

文章编号:1673-2049(2009)03-0065-06

基于谐响应的核电厂地基动阻抗数值求解算法

朱秀云¹, 李建波^{1,2}, 林 皋^{1,2}, 钟 红^{1,2}

(1. 大连理工大学 工程抗震研究所, 辽宁 大连 116024;
2. 大连理工大学 海岸和近海工程国家重点实验室, 辽宁 大连 116024)

摘要:为了解决单一常系数弹簧-阻尼器并联系统表征的场地动力模型无法反映无限域场地的动刚度和阻尼是随激振频率变化的函数,也无法反映非均质场地条件影响的问题,从谐响应动力求解方法的基本概念出发,以粘弹性场地动力模型为分析对象,推导了一种适于非均质场地条件的随激振频率变化的核电厂地基动阻抗数值的求解方法,并分别以二维和三维算例的形式给出了该方法与传统抗震设计规范集总参数模型结果、经典解的比较。结果表明:采用该方法计算的动阻抗满足工程精度要求且能表征出地基动阻抗是随激励频率改变而变化的。

关键词:核电厂;地基动阻抗;集总参数模型;谐响应;动力刚度

中图分类号:TU271 **文献标志码:**A

Numerical Solution Algorithm to Dynamic Impedance of Foundation for Nuclear Power Plant Based on Harmonic Response

ZHU Xiu-yun¹, LI Jian-bo^{1,2}, LIN Gao^{1,2}, ZHONG Hong^{1,2}

(1. Earthquake Engineering Research Division, Dalian University of Technology, Dalian 116024, Liaoning, China; 2. State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, Liaoning, China)

Abstract: In the framework of lumped parameter numerical models, the traditional soil dynamic models were only expressed by a single parallel connection system of spring and damper, which could not reflect the dynamic stiffness varying with excitation frequencies, and could not simulate the cases of nonhomogeneous site conditions. Based on the essential concepts of dynamic solution method of harmonic response, an improved numerical solution to the dynamic impedance of foundation for nuclear power plant was presented by using viscoelastic soil dynamic model, which was especially fit for the numerical simulation of nonhomogeneous soil condition, and gave the dynamic impedance of foundation varying with the excitation frequencies. To solve the problems of 2-D and 3-D types, some numerical examples were given to validate its accuracy and applicability by comparing the method with the classical solutions and lumped parameter model suggested by seismic design codes. The results show that the dynamic impedance calculated by the method can satisfy the engineering precision, and the method can take dynamic impedance of foundation changed with excitation frequencies.

Key words: nuclear power plant; dynamic impedance of foundation; lumped parameter model; harmonic response; dynamic stiffness

收稿日期:2009-05-28

基金项目:国家自然科学基金项目(90510018);辽宁省工程防震减灾重点实验室研究基金项目(DPMKL2008004)

作者简介:朱秀云(1985-),女,山东临沂人,工学硕士研究生,E-mail:lyzhuxiuyun@163.cn。

0 引言

随着中国核电事业的快速发展,积极探讨核电设计自主化的途径与方式逐渐被提上日程。中国拟在大亚湾系列核电机组的基础上,通过继承和持续改进形成自主化设计程度更高的、具有自主知识产权的 CPR1000(“中国百万千瓦级压水堆”的简称)标准技术,而单独从技术角度来讲,决定标准设计是否可用的首要因素就是厂址场地条件的适宜性。同时,中国是一个强震多发的国家,除东南沿海外,其他区域地震设防烈度均相对较高。近年来,强震地质灾害带来的损失使人们日益认识到评估包括核电站、水电站在内的诸多关键性基础建筑的抗震设防能力的重要性。

与普通民用设施的抗震安全评价相比,核电站的抗震分析、设计标准与要求均相对更为严格和苛刻。受结构-地基动力相互作用的控制,核电站的数值动力分析中应考虑地基土、上部结构及地震动输入等条件的影响。而在输入地震动和上部结构参数确定的条件下,显然地基土参数取值及其动力数值模型的合理性将直接关系到核电站抗震的安全性及经济性。

