

文章编号:1673-2049(2009)03-0105-05

基于统一强度理论的井筒围岩应力分析

王继秀¹,赵均海¹,王乐健²,王继贤³,孙珊珊¹

(1. 长安大学 建筑工程学院,陕西 西安 710061; 2. 西安万科企业有限公司,陕西 西安 710068;
3. 青岛科泰重工机械有限公司,山东 青岛 266500)

摘要:在考虑井筒周围岩石的渗流作用和孔隙水压力的基础上,对有效应力进行了修正;基于统一强度理论,充分考虑中间主应力,对井筒周围岩石进行了弹塑性分析,并给出了井筒周围岩石的应力分布表达式和保持井壁稳定的弹性极限荷载及塑性极限荷载的统一解析式。分析结果表明:通过改变统一解析式中的参数,可将其退化为其他强度理论条件下的解析式,所得的统一解适用于不同强度理论条件下各类岩石材料的弹塑性分析;有效应力修正后的极限分析为井壁稳定分析提供了理论依据,具有一定的理论及实际应用价值。

关键词:统一强度理论;井筒围岩;渗流作用;有效应力修正;弹塑性分析

中图分类号:TU452 **文献标志码:**A

Stress Analysis of Wellbore Rock Based on Unified Strength Theory

WANG Ji-xiu¹, ZHAO Jun-hai¹, WANG Le-jian², WANG Ji-xian³, SUN Shan-shan¹

(1. School of Civil Engineering, Chang'an University, Xi'an 710061, Shaanxi, China; 2. Xi'an Vanke Co., Ltd., Xi'an 710068, Shaanxi, China; 3. Qingdao Ketan Heavy Industry Machinery Co., Ltd., Qingdao 266500, Shandong, China)

Abstract: Considering the effect of seepage action and pore water pressure on the rock around a wellbore, the effective stress was corrected. Based on unified strength theory, full considering the effect of intermediate principal stress, the elasto-plastic analyses were carried out. The expressions of stress distribution for the rock around a wellbore and the unified solutions of the elastic and plastic limit loads for the shaft stability were deduced. The analytical results indicate that through changing the parameters in the formulas, the solutions can be degenerated to analytical expressions in other strength theories simply, furthermore, the unified solutions can be applied for the elasto-plastic analyses of all kinds of rocks. More profitable theoretical data can be offered by limit analysis after the correction of effective stress for the shaft stability, and the methods have certain theoretical and practical application values.

Key words: unified strength theory; wellbore rock; seepage action; correction of effective stress; elasto-plastic analysis

0 引言

井筒结构是一种典型的地下岩石工程结构,采

矿井和石油钻井周围岩石既要受到地应力和孔隙水压力的作用,又要受到井眼内钻井泥浆的影响。泥浆不但可以清除井孔、冷却钻头、循环带出钻碎的岩

收稿日期:2009-04-05

基金项目:教育部高等学校博士学科点专项科研基金项目(20040710001);陕西省自然科学基金研究计划项目(SJ08E2_04)

作者简介:王继秀(1985-),女,山东临沂人,工学硕士研究生,E-mail:wangjixiu16899@163.com。

屑、提高钻进率,更可在井孔内壁形成泥壁,以暂时保护井孔,使它不易崩塌。选择适当的泥浆,是钻采作业顺利进行的前提条件之一。刘玉石等^[1]和李敬元等^[2]采用 Mohr-Coulomb 强度理论,考虑岩石损伤后的软化特性,对井筒周围岩石进行了力学分析,给出了保持井眼稳定的泥浆密度。洪伯潜^[3]和孙建荣^[4]研究了钻井井壁在泥浆中的轴向稳定问题和钻井法凿井泥浆的再生调制与废弃处理。苏玉亮等^[5]研究了油藏中渗流与水平井筒内流动的耦合数学模型。

