

文章编号:1673-2049(2011)03-0067-07

基于 Timoshenko 与高阶剪切变形梁理论的 RC 梁极限承载力分析

张云鹏^{1,2}, 刁 波^{1,2}, 叶英华^{1,2}

(1. 北京航空航天大学 土木工程系, 北京 100191;

2. 华南理工大学 亚热带建筑科学国家重点实验室, 广东 广州 510640)

摘要:分别应用 Timoshenko 和高阶剪切变形梁理论, 推导出能够考虑剪切变形的钢筋混凝土梁柱截面非线性分析模型, 并提出应用横向正应变和剪应变的关系系数来计算混凝土开裂后的截面高度变形, 采用基于修正斜压场理论的 Stevens 等的本构模型以避免混凝土的裂缝验算; 数值模拟了正截面破坏以及集中荷载作用下有腹筋和无腹筋 RC 梁的极限承载力。结果表明: 按 2 种理论计算的结果与试验数据吻合良好; 基于 Timoshenko 梁理论的分析模型的结果更接近试验数据, 收敛性也更好。

关键词:钢筋混凝土; Timoshenko 梁理论; 高阶剪切变形梁理论; 极限承载力; 非线性分析

中图分类号: TU312 **文献标志码:** A

Ultimate Bearing Capacities of RC Beam Based on Timoshenko and Higher-order Shear Deformation Beam Theories

ZHANG Yun-peng^{1,2}, DIAO Bo^{1,2}, YE Ying-hua^{1,2}

(1. Department of Civil Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China; 2. State Key Laboratory of Subtropical Building Science, South China University of Technology, Guangzhou 510640, Guangdong, China)

Abstract: Based on Timoshenko and higher-order shear deformation beam theories respectively, a nonlinear analysis model with shear deformation considered reinforced concrete (RC) frame element was deduced. To take into account the height deformation of the given member after diagonal cracking, a correlation between transverse normal strain and shear strain was proposed. The constitutive model proposed by Stevens, et al was adopted to eliminate the cracks checking of concrete, which was mostly based on modified compression field theory. Simulations about pure bending tests and concentrated loading tests with and without stirrups were made to validate the ultimate bearing capacity of RC beam. The results show that the calculation results based on the two theories are both in good agreement with experimental data. Comparatively, it is better to use the section analysis model based on Timoshenko beam theory to increase accuracy and computational efficiency, and the convergence is better.

Key words: reinforced concrete; Timoshenko beam theory; high-order shear deformation beam theory; ultimate bearing capacity; nonlinear analysis

收稿日期: 2011-06-07

基金项目: 国家自然科学基金项目(50978010); 亚热带建筑科学国家重点实验室开放基金项目(2010KB04)

作者简介: 张云鹏(1979-), 男, 山东威海人, 北京航空航天大学工学博士研究生, E-mail: ashengsearch@163.com。

0 引言

由于钢筋混凝土(RC)梁柱在剪力和弯矩等内力共同作用下的受力状态比较复杂,目前基于截面非线性分析的 RC 梁柱单元大都采用不计剪切变形的经典梁理论来构造截面及单元刚度。文献[1]中所构造的单元模型简便,计算结果与试验结果吻合很好,但由于忽略了剪切变形,因而不能对 RC 梁的受剪承载力进行非线性分析。能够考虑剪切变形的梁理论主要有 Timoshenko 梁理论(TBT)^[2]和高阶剪切变形梁理论(HBT)^[3]。为了考虑横截面剪切变形的影响,TBT 假定梁的横截面变形后不再垂直于梁轴线并引入剪切修正系数来调整与截面真实剪应力的误差。2007 年,Gregori 等^[4]在 TBT 的基础上提出了三节点 RC 梁单元,计算结果与试验数据吻合较好,但计算难度大,需要专门的求解工具,而且其忽略箍筋应变却能考虑箍筋作用的合理性让人质疑。HBT 不仅能够考虑剪切变形并且能够满足上下表面的非剪切边界条件,被广泛应用于分析复合材料梁、板的剪切问题,但多属于线弹性分析,很少见有将 HBT 用于 RC 非线性分析的报道。