与水工大坝等领域蓬勃开展的坝-地基动力相互作用复杂数值分析相比,各国核电领域的相关抗震规范,如中国《核电站抗震设计规范》(GB 50267—97)^[1]、美国 ASCE 4—98^[2] 规范及法国 RCC—G^[3] 规范等所建议采用的场地动力模型仍局限于非常简单粗略的单一弹簧-阻尼器并联系统表征的常系数集总参数模型。与无限域场地动力模型的最新科研成果对比,不难看出,该集总参数模型无法反映地基动阻抗是激振频率的函数,更无法体现非均质场地条件的影响。当然,在数值计算条件日益革新的当今,即使成熟的商业软件在有限元法框架内,基于简单的粘性人工边界模型,也能考虑无限域场地动力性质的影响,如美国电力研究院推荐的二维问题分析的 FLUSH、三维问题分析的 SASSI 等程序都可用于土-结构相互作用问题的分析^[4]。因而有必要在规范限定的集总参数场地动力模型的框架内,对其在精度和实用性等方面进行改进。

笔者主要针对非均质场地条件,拟探寻一种适于随激振频率变化的集总参数性质的地基动阻抗数值求解的通用方法,并利于商业软件的二次开发,便于在工程中采用。

1 半无限域场地动力模型

在核电站的结构-地基动力相互作用抗震数值计算中,目前仍主要基于各国规范一致建议的集总参数分析模型。但规范所推荐的单一参数场地模型难以模拟当前日益复杂的场地条件,如地基中存在各种断层或者软弱夹层、地基材料具有高度不均匀性等。要解决这一问题,必须在核电站的抗震规范允许的框架内,适当引入动力相互作用数值模型研究的有益成果。

1.1 美国 ASCE 4—98 规范的场地动力模型

中国现行的《核电站抗震设计规范》(GB 50267—97)与美国 ASCE 4—98 规范体系采用了类似的场地动力模型。而 ASCE 4—98 规范作为 ASCE 4—86 规范的升级版,保持了在场地动力模型上的一致性,忽略了各向运动间的耦合作用,以 6 个独立的单一弹簧-阻尼器并联系统来模拟场地在平动、摇摆及扭转方向上力与变形的关系。在数值关系上,其反映出一种不随频率改变的场地常系数动阻抗形式,即单一参数的集总模型。具体计算中,为确定各向地基动阻抗相应的弹簧系数与阻尼系数,需要用到基础底板尺寸、地基材料密度、泊松比及动剪切模量等参数,此外还涉及到系统相对于基础底板的总体转动惯量和绕水平摇摆轴的总体转动惯量等上部结构信息,具体公式可参见文献[1],较容易求解。然而从地基动阻抗随激振频率变化的动力性质来看,常系数形式的地基动阻抗假定及其参数过多受上部结构转动惯量等参数的影响,就不甚合理了。

1.2 法国 RCC—G 规范的场地动力模型

采用与美国 ASCE 4—98 规范相类似的模拟形式,法国 RCC—G 规范也建议以单一弹簧-阻尼器并联系统来独立反映场地在各个方向上动加载与变位间的频域关系,只是公式有所差异。为体现地基动阻抗是激振频率的函数,提高上部结构-地基动力相互作用系统抗震数值分析的精度,法国 RCC—G 规范建议采用与动力系统 1 阶固有频率相对应的弹簧-阻尼实常数系数作为场地的实际计算参数。这一点体现在地基弹簧系数的具体计算中,以水平向弹簧系数 K_H 为例,其计算公式为

$$K_H = GrF_H = Gr \frac{f_{H1}}{f_{H1}^2 + f_{H2}^2} \quad (1)$$

式中: G 为地基的动剪切模量; r 为基础底板的等效半径; f_{H1} 、 f_{H2} 为地基材料泊松比 μ 和结构-地基动

力系统量纲一的特征频率 a 的函数。量纲一的特征频率 a 的定义为

$$a = 2\pi f_1 r \sqrt{\rho/G} \quad (2)$$

式中: ρ 为地基的材料密度; f_1 为结构-地基动力系统的水平向 1 阶固有频率。

由此可见,在地基基本参数确定的条件下,水平向弹簧系数 K_H 是动力系统固有频率的函数,具体计算时,往往采用迭代法来确定该弹簧系数。首先假定地基在水平向为刚性,按式(2)确定量纲一的特征频率 a 后,查表确定相应的 f_{H1} 、 f_{H2} ,进而按式(1)确定 K_H ,反映为地基水平向并非刚性;按此水平向弹簧系数 K_H 计算修正后的结构-地基动力系统的水平向 1 阶固有频率 f_1 ,再按上述步骤确定修正后的地基水平向弹簧系数 K_H ,直到前后 2 次计算的动力系统 1 阶固有频率 f_1 的差别满足要求为止,一般迭代 2~3 次。