Mohr-Coulomb 强度理论为单剪强度理论,只反映了岩石的塑性性能,没有考虑岩石的中间主应力效应。大量岩石材料的真三轴试验结果也表明与 Mohr-Coulomb 强度准则不符。统一强度理论^[6]有一个统一的物理模型,能合理地考虑材料的拉压强度差效应、中间主应力效应等,已应用于许多领域并取得了很好的效果^[7-8]。徐栓强等^[9]已经将统一强度理论用来求解竖井的极限深度。也有学者应用统一强度理论,考虑中间主应力的影响,对井筒在孔隙水压力和渗流作用下的井筒液压力进行了分析,所用平衡方程中考虑了孔隙水压力,但所用理论中没有将孔隙水压力考虑进去^[10]。本文中笔者基于统一强度理论将井筒围岩视为多孔介质,考虑地下水渗流作用的影响,并对有效应力进行修正,得到了考虑孔隙水压力的统一强度理论公式,同时推导出保持井壁稳定的井筒液压力,即泥浆密度。通过改变该公式中的参数,可将统一解析解退化为其他强度理论条件下的解析解。

1 基本方程

1.1 岩体有效应力原理

大量试验证明,土力学中常用的有效应力原理对于岩体也是适用的。考虑到岩体的孔隙率较土体的孔隙率小,且连通性一般较低,地下水不能贯穿整个岩体结构体内部,所以常对土力学中的太沙基有效应力公式作如下修正^[11]

$$\sigma_u = \sigma - \Phi p_w \quad (1)$$

式中: σ_u 为有效应力; σ 为总应力; p_w 为半径 r 处的孔隙水压力; Φ 为有效孔隙率。

1.2 统一强度理论

统一强度理论采用双剪单元体模型,其破坏准则的数学表达式有多种形式。在岩土工程中,常用粘聚力 c 和内摩擦角 φ 作为材料的基本参数,统一强度理论可以表示为^[12]

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 - \frac{b\sigma_2 + \sigma_3}{1+b} + (\sigma_1 + \frac{b\sigma_2 + \sigma_3}{1+b}) \sin \varphi &= 2c \cos \varphi \\ \sigma_2 &\leq \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin \varphi \\ \frac{\sigma_1 + b\sigma_2}{1+b} - \sigma_3 + (\frac{\sigma_1 + b\sigma_2}{1+b} + \sigma_3) \sin \varphi &= 2c \cos \varphi \\ \sigma_2 &\geq \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\alpha = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}, \sigma_t = \frac{2c \cos \varphi}{1 + \sin \varphi} \quad (3)$$

式中: $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 分别为单元体的最大主应力、中间主应力和最小主应力; b 为屈服准则系数,反映了中间主应力对材料屈服的影响, $0 \leq b \leq 1$,随着系数 b 的变化,统一强度理论可以退化为其他准则,若 $b=0$ 时为 Mohr-Coulomb 强度准则, $b=1$ 时为广义双剪准则; α 为材料的拉压强度比, $\alpha = \sigma_t / \sigma_c$, σ_t, σ_c 分别为材料的拉伸强度和压缩强度,对于韧性金属类材料, α 一般为 $0.77 \sim 1.0$,对于脆性金属类材料, α 一般为 $0.33 \sim 0.77$,对于岩土类材料, α 一般小于 0.5 。

1.3 井筒计算的统一强度理论

在井筒中,由于井筒液压力小于初始地应力,塑性区应力条件满足统一强度理论式(2)。对于平面应变问题,根据文献^[13]可知

$$\sigma_2 = \frac{m}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \quad (4)$$

式中: m 为中间主应力系数, $0 < m \leq 1$, m 可以通过理论和试验来确定。在弹性区可取 $m = 2\mu$, μ 为泊松比;在塑性区,可取 $m \rightarrow 1$ 。