本文中笔者针对 RC 梁柱构件在混凝土斜裂缝出现前箍筋所受拉力很小但斜裂缝出现后箍筋受力突然增加并逐渐增大直至屈服的特点,分别在 TBT 和 HBT 的基础上,考虑混凝土斜裂缝出现后梁高方向的变形,推导出压、弯、剪复合作用下的截面刚度矩阵,进行了 RC 梁抗弯、抗剪承载力非线性分析,与试验数据进行验证,并进行了比较。

1 截面切线刚度的推导

1.1 基本假定

截面切线刚度推导的基本假定为:①混凝土斜裂缝出现后梁单元沿截面高度产生变形;②梁的横截面变形始终保持为平截面;③遵守修正斜压场理论(Modified Compression Field Theory,简称 MCFT)^[5]的基本假定。

1.2 截面的几何关系

本文中采用的几何坐标系如图 1 所示,其中, l 为截面所在梁单元的长度, b 、 h 分别为截面的宽度和高度。

假设沿着几何坐标系 x 轴和 z 轴的位移分别为 $u(x, z)$ 和 $w(x, z)$,则通用位移场的表达式为

$$\left. \begin{aligned} u(x, z) &= u^0(x) - z \frac{\partial w^0(x)}{\partial x} + \Phi(z) \gamma_{xz}^0(x) \\ w(x, z) &= w^0(x) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

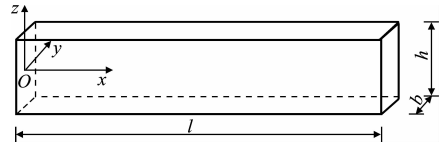


图 1 几何坐标系

Fig. 1 Geometric Coordinate

$$\gamma_{xz}^0(x) = \frac{\partial w^0(x)}{\partial x} + \theta^0(x) \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 w^0(x)}{\partial x^2} = \frac{\partial \gamma_{xz}^0(x)}{\partial x} - \frac{\partial \theta^0(x)}{\partial x} \quad (3)$$

式中: $u^0(x)$ 、 $w^0(x)$ 分别为中线上沿着 x 轴和 z 轴的位移; $\Phi(z)$ 为截面形函数; $\gamma_{xz}^0(x)$ 为中线上的剪应变; $\theta^0(x)$ 为截面中线上的转角,右手法则拇指指向 y 轴正向为正。

TBT 和 HBT 的差别主要表现在截面形函数 $\Phi(z)$ 的不同。TBT 取 $\Phi(z) = z$,其剪应变沿截面均匀分布,对矩形截面剪切修正系数取 5/6,即修正后,对于 TBT

$$\Phi(z) = 5z/6 \quad (4)$$

对于 HBT,则采用 Reddy^[6]剪应变沿着 z 轴呈抛物线形分布的形函数,即

$$\Phi(z) = z[1 - 4z^2/(3h^2)] \quad (5)$$

对于压、弯、剪复合作用下的梁柱单元,截面上每一点需要考虑的应变为

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u^0}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w^0}{\partial x^2} + \Phi(z) \frac{\partial \gamma_{xz}^0}{\partial x} \\ \gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial \Phi(z)}{\partial z} \gamma_{xz}^0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

将式(3)代入式(6),根据平截面假定,忽略 ϵ_x 表达式中 z 的高次项,得向量形式

$$\tilde{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & z & 0 \\ 0 & 0 & \Phi'(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon^0 \\ \varphi^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{bmatrix} = \mathbf{S} \tilde{\epsilon}^0 \quad (7)$$

式中: ϵ^0 为坐标 x 处的轴线正应变, $\epsilon^0 = \partial u^0(x)/\partial x$; φ^0 为轴线 x 处绕 y 轴的曲率, $\varphi^0 = \partial \theta^0(x)/\partial x$; $\Phi'(z) = \partial \Phi(z)/\partial z$ 。

根据基本假定①,综合笔者已有的研究成果^[7-8]以及计算结果的分析比较,设混凝土斜向开裂前沿梁高方向的横向应变 $\epsilon_z = 0$,斜向开裂后 $\epsilon_z = \eta \gamma_{xz}$, η 为与剪跨比有关的横向正应变与剪应变关系系数。由于 TBT 与 HBT 的截面剪切形函数不同,因此 η 取值也不同。

