.6$  之间,此时计算结果与试验结果吻合较好。但是对于  $k$  和  $b$  随钢管混凝土的径厚比、混凝土强度、钢材强度、钢管尺寸等因素的变化而改变的趋势,以及具体的取值还有待进一步研究。

(3)用本文的计算公式与文献[1]的试验数据进行比较,误差较小。尤其是当  $b=0.364$  时,所对应

的双剪统一强度理论 Mises 的线性逼近计算值与试验值吻合非常好,比同样采用 Mises 准则推导出的计算值更为接近,验证了该公式的正确性。

## 参考文献:

## References:

- [1] 蔡绍怀. 现代钢管混凝土结构[M]. 北京:人民交通出版社,2003.  
CAI Shao-huai. Modern Concrete-filled Steel Tube Structures[M]. Beijing:China Communications Press, 2003.
- [2] 钟善桐. 钢管混凝土结构[M]. 北京:清华大学出版社,2003.  
ZHONG Shan-tong. Structures of Concrete-filled Steel Tube [M]. Beijing: Tsinghua University Press,2003.
- [3] 王 仁,熊祝华,黄文彬. 塑性力学基础[M]. 北京:科学出版社,1982.  
WANG Ren, XIONG Zhu-hua, HUANG Wen-bin. The Basis of Plasticity Mechanics[M]. Beijing: Science Press,1982.
- [4] YU Mao-hong. Unified Strength Theory and Its Applications[M]. Berlin:Springer Press,2004.
- [5] 赵均海,顾 强,马淑芳. 基于双剪统一强度理论的轴心受压钢管混凝土承载力的研究[J]. 工程力学, 2002,19(2):32-35.  
ZHAO Jun-hai, GU Qiang, MA Shu-fang. The Study of the Axial Compressive Strength of Concrete Filled Steel Tube (CFST) Based on the Twin Shear Unified Strength Theory[J]. Engineering Mechanics,2002,19 (2):32-35.
- [6] 徐秉业,陈森灿. 塑性理论简明教程[M]. 北京:清华大学出版社,1981.  
XU Bing-ye, CHEN Sen-can. Plasticity Theory Tutorial[M]. Beijing:Tsinghua University Press,1981.
- [7] 翟 越,魏雪英,计 琳,等. 薄壁圆筒在双剪统一强度理论下的统一解[J]. 长安大学学报:建筑与环境科学版,2004,21(3):1-3.  
ZHAI Yue, WEI Xue-ying, JI Lin, et al. Unified Limit Solutions for Thin Wall Cylinder Based on Twin Shear Unified Strength Theory [J]. Journal of Chang'an University: Arch & Envir Science Edition, 2004,21(3):1-3.
- [8] 赵均海. 强度理论及工程应用[M]. 北京:科学出版社,2003.  
ZHAO Jun-hai. Strength Theory and Its Engineering Application[M]. Beijing: Science Press,2003.
- [9] 赵均海,顾 强,马淑芳. 钢管混凝土承载力的研究[J]. 西北建筑工程学院学报:自然科学版,2001,18 (2):1-4.  
ZHAO Jun-hai, GU Qiang, MA Shu-fang. Load Capacity Analysis of Concrete Filled Steel Tube[J]. J of NW Inst of Arch Eng: Natural Sciences, 2001,18 (2):1-4.
- [10] 程文灏,康谷贻. 混凝土结构[M]. 北京:中国建筑工业出版社,2003.  
CHENG Wen-rang, KANG Gu-yi. Concrete Structures [M]. Beijing: China Architecture & Building Press,2003.
- [11] 郭红香,赵均海,魏雪英. 圆中空夹层钢管混凝土柱承载力的统一解[C]//崔京浩. 第14届全国结构工程学术会议论文集 I. 北京:工程力学杂志社,2005: 252-255.  
GUO Hong-xiang, ZHAO Jun-hai, WEI Xue-ying. Unified Solutions for Bearing Capacity of the Concrete Filled Double Skin Steel Tubes Column [C]//CUI Jing-hao. Proceedings of the Fourteenth National Conference on Structural Engineering I. Beijing: Engineering Mechanics Press,2005:252-255.
- [12] 裴万吉,赵均海,魏雪英. 钢管混凝土的截面形式及其承载力分析[J]. 建筑科学与工程学报,2006,23(1): 49-53.  
PEI Wan-ji, ZHAO Jun-hai, WEI Xue-ying. Analysis of Section Types of Concrete-filled Steel Tube and Its Load Capacity[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering,2006,23(1):49-53.
- [13] 赵均海,郭红香,魏雪英. 圆中空夹层钢管混凝土柱承载力研究[J]. 建筑科学与工程学报,2005,22(1): 50-54.  
ZHAO Jun-hai, GUO Hong-xiang, WEI Xue-ying. Research on Bearing Capacity of Concrete Filled Double Skin Steel Tubes Column[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering,2005,22(1):50-54.