结合某百万千瓦级核反应堆厂房 RX 的相关参数,分别按照上述 ASCE 4—98 规范和 RCC—G 规范的相关公式,在确定地基弹簧系数与阻尼系数的基础上,求解水平向结构-地基动力系统的 1 阶固有频率,结果如图 1 所示。从图 1 可以看出,两者结果相当,只是 ASCE 4—98 规范值比 RCC—G 规范值略微偏大,反映出按 RCC—G 规范确定的场地刚度较 ASCE 4—98 规范偏柔。

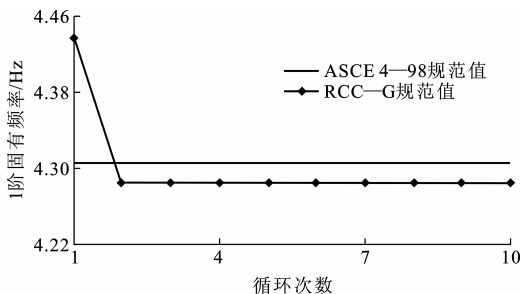


图 1 RX 厂房动力系统 1 阶固有频率对比

Fig. 1 Comparisons of the First-order Natural Frequencies of RX Plant Dynamic System

1.3 粘弹性边界场地动力模型

粘弹性边界场地动力模型与核电规范推荐的集总参数场地动力模型的出发点不同。随着计算技术与能力的提高,目前工程界已较多基于场地的有限元网格划分,细致模拟场地的不均匀特征,并利用各种方法,如透射边界、无穷元法等来反映无限域场地的刚度和辐射阻尼性质。当然,这其中也存在相对简便的方法,如以粘性边界模型为代表的适于大规

模工程问题分析的场地动力模型,该模型已经在相关的大型工程商业软件中得以采用。

为了克服粘性边界^[5]精度不高和低频漂移失稳等缺点,Deeks 等^[6]和刘晶波等^[7]提出了二维、三维粘弹性动力人工边界。它是利用无限域介质本构方程和来自于计算区内部的单侧外行波表达建立起来的一种应力边界条件,其特点是不但可以模拟散射波由有限域向无限域的传播,同时也模拟了人工边界外场地介质的弹性恢复性能,克服了粘性边界引起的低频漂移问题,有良好的频率稳定性。此外,基于商业软件的二次开发,粘弹性动力人工边界可以方便地与有限元方法结合使用,即只需要在场地人工截断外边界各节点处布置单一的弹簧-阻尼器并联系统,其中,弹簧元件的弹性系数 K_b 及粘性阻尼器的阻尼系数 C_b 的计算公式为

$$K_b = \alpha \frac{G}{R} \quad (3)$$

$$C_b = \rho c \quad (4)$$

式中: α 为外边界弹簧修正系数; R 为人工截断外边界处距离结构-地基交界面次声散射波源的距离; c 为地基中的波速。具体计算时可简化处理,在外边界法向上 c 取纵波波速,而切向上取横波波速,具体可参考文献^[8]的相关说明。表 1 为外边界弹簧修正系数 α 的取值。

表 1 粘弹性人工边界模型参数 α 的取值

Tab. 1 Values of Parameter α of Viscoelastic Artificial Boundary Model

边界类型	设置方向	α
二维人工边界	平面内法向	2.0
	平面内切向	1.5
	出平面切向	0.5
三维人工边界	法向	4.0
	切向	2.0

在 ANSYS 商业软件实现中,往往采用 Combin14 单元来模拟粘弹性外边界处的弹簧和阻尼器^[9-11]。以三维粘弹性人工边界为例,在式(3)、(4)的基础上,外边界各节点处附设的 Combin14 单元的刚度 K 和阻尼 C 分别按式(5)、(6)取值,即

$$K = \alpha \frac{G}{R} \sum A_i \quad (5)$$

$$C = \rho c \sum A_i \quad (6)$$

式中: $\sum A_i$ 为场地人工截断外边界处该节点控制的有效面积。

2 基于谐响应的集总参数场地动力模型动刚度求解方法

核岛-地基体系由上部厂房、结构基础及基岩 3 个部分组成。核电厂房结构往往通过厚实的基础与场地建立联系,因而分析半无限域场地空间表面的无质量刚性基础底板的动载受力与变位关系,与简单地分析自由场地的地震响应相比较,对于深入理解地质情况对结构动力响应的影响更具工程意义。