对于 TBT

$$1.6 \geq \eta_T = \lambda - 0.9 \geq 0.5 \quad (8)$$

对于 HBT

$$1.5 \geq \eta_H = \lambda - 1 \geq 0.4 \quad (9)$$

式中: λ 为剪跨比; η_T 、 η_H 分别为 TBT、HBT 方法横向变形参数。

由上述可知:斜裂缝出现前,主应变由 ϵ_x 和 γ_{xz} 计算;在斜裂缝出现后,主应变则由 ϵ_x 、 γ_{xz} 和 ϵ_z 计算。

1.3 截面的平衡关系

梁截面受到轴力 N 、弯矩 M 和剪力 V 的复合作用 \mathbf{F} , $\mathbf{F} = (N, M, V)^T$ 。截面任意点由轴向正应力 σ_x 和剪应力 τ_{xz} 组成应力向量 $\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = (\sigma_x, \tau_{xz})^T$ 见图 2。

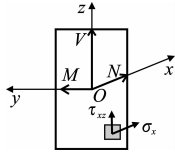


图2 截面受力

Fig.2 Section Loads

根据虚功原理,有

$$\iint_A \delta \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}^T \tilde{\boldsymbol{\sigma}} dA = \delta \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}^o T \mathbf{F} \quad (10)$$

式中: A 为梁截面内一单元面积。

将式(7)代入式(10),并整理得

$$\iint_A \delta \mathbf{S}^T \tilde{\boldsymbol{\sigma}} dA = \iint_A \begin{bmatrix} 1 & z & 0 \\ 0 & 0 & \Phi'(z) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \tau_{xz} \end{bmatrix} dA = \mathbf{F} \quad (11)$$

即 $\iint_A \mathbf{S}^T \tilde{\boldsymbol{\sigma}} dA = \mathbf{F}$ 。于是截面的切向刚度矩阵 $\tilde{\mathbf{D}}$ 为

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{D}} &= \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}^o} = \frac{\partial}{\partial \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}^o} \iint_A \mathbf{S}^T \tilde{\boldsymbol{\sigma}} dA = \\ &\iint_A \mathbf{S}^T \frac{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}}{\partial \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}} \frac{\partial \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}}{\partial \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}^o} dA = \iint_A \mathbf{S}^T \frac{\partial \tilde{\boldsymbol{\sigma}}}{\partial \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}} \mathbf{S} dA = \\ &\iint_A \mathbf{S}^T \mathbf{D} \mathbf{S} dA \end{aligned} \quad (12)$$

1.4 任意点处切线刚度的计算

在 RC 梁中,箍筋的主要作用就是抵抗剪力。任意点应力为混凝土应力与箍筋应力之和

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \tau_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{cx} \\ \tau_{cxz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \rho_{sv} \sigma_{sv} \end{bmatrix} \quad (13)$$

对于箍筋, $d\sigma_{sv} = E_{sv} d\epsilon_z = \eta E_{sv} d\gamma_{xz}$, 即

$$d\sigma_{sv} / d\gamma_{xz} = \eta E_{sv} \quad (14)$$

取式(13)增量并将式(14)代入,得

$$\begin{bmatrix} d\sigma_x \\ d\tau_{xz} \end{bmatrix} = (\mathbf{M}' + \mathbf{N}') \begin{bmatrix} d\epsilon_x \\ d\gamma_{xz} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$d\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{D}_{cv} d\tilde{\boldsymbol{\epsilon}} = (\mathbf{D}_c + \mathbf{D}_{sv}) d\tilde{\boldsymbol{\epsilon}} \quad (16)$$

$$\mathbf{M}' = \begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma_{cx}}{\partial \epsilon_x} & \frac{\partial \sigma_{cx}}{\partial \gamma_{xz}} \\ \frac{\partial \tau_{cxz}}{\partial \epsilon_x} & \frac{\partial \tau_{cxz}}{\partial \gamma_{xz}} \end{bmatrix}, \mathbf{N}' = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \eta \rho_{sv} E_{sv} \end{bmatrix}$$

式中: \mathbf{D}_{cv} 为切线刚度矩阵, $\mathbf{D}_{cv} = \mathbf{D}_c + \mathbf{D}_{sv}$, \mathbf{D}_c 、 \mathbf{D}_{sv} 分