将式(4)代入式(2),整理得

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} &= -\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \sin \varphi_t + c_t \cos \varphi_t \\ \sin \varphi_t &= \frac{b(1-m) + (2+b+bm) \sin \varphi}{2+b+b \sin \varphi} \\ c_t &= \frac{2(1+b)c \cos \varphi}{(2+b+b \sin \varphi) \cos \varphi_t} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中: φ_t 为统一内摩擦角; c_t 为统一内粘聚力。

2 计算模型

如图 1 所示,取井筒轴线为 z 轴建立柱坐标系。井筒半径为 r_0 ,井筒的液压力为 p_0 ;在 r_m ($r_m \gg r_0$) 远端处,孔隙水压力为 p_m ,岩石的水平应力为 p 。

2.1 井筒强度分析

考虑井筒围岩的应变软化,设 c_0, φ_0 为井筒围岩弹性区的强度参数, c_1, φ_1 为井筒围岩塑性区的强度参数。井筒问题为平面应变轴对称问题,该问题中只有径向应力 σ_r 、环向应力 σ_θ 和轴向应力 σ_z 这 3

个主应力,而其余的应力都为0。在井壁附近岩石中, $\sigma_\theta < \sigma_r < 0$, 因此含水围岩破坏时的切应力与正应力满足平面应变状态下的统一强度理论屈服准则式(5),则式(5)可变为:

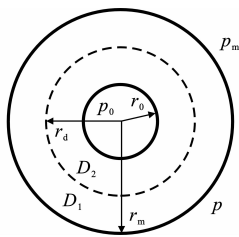


图1 井筒受力模型

Fig. 1 Mechanical Model of Wellbore

(1)初始屈服面方程为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{2} &= -\frac{\sigma_r + \sigma_\theta}{2} \sin \varphi_{t0} + \Phi p_w \sin \varphi_{t0} + c_{t0} \cos \varphi_{t0} \\ \sin \varphi_{t0} &= \frac{2(b+1) \sin \varphi_0}{2+b(1+\sin \varphi_0)} \\ c_{t0} &= \frac{2(b+1)c_0 \cos \varphi_0}{2+b(1+\sin \varphi_0)} \frac{1}{\cos \varphi_{t0}} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中: c_{t0} 、 φ_{t0} 分别为钻采初期的统一内粘聚力和统一内摩擦角。

(2)后继屈服面方程为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{2} &= -\frac{\sigma_r + \sigma_\theta}{2} \sin \varphi_{t1} + \Phi p_w \sin \varphi_{t1} + c_{t1} \cos \varphi_{t1} \\ \sin \varphi_{t1} &= \frac{2(b+1) \sin \varphi_1}{2+b(1+\sin \varphi_1)} \\ c_{t1} &= \frac{2(b+1)c_1 \cos \varphi_1}{2+b(1+\sin \varphi_1)} \frac{1}{\cos \varphi_{t1}} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中: c_{t1} 、 φ_{t1} 分别为钻采完成后的统一内粘聚力和统一内摩擦角。

2.2 孔隙水压力沿半径的分布规律

在地层中,孔隙流体和岩石共同承担着上覆岩层的质量和水平应力,孔隙水压力影响着岩石骨架的应力。根据达西定律可得孔隙水压力沿半径的分布规律为

$$q = \frac{2\pi r k d p_w}{\eta dr} \quad (8)$$

式中: η 为液体的粘度; r 为流体在井段内流过的半径; q 为单位长度井段内流过半径 r 的柱面的流量; k 为渗透率。

由边界条件 $p_w|_{r=r_0} = p_0$ 和 $p_w|_{r=r_m} = p_m$, 可得孔隙水压力沿半径的分布规律为

$$p_w = p_0 + (p_0 - p_m) \ln \frac{r}{r_0} / \ln \frac{r_0}{r_m} \quad (9)$$

3 弹塑性应力分析

3.1 弹性区应力

在弹性变形阶段,井筒围岩应力分量 σ_r 、 σ_θ 由 Lamé 公式确定,即

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= -\left(1 - \frac{r_0^2}{r^2}\right)p - \frac{r_0^2}{r^2}p_0 + \Phi p_w \\ \sigma_\theta &= -\left(1 + \frac{r_0^2}{r^2}\right)p + \frac{r_0^2}{r^2}p_0 + \Phi p_w \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