ANSYS 的谐响应分析功能主要就是用于计算线性结构在随正弦规律变化的周期载荷作用下的稳态响应。据此,以基础所受频域合力幅值除以基础相应的平均变位值,即获得场地在基础底板部位的复数域表征的动阻抗函数。

图 2 为半无限域场地表面动阻抗计算模型,其中, b 为场地与基础底板相接触部位的节点, m 为其余场地内部的节点。若以基础底板部位为加载振源,则整个场地系统的动力方程为

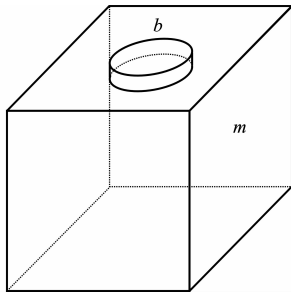


图 2 半无限域场地表面动阻抗计算模型

Fig. 2 Calculated Model of Dynamic Impedance at Half Infinite Soil Surface

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{bb} & \\ & \mathbf{M}_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_b \\ \ddot{u}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{bb} & \mathbf{C}_{bm} \\ \mathbf{C}_{mb} & \mathbf{C}_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_b \\ \dot{u}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{bb} & \mathbf{K}_{bm} \\ \mathbf{K}_{mb} & \mathbf{K}_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_b \\ u_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中: \mathbf{M} 、 \mathbf{C} 、 \mathbf{K} 分别为地基的质量矩阵、阻尼矩阵与刚度矩阵; \ddot{u} 、 \dot{u} 、 u 分别为地基节点的加速度、速度与位移; \mathbf{P} 为与激励频率 ω 相对应的基础底板的谐波加载幅值,通常定义为实数。

对应的频域表达式为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{bb} & \mathbf{K}_{bm} \\ \mathbf{K}_{mb} & \mathbf{K}_{mm} \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{bb} & \\ & \mathbf{M}_{mm} \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{bb} & \mathbf{C}_{bm} \\ \mathbf{C}_{mb} & \mathbf{C}_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_b \\ \mathbf{U}_m \end{bmatrix} e^{i\omega t} = \begin{bmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} e^{i\omega t} \quad (8)$$

式中: \mathbf{U} 为相应的基础底板部位各节点处的频域响应值,为复数表达,反映了一般谐波与激励谐波存在相位差。

于是,可定义场地的动力刚度矩阵 \mathbf{S} 为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}_{bb} & \mathbf{S}_{bm} \\ \mathbf{S}_{nb} & \mathbf{S}_{nm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{bb} & \mathbf{K}_{bm} \\ \mathbf{K}_{mb} & \mathbf{K}_{mm} \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{bb} & \\ & \mathbf{M}_{mm} \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{bb} & \mathbf{C}_{bm} \\ \mathbf{C}_{mb} & \mathbf{C}_{mm} \end{bmatrix} \quad (9)$$

将 \mathbf{S} 凝聚于节点集合 b 处,即得场地与基础接触面的凝聚动刚度矩阵 \mathbf{S}_{bb}^* 为

$$\mathbf{S}_{bb}^* = \mathbf{S}_{bb} - \mathbf{S}_{bm} \mathbf{S}_{mm}^{-1} \mathbf{S}_{mb} \quad (10)$$

显然,式(10)自动满足下式

$$\mathbf{S}_{bb}^* \mathbf{U}_b e^{i\omega t} = \mathbf{P} e^{i\omega t} \quad (11)$$

三维刚性基础底板的变形 \mathbf{U}_0 含 6 个自由度(3 个平动分量与 3 个转动分量)与基础表面变形 \mathbf{U}_b 呈下列关系

$$\mathbf{U}_b = \mathbf{T} \mathbf{U}_0 \quad (12)$$

式中: \mathbf{T} 为 \mathbf{U}_b 与 \mathbf{U}_0 之间的变形转换矩阵。

将式(12)代入式(11),并左乘 \mathbf{T}^T ,可得

$$\mathbf{T}^T \mathbf{S}_{bb}^* \mathbf{T} \mathbf{U}_0 e^{i\omega t} = \mathbf{T}^T \mathbf{P} e^{i\omega t} \quad (13)$$