别为混凝土刚度矩阵和箍筋刚度矩阵; ρ_{sv} 为配箍率; E_{sv} 为箍筋的切线模量。

\mathbf{D}_c 可由整体 Oxz 坐标系下的混凝土刚度矩阵 \mathbf{D}_p 经过“缩聚”得到,而 \mathbf{D}_p 可由主应变坐标系下混凝土切线刚度矩阵 \mathbf{D}'_c 通过坐标转换求得

$$\mathbf{D}_p = \mathbf{T}^T \mathbf{D}'_c \mathbf{T} \quad (17)$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha \\ \sin^2 \alpha & \cos^2 \alpha & -\sin \alpha \cos \alpha \\ -2 \sin \alpha \cos \alpha & 2 \sin \alpha \cos \alpha & \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \end{bmatrix} \quad (18)$$

式中: \mathbf{T} 为局部坐标系(即主应力或主应变坐标系)与整体坐标系的坐标转换矩阵; \mathbf{D}'_c 为主应变坐标系下混凝土的切线刚度矩阵;转角 α 由 ϵ_x 、 γ_{xz} 和 ϵ_z 形成的主应变莫尔圆计算。

根据文献[4]有

$$\mathbf{D}'_c = \begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma_{c1}}{\partial \epsilon_1} & \frac{\partial \sigma_{c1}}{\partial \epsilon_2} & \frac{\partial \sigma_{c1}}{\partial \gamma_{12}} \\ \frac{\partial \sigma_{c2}}{\partial \epsilon_1} & \frac{\partial \sigma_{c2}}{\partial \epsilon_2} & \frac{\partial \sigma_{c2}}{\partial \gamma_{12}} \\ 0 & 0 & \frac{\sigma_{c1} - \sigma_{c2}}{2(\epsilon_1 - \epsilon_2)} \end{bmatrix} \quad (19)$$

式(19)中各元素完全参考 Stevens 等^[9] 的钢筋混凝土材料本构模型求得。

1.5 截面区域划分及截面刚度集成

根据钢筋分布的不同,可沿 z 轴方向将截面划分为不同的区域(图 3)。每一区域的高度,可参照纵筋的影响范围(如纵筋直径的 7.5 倍)确定。

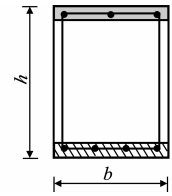


图3 截面区域划分

Fig.3 Cross-section Zone Division

由式(12)并计入纵筋刚度后,区域的刚度矩阵 $\tilde{\mathbf{D}}_i$ 为

$$\tilde{\mathbf{D}}_i = \iint_{A_i} \mathbf{S}^T \mathbf{D}_{cv} \mathbf{S} dA + \mathbf{S}^T \mathbf{D}_{sxi} \mathbf{S} \quad (20)$$

$$\mathbf{D}_{sxi} = \begin{bmatrix} A_{sxi} E_{sxi} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

式中: \mathbf{D}_{sxi} 为区域 i 的纵筋切线刚度矩阵; A_{sxi} 为 i 区纵筋的总面积; E_{sxi} 为纵筋的切线刚度。

各区域按高斯积分得到区域刚度矩阵,然后求和,即得到整个截面的切向刚度矩阵 $\tilde{\mathbf{D}}$ 为

$$\tilde{\mathbf{D}} = \sum_{i=1}^n \tilde{\mathbf{D}}_i \quad (22)$$

2 实例分析

本文中运用 MATLAB 语言编写了相应的非线性分析程序,采用高斯积分分别计算了 RC 构件的受弯承载力以及集中荷载作用下的受剪承载力。

2.1 正截面承载力

试验参数见表 1^[10-11], 其中, f_{ck} 、 f_{yk} 分别为混凝土的抗压强度和钢筋的抗拉强度, A_s 为截面钢筋的总面积。表 2 为极限弯矩计算结果与试验数据的比较。

表 2 极限弯矩计算结果与试验数据的比较
Tab. 2 Comparisons of Ultimate Bending Moments Between Calculation Results and Test Results

试件编号	$M_t/(\text{MN} \cdot \text{m})$	$M_{tu}/(\text{MN} \cdot \text{m})$	$M_{tb}/(\text{MN} \cdot \text{m})$	M_t/M_{tu}^{-1}	M_t/M_{tb}^{-1}
1	0.023 1	0.028 200	0.028 001	0.819 149	0.824 958
2	0.069 3	0.068 000	0.067 960	1.019 118	1.019 719
3	0.075 0	0.075 968	0.075 986	0.987 258	0.987 023
4	0.063 0	0.064 470	0.977 199	0.064 775	0.972 597
5	0.077 0	0.087 500	0.086 982	0.880 000	0.885 242
6	0.116 9	0.121 600	0.121 008	0.961 349	0.966 053
平均值				0.940 679	0.942 599
变异系数				0.080 308	0.077 235