当井筒液压力 p_0 逐渐减小时,井壁 $r=r_0$ 处最先进入屈服,相应的井筒液压力即为弹性极限压力。由式(10)得井壁上的应力分量 σ_r 、 σ_θ 分别为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= -p_0 + \Phi p_w \\ \sigma_\theta &= -2p + p_0 + \Phi p_w \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

将 σ_r 、 σ_θ 代入式(6)可得

$$p_{e0} = -c_{t0} \cos \varphi_{t0} + p(1 - \sin \varphi_{t0}) \quad (12)$$

式中: p_{e0} 为第一弹性极限压力。

3.2 塑性区应力

当井筒液压力 p_0 达到一定值时,井壁岩石开始塑性变形,设破坏半径 r_d 的圆为井筒弹塑性分界面。塑性区应力 σ_r 、 σ_θ 满足后继屈服面方程式(7)和平衡方程^[14]

$$\frac{d\sigma_r}{dr} - \Phi \frac{dp_w}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (13)$$

联立式(7)、(9)、(13),并由边界条件 $\sigma_r|_{r=r_0} = -p_0$, 可得塑性区的应力分量 σ_r 、 σ_θ 分别为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= -(p_0 + \Phi p_0 + c_{t1} \cot \varphi_{t1}) \left(\frac{r}{r_0} \right)^{\frac{2 \sin \varphi_{t1}}{1 - \sin \varphi_{t1}}} + \Phi p_0 + c_{t1} \cot \varphi_{t1} + \Phi (p_0 - p_m) \ln \frac{r}{r_0} / \ln \frac{r_0}{r_m} \\ \sigma_\theta &= \frac{1 + \sin \varphi_{t1}}{1 - \sin \varphi_{t1}} \sigma_r - \frac{2 \sin \varphi_{t1}}{1 - \sin \varphi_{t1}} (\Phi p_w + c_{t1} \cot \varphi_{t1}) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

将弹性域 D_1 在 $r=r_d$ 处的内应力记为 p_1 。由式(10)可以求出弹性域 D_1 中的应力分量 σ_r 、 σ_θ 分别为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= -\left(1 - \frac{r_d^2}{r^2}\right)p - \frac{r_d^2}{r^2}p_1 + \Phi p_w \\ \sigma_\theta &= -\left(1 + \frac{r_d^2}{r^2}\right)p + \frac{r_d^2}{r^2}p_1 + \Phi p_w \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

当 $r=r_d$ 时

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= -p_1 + \Phi p_w \\ \sigma_\theta &= -2p + p_1 + \Phi p_w \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

在 $r=r_d$ 处,弹性域 D_1 内边界是初始屈服边界,符合初始屈服条件式(6),将式(16)中的 σ_r 、 σ_θ 代入式(6)可得

$$p_1 = -c_{t0} \cos \varphi_{t0} + p(1 - \sin \varphi_{t0}) \tag{17}$$

由于 $r_m \gg r_0$, 在弹塑性交界面 $r = r_d$ 处, 由式 (14) 得应力 σ_{rd} 的分布规律为

$$\sigma_{rd} = -(p_0 + \Phi p_0 + c_{t1} \cot \varphi_{t1}) \cdot \left(\frac{r_d}{r_0}\right)^{\frac{2 \sin \varphi_{t1}}{1 - \sin \varphi_{t1}}} + \Phi p_0 + c_{t1} \cot \varphi_{t1} \tag{18}$$