或简化为

$$\mathbf{S}_{00}^* \mathbf{U}_0(\omega) = \mathbf{P}_0(\omega) \quad (14)$$

其中

$$\mathbf{S}_{00}^* = \mathbf{T}^T \mathbf{S}_{bb}^* \mathbf{T} \quad (15)$$

$$\mathbf{P}_0(\omega) = \mathbf{T}^T \mathbf{P} \quad (16)$$

式中: \mathbf{S}_{00}^* 为刚性基础底板的动力阻抗矩阵; $\mathbf{P}_0(\omega)$ 为单位谐波外荷载。

\mathbf{S}_{00}^* 一般为非对角阵,这时水平平动与转动之间将发生耦合,耦合项的影响一般较小,参照 ASCE 4—98 规范的规定,可予以忽略,将 \mathbf{S}_{00}^* 简化为对角阵,以计算相应的动力阻抗系数。

基于 ANSYS 的谐波响应分析,在单位谐波外荷载 $\mathbf{P}_0(\omega)$ 的作用下,容易求得不同激励频率 ω 对应的系统节点的频域响应,进而获得待求的地基动阻抗或动柔度值。具体计算中,基于上述粘弹性外边界场地动力模型,在地基表面无质量刚性基础底板分别施加水平、竖向等不同方向、不同频率的简谐波荷载,计算相应方向的频域变位,进而按上述算法获得随频率变化的半无限域场地的复数域动力阻抗,该值即等价于集总参数场地动力模型中的弹簧系数和阻尼系数。

3 算例分析

3.1 二维半无限域场地动阻抗计算

按图 3 所示的计算网格,主要就二维均质和分层弹性半空间问题进行分析,考虑出平面波运动。均质地基材料参数中,密度 $\rho = 2\ 600\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$,动

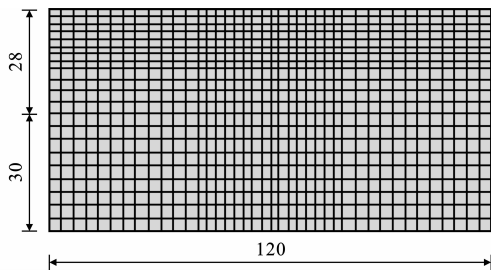
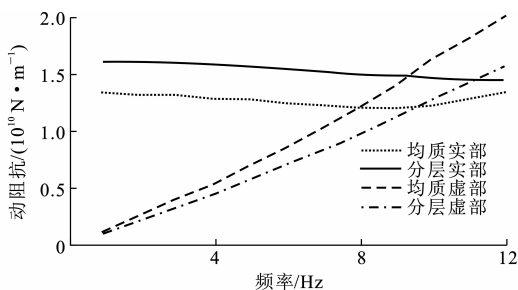


图3 二维半空间分层场地有限元计算模型(单位:m)

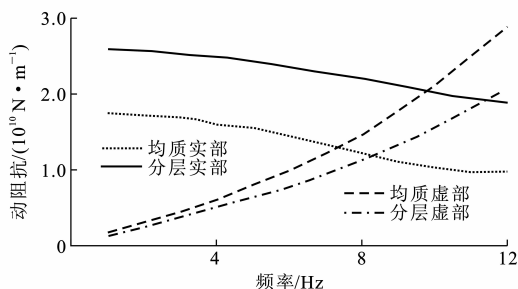
Fig. 3 Finite Element Calculated Model of 2-D Half-space Layered Field (Unit:m)

剪切模量 $G=10\ 400\ \text{MPa}$,泊松比 $\mu=0.25$,剪切波速 $v_s=2\ 000\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 。上层材料参数同均质地基材料参数,下层材料参数中,密度 $\rho=2\ 650\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$,动剪切模量 $G=20\ 800\ \text{MPa}$,泊松比 $\mu=0.25$ 。

基于商业软件 ANSYS,以参数化四节点平面元的形式建立模型,计算区范围取宽 120 m,深 58 m。场地人工截断外边界处设置切向和法向的弹簧-阻尼单元,单元类型采用 Combin14,弹簧-阻尼单元一端与边界节点耦合,另一端固定,代表无限远处。基于第 2 节介绍的谐响应分析法分别求解均质与分层地基在水平、竖向振动大的地基动阻抗曲线,如图 4 所示。