注: M_t 、 M_{tu} 、 M_{tb} 分别为极限弯矩试验值、HBT 计算值和 TBT 计算值。

由表 2 可以看出:不论是 TBT 还是 HBT,所计算的极限弯矩结果与试验数据都吻合较好,这是因为 TBT 和 HBT 主要是在经典梁理论的基础上对剪切变形的计算有所改进,而对轴向应力的计算改变不大;从平均值及变异系数来看,TBT 的计算结果比 HBT 的略好。

2.2 无腹筋梁剪切破坏的极限承载力

图 4 及表 3 中给出了集中荷载作用下不同剪跨比时的无腹筋 RC 梁构件的荷载、截面尺寸及配筋^[12],表 4 中给出了本文的无腹筋 RC 梁受剪承载力计算结果与试验数据的比较。由表 4 可以看出:运用 TBT 和 HBT 所计算的极限承载力结果与试验数据都吻合较好,说明本文中提出的横向变形参数 η 能够考虑不同剪跨比对构件抗剪强度的影响;但表 4 中的变异系数较表 2 中对应的变异系数略大,这主要是因为 RC 梁的受剪承载力有较大的离散性^[13-15]。从本节计算的平均值及变异系数来看,TBT 的计算结果仍然比 HBT 的略好。

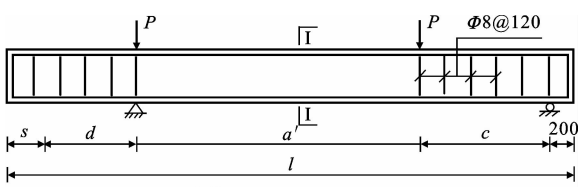
2.3 有腹筋梁剪切破坏的极限承载力

图 5 为文献[16]中 3 组有腹筋 RC 简支梁的截面尺寸及配筋。梁截面高度为 500 mm,宽度为 150 mm;梁长为 4 200 mm;箍筋间距为:G 组 250 mm,H 组 175 mm,I 组 100 mm。

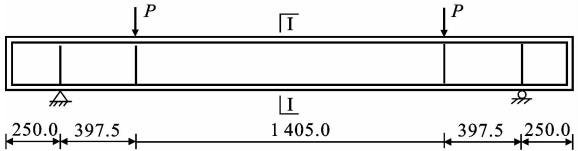
表 1 试验参数

Tab. 1 Test Parameters

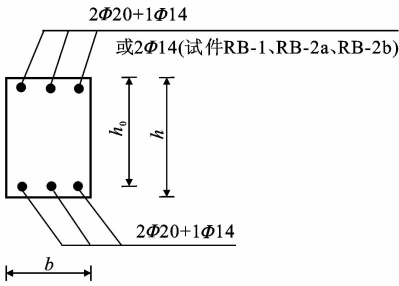
试件编号	b/m	h/m	f_{ck}/MPa	f_{yk}/MPa	$A_s/10^{-4} \text{ m}^2$
1	0.165	0.305	35.077	320.50	$2 \times 1.131 0$
2	0.170	0.300	23.667	352.70	$3 \times 2.544 7$
3	0.170	0.300	16.000	409.90	$3 \times 2.544 7$
4	0.170	0.300	12.800	352.70	$3 \times 2.544 7$
5	0.165	0.300	26.333	352.70	$4 \times 2.544 7$
6	0.170	0.300	26.333	405.30	$4 \times 3.141 5$



(a) 试件RA-1~RA-4、RB-2~RB-4



(b) 试件RB-1



(c) I-I 截面

图 4 无腹筋 RC 梁(单位:mm)

Fig. 4 RC Beams Without Stirrups (Unit:mm)

表 5 中给出的 G、H、I 三组共 17 根发生剪压破坏的有腹筋 RC 梁受剪承载力试验数据及本文中的计算结果。由表 5 可以看出,运用 TBT 和 HBT 所计