将式 (18) 代入式 (17) 可得

$$-(p_0 + \Phi p_0 + c_{t1} \cot \varphi_{t1}) \left(\frac{r_d}{r_0}\right)^{\frac{2 \sin \varphi_{t1}}{1 - \sin \varphi_{t1}}} + \Phi p_0 + c_{t1} \cot \varphi_{t1} = -p_1 = -[-c_{t0} \cos \varphi_{t0} + p(1 - \sin \varphi_{t0})]$$

由此得到塑性破坏半径时井筒液压力 p_{p0} 为

$$p_{p0} = [c_{t1} \cot \varphi_{t1} - c_{t1} \cot \varphi_{t1} \left(\frac{r_d}{r_0}\right)^{\frac{2 \sin \varphi_{t1}}{1 - \sin \varphi_{t1}}} + p(1 - \sin \varphi_{t0}) - c_{t0} \cos \varphi_{t0}] / [(1 + \Phi) \left(\frac{r_d}{r_0}\right)^{\frac{2 \sin \varphi_{t1}}{1 - \sin \varphi_{t1}}} - \Phi] \tag{19}$$

当 $b = 0, \Phi = 0$ 时所得结果为

$$p_{p0} = [c_1 \cot \varphi_1 + p(1 - \sin \varphi_0) - c_0 \cos \varphi_0] \left(\frac{r_0}{r_d}\right)^{\frac{2 \sin \varphi_1}{1 - \sin \varphi_1}} - c_1 \cot \varphi_1 \tag{20}$$

式 (20) 即为文献 [1] 中采用 Mohr-Coulomb 强度理论求得的损伤半径与井筒液压力的解析式。若不考虑有效应力修正, 所得弹性区和塑性区的井筒液压力解析式分别为

$$p_{e0} = \frac{p(1 - \sin \varphi_{t0}) - c_{t0} \cos \varphi_{t0}}{1 - \Phi \sin \varphi_{t0}} \tag{21}$$

$$p_{p0} = [c_{t1} \cot \varphi_{t1} - c_{t1} \cot \varphi_{t1} \left(\frac{r_d}{r_0}\right)^{\frac{2 \sin \varphi_{t1}}{1 - \sin \varphi_{t1}}} + p(1 - \sin \varphi_{t0}) - c_{t0} \cos \varphi_{t0}] / \left[\left(\frac{r_d}{r_0}\right)^{\frac{2 \sin \varphi_{t1}}{1 - \sin \varphi_{t1}}} - \Phi \sin \varphi_{t0}\right] \tag{22}$$

当 $b = 0$ 时, $p_{e0}、p_{p0}$ 分别为

$$p_{e0} = \frac{p(1 - \sin \varphi_0) - c_0 \cos \varphi_0}{1 - \Phi \sin \varphi_0} \tag{23}$$

$$p_{p0} = [c_1 \cot \varphi_1 - c_1 \cot \varphi_1 \left(\frac{r_d}{r_0}\right)^{\frac{2 \sin \varphi_1}{1 - \sin \varphi_1}} + p(1 - \sin \varphi_0) - c_0 \cos \varphi_0] / \left[\left(\frac{r_d}{r_0}\right)^{\frac{2 \sin \varphi_1}{1 - \sin \varphi_1}} - \Phi \sin \varphi_0\right] \tag{24}$$

式 (23)、(24) 中的 $p_{e0}、p_{p0}$ 分别为文献 [1] 中采用 Mohr-Coulomb 强度理论求得的弹性、塑性极限压力解析式和损伤半径与井筒液压力的解析式代入孔隙水压力公式后的结果。

4 算例分析

某油田开采中心的一口油井, 在 r_m 远端处的孔

隙水压力 p_m 为 5 MPa, 岩石的水平应力 p 为 43.4 MPa, 岩石的有效孔隙率 Φ 为 25%; 初始屈服时的内粘聚力 c_0 和内摩擦角 φ_0 分别为 0.179 MPa 与 31.4°, 屈服后的内粘聚力 c_1 和内摩擦角 φ_1 分别为 0.154 MPa 与 25.2°。