(a) 水平振动



(b) 竖向振动

图4 均质与分层地基的动阻抗对比

Fig. 4 Dynamic Impedance Comparisons of Homogeneous and Layered Foundation

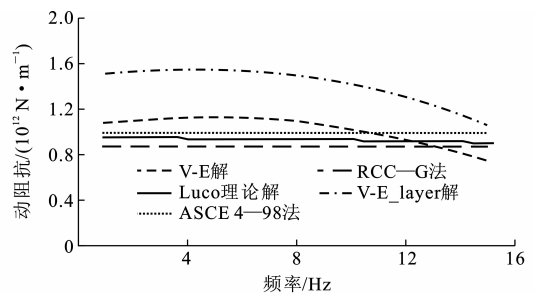
从图 4 可以看出,在 seismic wave energy 集中的相对低频区段内(如频率小于 5 Hz),地基动阻抗的实部与虚部变化均相对平缓。当底部场地材质变硬后,基

础底板位置表征出的场地动刚度,在水平向和竖向激振条件下,实部有所增加,而虚部则有所降低,符合常识性的定性判断。

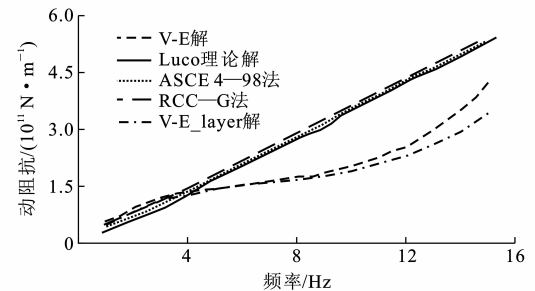
3.2 三维半无限域场地动阻抗计算

取与第 3.1 节相同的材料性质假定和场地计算区域尺寸,进行三维半无限域地基动阻抗计算,在图 3 所示的出平面方向上,计算区范围宽度也取 120 m。

三维均质与分层半空间场地条件下,地基动阻抗的计算结果对比如图 5、6 所示,其中,对比了均质场地条件下规范 ASCE 4—98 法、规范 RCC—G 法及 Luco 理论解^[12]计算的动阻抗 V-E、V-E_layer 分别表示均质和分层自由场地的粘弹边界模型通过谐响应分析法求解。



(a) 动阻抗实部



(b) 动阻抗虚部

图5 水平振动地基的动阻抗对比

Fig. 5 Dynamic Impedance Comparisons of Foundation Under Horizontal Vibration

从图 5、6 可以看出:均质场地条件下,规范 ASCE 4—98 法与规范 RCC—G 法计算的地基动阻抗值均不随激振频率改变,且规范 RCC—G 法的刚度结果值较规范 ASCE 4—98 法的略小;Luco 理论解处于两规范计算值之间;而按本文方法计算的地基动阻抗值,总体上与规范及解析法相当,满足工程精度要求,但能表征出地基动阻抗是随激振频率改变而变化的,利于分析分层场地的工况。