表 3 无腹筋 RC 梁参数

Tab. 3 Parameters of RC Beams Without Stirrups

试件编号	b/cm	h_0/cm	a'/cm	d/cm	s/cm	c/cm	l/cm	f_{ck}/MPa
RA-1a	15.6	26.6	53.00	22.40	28.80	145.75	270	31.5
RA-1b	15.5	26.7	53.00	22.40	28.80	145.75	270	25.3
RA-2a	15.9	26.6	106.00	33.80	17.40	92.75	270	25.9
RA-2b	15.4	26.8	106.00	33.80	17.40	92.75	270	31.5
RA-3a	15.2	26.5	132.50	33.10	18.10	66.25	270	33.3
RA-3b	15.4	26.5	132.50	33.10	18.10	66.25	270	25.9
RA-4a	15.3	27.0	159.00	26.50	24.70	39.75	270	32.3
RA-4b	15.4	26.8	159.00	26.50	24.70	39.75	270	32.3
RB-1	15.5	26.5	39.75				270	36.7
RB-2a	15.1	26.5	53.00	7.18	42.82	47.00	170	34.8
RB-2b	15.4	26.8	53.00	7.18	42.82	47.00	170	33.8
RB-3a	15.4	26.6	66.25	15.23	34.77	53.75	190	36.0
RB-3b	15.4	26.5	66.25	15.23	34.77	53.75	190	25.9
RB-4a	15.2	26.5	79.50	24.00	26.00	60.50	210	25.3
RB-4b	15.3	26.5	79.50	24.00	26.00	60.50	210	36.7

表 4 无腹筋 RC 梁受剪承载力计算结果与试验数据的比较

Tab. 4 Comparisons of Shearing Capacities Between Calculation Results and Test Results of RC Beams Without Stirrups

试件编号	剪跨比	V_t/MN	V_{tu}/MN	V_{tu}/MN	η_{H}	η_{T}	$V_t V_{\text{tu}}^{-1}$	$V_t V_{\text{tu}}^{-1}$
RA-1a	0.997	0.178 5	0.159 155	0.169 231	0.40	0.50	1.121 546	1.054 772
RA-1b	0.994	0.128 4	0.131 693	0.141 186	0.40	0.50	0.974 996	0.909 440
RA-2a	1.990	0.081 9	0.077 405	0.076 475	0.99	1.09	1.058 065	1.070 934
RA-2b	1.980	0.070 8	0.082 984	0.082 793	0.98	1.08	0.853 176	0.855 145
RA-3a	2.500	0.060 5	0.058 816	0.058 013	1.50	1.60	1.028 634	1.042 863
RA-3b	2.500	0.050 5	0.053 719	0.053 655	1.50	1.60	0.940 069	0.941 204
RA-4a	2.940	0.059 7	0.054 608	0.054 061	1.50	1.60	1.093 239	1.104 314
RA-4b	2.970	0.057 3	0.143 464	0.054 129	0.50	1.60	1.124 326	1.058 577
RB-1	1.500	0.161 3	0.143 075	0.134 835	0.50	0.60	1.064 477	1.196 281
RB-2a	1.500	0.152 3	0.143 054	0.135 038	0.48	0.60	0.742 379	1.127 832
RB-2b	1.480	0.106 2	0.135 467	0.134 964	0.49	0.58	0.980 313	0.786 877
RB-3a	1.490	0.132 8	0.124 960	0.137 385	0.50	0.59	0.901 888	0.966 626
RB-3b	1.500	0.112 7	0.118 248	0.120 716	0.50	0.60	0.770 669	0.933 598
RB-4a	1.500	0.091 1	0.143 024	0.118 266	0.50	0.60	0.742 534	0.770 548
RB-4b	1.500	0.106 2	0.143 464	0.134 943	0.50	0.60	1.124 326	0.787 000
平均值							0.963 2	0.973 7
变异系数							0.138 9	0.137 3

注： V_t 、 V_{tu} 、 V_{tu} 分别为受剪承载力试验值、HBT 计算值和 TBT 计算值。

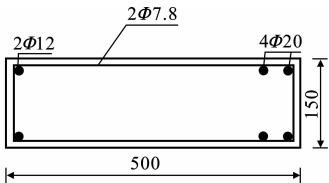


图 5 有腹筋 RC 梁截面尺寸及配筋(单位:mm)

Fig. 5 Cross-section Sizes and Reinforcement of RC Beam with Stirrup (Unit:mm)