由本文方法分别可得考虑有效应力修正和不考虑修正时井筒液压力和塑性破坏半径的关系曲线, 如图 2 所示。井筒中保持井壁稳定的塑性极限压力 p_{p0} 与 b 和 r_d/r_0 之间的关系曲线, 如图 3 所示。图 2、3 中, $r_d = r_0 + d$, d 为井壁径向坍塌掉块的最大厚度, 现场工程师由坍塌掉块的尺寸可以估算破坏半径的大小, 从而计算出防止井壁坍塌的井筒液压力。

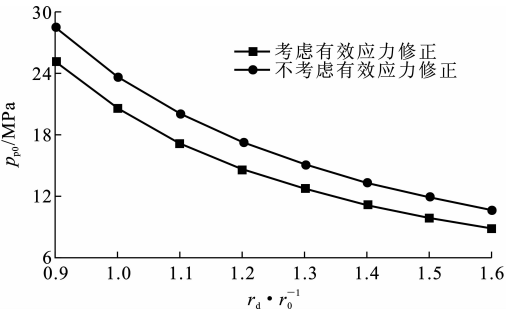


图 2 $b = 0$ 时 p_{p0} 与 r_d/r_0 的关系
Fig. 2 Relationships Between p_{p0} and r_d/r_0 when $b = 0$

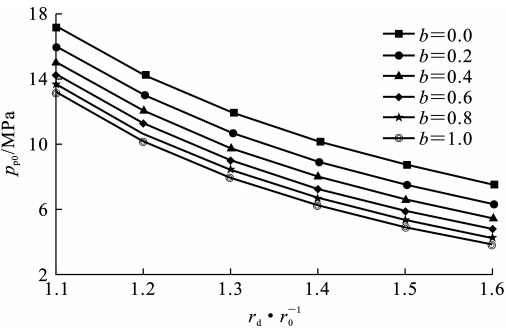


图 3 不同 b 时 p_{p0} 与 r_d/r_0 的关系
Fig. 3 Relationships Between p_{p0} and r_d/r_0 Under Different b

从图 2 可以看出, 在 b 一定时, 井筒液压力随塑性区半径的增大而减小, 而考虑有效应力修正后, 在相同的破坏半径条件下, 可以计算出防止井壁坍塌的井筒液压力比不考虑有效应力修正的小。从图 3 可以看出, 对于相同的井筒液压力, 随着 b 值的增大, 破坏半径随之减小。这说明对于不同的强度理论可以得到不同的极限荷载, 因此用不同的理论分析具有一定的参考价值。

5 结 语

本文中考虑井筒周围岩石的渗流作用和孔隙水

压力,并进行有效应力修正,应用统一强度理论,得到了井筒周围的岩石应力分布表达式、保持井壁稳定的弹性极限荷载和塑性极限荷载的统一解析式以及井筒最大塑性区半径。分析结果表明:井筒液压力越小,破坏半径越大,这是符合钻井施工中由于井筒液压力过小而发生坍塌或缩颈的情况的,而且在相同的破坏半径条件下,可以计算出防止井壁坍塌的井筒液压力,考虑有效应力修正时比不考虑有效应力修正时要小。由此可知,考虑应力修正可以为钻井施工提供更加可靠的理论依据,并且随着屈服准则系数的变化,极限荷载也随之变化。

参考文献:

References:

- [1] 刘玉石,白家祉,周煜辉,等.考虑井壁岩石损伤时保持井眼稳定的泥浆密度[J].石油学报,1995,16(3):123-128.
LIU Yu-shi, BAI Jia-zhi, ZHOU Yu-hui, et al. Mud Density for Wellbore Stability when Formation Rock is Damaged[J]. Acta Petrolei Sinica, 1995, 16(3): 123-128.
- [2] 李敬元,李子丰.渗流作用下井筒周围岩石内弹塑性应力分布规律及井壁稳定条件[J].工程力学,1997,14(1):131-137.
LI Jing-yuan, LI Zi-feng. Rock Elastic-plastic Stresses Around a Wellbore and Wellbore Stability Under Permeation Osmosis[J]. Engineering Mechanics, 1997, 14(1): 131-137.
- [3] 洪伯潜.再论“钻井井壁在泥浆中的轴向稳定”[J].煤炭学报,2008,33(2):121-125.
HONG Bo-qian. Discussion Vertical Structural Stability of a Drilled Shaft in Mud Further[J]. Journal of China Coal Society, 2008, 33(2): 121-125.
- [4] 孙建荣.钻井法凿井泥浆再生调制与废弃处理[J].煤炭科学技术,2008,36(1):25-27.
SUN Jian-rong. Regeneration Preparation and Dumping Treatment of Drilling Mud for Mine Shaft Drilling [J]. Coal Science and Technology, 2008, 36(1): 25-27.
- [5] 苏玉亮,张东,李明忠.油藏中渗流与水平井筒内流动的耦合数学模型[J].中国矿业大学学报,2007,36(6):752-758.
SU Yu-liang, ZHANG Dong, LI Ming-zhong. Mathematical Model Coupling Seepage in the Reservoir with Flow in the Horizontal Wellbore[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2007, 36(6): 752-758.
- [6] 俞茂宏.工程强度理论[M].北京:高等教育出版社,1999.
YU Mao-hong. Engineering Strength Theory [M]. Beijing: Higher Education Press, 1999.
- [7] YU M H. Advances in Strength Theories for Materials Under Complex Stress State in the 20th Century [J]. Appl Mech Rev, 2002, 55(3): 169-218.
- [8] YU M H. Unified Strength Theory and Its Applications [M]. Berlin: Springer-Verlag, 2004.
- [9] 徐栓强,侯卫.考虑岩体中间主应力效应的竖井稳定性分析[J].地下空间与工程学报,2007,3(6):1168-1170.
XU Shuan-qiang, HOU Wei. Analysis on Stability of a Shaft with Considering the Effect of Intermediate Principal Stress of Rock Mass [J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2007, 3(6): 1168-1170.
- [10] 李建春,俞茂宏,王思敬.井筒在孔隙压力和渗流作用下的统一极限分析[J].机械强度,2001,23(2):239-242.
LI Jian-chun, YU Mao-hong, WANG Si-jing. Unified Limit Analysis of a Wellbore Under the Effect of Pore Pressure and Seepage [J]. Journal of Mechanical Strength, 2001, 23(2): 239-242.
- [11] 郑颖人,沈珠江,龚晓南.岩土塑性力学原理[M].北京:中国建筑工业出版社,2002.
ZHENG Ying-ren, SHEN Zhu-jiang, GONG Xiao-nan. Principles of Geotechnical Plastic Mechanics [M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2002.
- [12] 俞茂宏.岩土类材料的统一强度理论及其应用[J].岩土工程学报,1994,16(2):1-10.
YU Mao-hong. Unified Strength Theory for Geomaterials and Its Applications [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1994, 16(2): 1-10.
- [13] 俞茂宏,杨松岩,刘春阳,等.统一平面应变滑移线场理论[J].土木工程学报,1997,30(2):14-26.
YU Mao-hong, YANG Song-yan, LIU Chun-yang, et al. Unified Plane-strain Slip Line Field Theory System [J]. China Civil Engineering Journal, 1997, 30(2): 14-26.
- [14] 蔡晓鸿,蔡勇平.水工压力隧洞结构应力计算[M].北京:中国水利水电出版社,2004.
CAI Xiao-hong, CAI Yong-ping. Structure Stress Calculation for Hydraulic Pressure Tunnel [M]. Beijing: China Water Power Press, 2004.