4 结语

(1)在核电厂抗震设计规范建议的集总参数场地动力模型的框架内,克服中国相关规范所采用的

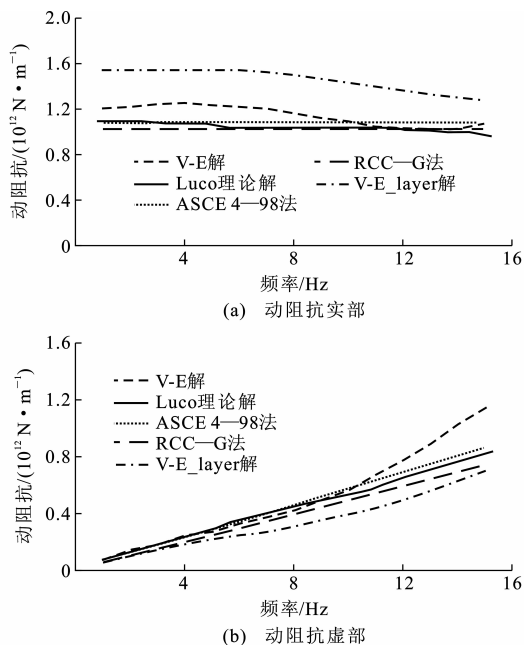


图6 竖向振动地基的动阻抗对比

Fig. 6 Dynamic Impedance Comparisons of Foundation Under Vertical Vibration

单一参数的弹簧-阻尼器系统表征地基动阻抗时,无法有效反映地基动阻抗是激振频率的函数,进而无法有效模拟非均匀场地条件的影响等缺陷。笔者以解决工程的实际问题为出发点,考虑谐响应法的基本物理含义,提出了一种可满足工程精度要求的场地集总参数动阻抗值的求解算法。该方法实现简便,利于在现有商业软件的基础上通过二次开发在工程实践中得以推广。

(2)地基动阻抗值如何在时域结构-地基动力相互作用分析中采用,主要有2种途径:一是取地震能量集中的相对低频段的地基动阻抗平均值作为规范法的单一弹簧系数和阻尼器系数;二是采用混合变量的连分式法,建立完全等价的时域力与变位的数值关系,并引入到时域相互作用分析中。

参考文献:

References:

- [1] GB 50267—97,核电厂抗震设计规范[S]. GB 50267—97, Code for Seismic Design of Nuclear Power Plants[S].
- [2] ASCE 4—98, Seismic Analysis of Safety-related Nuclear Structures and Commentary[S].
- [3] RCC—G, Design and Construction Rules for Works of 900 MWe PWR Nuclear Power Plants[S].
- [4] 汪嘉春,傅激扬,才来中. 试验堆主厂房楼板谱计算与

比较[J]. 核动力工程, 2001, 22(4): 308-312.

WANG Jia-chun, FU Ji-yang, CAI Lai-zhong. Analyzing and Comparing the Dynamic Response of Test Reactor Main Workshop[J]. Nuclear Power Engineering, 2001, 22(4): 308-312.

- [5] LYSMER J, KUHLEMEYER R L. Finite Dynamic Model for Infinite Media[J]. Journal of the Engineering Mechanics Division, 1969, 95(4): 859-877.
- [6] DEEKS A J, RANDOLPH M F. Axisymmetric Time-domain Transmitting Boundaries[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1994, 120(1): 25-42.
- [7] 刘晶波, 吕彦东. 结构-地基动力相互作用问题的一种直接方法[J]. 土木工程学报, 1998, 31(3): 55-64.
LIU Jing-bo, LU Yan-dong. A Direct Method for Analysis of Dynamic Soil-structure Interaction[J]. China Civil Engineering Journal, 1998, 31(3): 55-64.
- [8] 刘晶波, 李彬. 三维黏弹性静-动力统一人工边界[J]. 中国科学 E 辑: 工程及材料科学, 2005, 35(9): 966-980.
LIU Jing-bo, LI Bin. 3D Viscous-spring and Static-dynamic United Artificial Boundary[J]. Science in China Series E: Engineering & Material Science, 2005, 35(9): 966-980.
- [9] 刘晶波, 杜义欣, 闫秋实. 粘弹性人工边界及地震动输入在通用有限元软件中的实现[J]. 防灾减灾工程学报, 2007, 4(增): 37-42.
LIU Jing-bo, DU Yi-xin, YAN Qiu-shi. The Achievement of Visco-elastic Artificial Boundary and Ground Motion Input in the General Finite Element Software [J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2007, 4(S): 37-42.
- [10] 易伟建, 周云, 张望喜. 弹性地基板模态试验及地基动参数识别[J]. 中国公路学报, 2007, 20(2): 1-6.
YI Wei-jian, ZHOU Yun, ZHANG Wang-xi. Modal Experiment on Elastic Foundation Slab and Identification of Dynamic Foundation Parameters [J]. China Journal of Highway and Transport, 2007, 20(2): 1-6.
- [11] 高彦斌, 黄亮, 叶观宝. 路堤荷载下桩土复合地基性状分析[J]. 中国公路学报, 2008, 21(1): 6-11.
GAO Yan-bin, HUANG Liang, YE Guan-bao. Behavior Analysis of Pile-soil Composite Ground Under Embankment Load[J]. China Journal of Highway and Transport, 2008, 21(1): 6-11.
- [12] LUCO J E, WESTMANN R A. Dynamic Response of Circular Footings[J]. Journal of Engineering Mechanics Division, 1971, 97(5): 1381-1395.