计算的极限承载力结果与试验数据都吻合较好,二者相比,仍然是 TBT 的计算结果略好。

3 结 语

- (1)分别运用 HTB 与 TBT 构建出的钢筋混凝土梁柱截面非线性分析模型能计算正截面受弯承载力、无腹筋以及有腹筋 RC 梁斜截面破坏的受剪承载力,计算结果与试验数据吻合较好。
- (2)提出了用参数 η 来考虑混凝土开裂后横向正应变与剪应变的关系,并通过与试验数据拟合,使得 2 种分析模型都能够考虑不同剪跨比的影响。
- (3)按本文方法,对比基于 2 种理论模型的验证

表 5 有腹筋 RC 梁受剪承载力计算结果与试验数据的比较

Tab. 5 Comparisons of Shearing Capacities Between Calculation Results and Test Results of RC Beams with Stirrups

试件编号	剪跨比	f_{ck}/MPa	V_t/MN	V_{hu}/MN	V_{tu}/MN	η_H	η_T	$V_t V_{hu}^{-1}$	$V_t V_{tu}^{-1}$
G1-1	2.02	47.5	0.210	0.265 81	0.259 773	1.02	1.12	0.790 0	0.808 4
G1-2	1.51	47.5	0.322	0.359 80	0.349 890	0.51	0.61	0.894 9	0.920 3
G1-3	1.01	47.5	0.477	0.503 69	0.489 756	0.40	0.50	0.947 0	0.974 0
G2-1	2.47	47.4	0.190	0.211 02	0.209 700	1.47	1.57	0.900 4	0.906 1
G3-1	2.74	49.6	0.150	0.187 81	0.184 853	1.50	1.60	0.798 7	0.811 5
H1-1	2.75	55.0	0.218	0.234 98	0.234 652	1.50	1.60	0.927 8	0.929 0
H2-1	2.49	54.0	0.220	0.215 82	0.209 649	1.49	1.59	1.019 4	1.049 4
H3-1	2.00	55.0	0.230	0.274 81	0.269 696	1.00	1.10	0.836 9	0.852 8
H3-2	1.52	55.0	0.347	0.369 72	0.359 596	0.52	0.62	0.938 6	0.965 0
H3-3	1.00	55.0	0.526	0.549 76	0.509 698	0.40	0.50	0.956 8	1.032 0
H4-1	2.50	50.7	0.230	0.215 13	0.211 752	1.50	1.60	1.069 1	1.086 2
H4-2	1.00	50.7	0.479	0.529 41	0.469 006	0.40	0.50	0.904 8	1.021 3
I1-1	1.99	52.3	0.370	0.274 83	0.271 565	0.99	1.09	1.346 3	1.362 5
I1-2	1.49	52.3	0.375	0.375 81	0.369 852	0.49	0.59	0.997 8	1.013 9
I1-3	1.00	52.3	0.490	0.579 31	0.524 821	0.40	0.50	0.845 8	0.933 7
I2	2.26	43.8	0.270	0.229 69	0.224 789	1.26	1.36	1.175 5	1.201 1
I3-1	2.73	52.3	0.240	0.197 71	0.194 874	1.50	1.60	1.213 9	1.231 6
平均值								0.974 3	1.005 8
变异系数								0.151 2	0.144 1

结果平均值、变异系数以及收敛情况，采用 TBT 构建出的分析模型更好。

参考文献：

References:

[1] YE Ying-hua, DIAO Bo. Nonlinear Analysis of Concrete Structures [M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Publishing House,1996.

[2] TIMOSHENKO S P. On the Correction for Shear of the Differential Equation for Transverse Vibration of Prismatic Bars[J]. Philosophical Magazine,1921,41: 744-746.

[3] BICKFORD W B. A Consistent Higher Order Beam Theory[J]. Developments in Theoretical and Applied Mechanics,1982,11:137-150.

[4] GREGORI J N. SOSA P M, FERNANDEI PMA, et al. A 3D Numerical Model for Reinforced and Prestressed Concrete Elements Subjected to Combined Axial, Bending, Shear and Torsion Loading[J]. Engineering Structures,2007,29(12):3404-3419.

[5] VECCHIO F J, COLLINS M P. The Modified Compression-field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear[J]. ACI Journal Proceedings, 1986,83(2):219-231.

[6] REDDY J N. A Simple Higher Order Theory for Laminated Composite Plates[J]. Journal of Applied

Mechanics,1984,51(4):745-752.

[7] ZHANG Y P, DIAO B, YE Y H, et al. Nonlinear RC Beam Element Model Under Combined Action of Axial Compression, Bending and Shear[C]//TIZANI W. Proceedings of the International Conference on Computing in Civil and Building Engineering. Nottingham: Nottingham University Press,2010:471-472.

[8] DIAO B, ZHANG Y P, YE Y H. Ultimate Load Analysis of RC Beam Under Combined Action of Axial, Bending and Shear Loading[J]. Advanced Materials Research, 2011, 163, 164, 165, 166, 167: 1702-1707.

[9] STEVENS N J, UZUMERI S M, COLLINS M P, et al. Constitutive Model for Reinforced Concrete Finite Element Analysis[J]. ACI Structural Journal, 1991,88(1):49-59.

[10] 薛延胜. 钢筋混凝土套叠梁正截面承载力试验[D]. 哈尔滨: 哈尔滨建筑工程学院,1985.

XUE Yan-sheng. Experimental Study of Reinforced Concrete Compound Beam[D]. Harbin, Harbin Architecture and Civil Engineering Institute,1985.

[11] 张晓漪,刁波,薛延胜. 钢筋砼套叠梁力学性能的试验研究及计算[J]. 建筑结构学报,1988,9(5):20-28.

ZAHNG Xiao-yi, DIAO Bo, XUE Yan-sheng. Experimental Study on Mechanical Properties of Reinforced Concrete Casing Compound Beam [J]. Journal of

- Building Structures, 1988, 9(5): 20-28.
- [12] 谢育良, 李寿康, 颜德姮, 等. 集中荷载下无腹筋钢筋混凝土约束梁的抗剪强度[R]. 上海: 同济大学, 1981.
- XIE Yu-liang, LI Shou-kang, YAN De-heng, et al. Shear Strength of Concrete Beams Without Stirrups Under Concentrated Loads[R]. Shanghai: Tongji University, 1981.
- [13] 任伟, 赵煜, 栾好发. 钢板加固持荷 RC 梁承载力数值分析方法[J]. 交通运输工程学报, 2007, 7(6): 96-100.
- REN Wei, ZHAO Yu, LUAN Hao-fa. Numerical Method of Bearing Capacity for Preloaded RC Beam Strengthened by Bonding Steel Plates[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2007, 7(6): 96-100.
- [14] 潘元, 刘伯权, 邢国华, 等. 核心区剪切破坏的 RC 变梁中节点受力模型研究[J]. 西安建筑科技大学学报: 自然科学版, 2010, 42(5): 642-648.
- PAN Yuan, LIU Bo-quan, XING Guo-hua, et al. Model for Shear Failure of RC Interior Joints with Different Depth Beams[J]. Journal of Xi'an University of Architecture & Technology: Natural Science Edition, 2010, 42(5): 642-648.
- [15] 王春生, 袁卓亚, 郭晓宇, 等. 钢板-混凝土组合加固混凝土 T 梁的抗弯性能试验[J]. 交通运输工程学报, 2010, 10(6): 32-40.
- WANG Chun-sheng, YUAN Zhuo-ya, GUO Xiao-yu, et al. Flexural Behavior Experiment of Reinforced Concrete T-beams with Steel Plate-concrete Composite Strengthening[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2010, 10(6): 32-40.
- [16] 彭天明, 王南. 受集中荷载简支钢筋混凝土梁抗剪性能试验研究[R]. 上海: 同济大学, 1984.
- PENG Tian-ming, WANG Nan. Experimental Study on Shear Performance of Simply Supported RC Beam Under Concentrated Loads[R]. Shanghai: Tongji University, 1984.
-
- (上接第 61 页)
- Building on Wind Effects on Cooling Towers[J]. Engineering Structures, 1998, 20(10): 874-880.
- [2] VILADKAR M N, KARISDDAPPA C R, BHARGAVA P, et al. Static Soil-structure Interaction Response of Hyperbolic Cooling Towers to Symmetrical Wind Loads[J]. Engineering Structures, 2006, 28(9): 1236-1251.
- [3] 同济大学土木工程防灾国家重点实验室. 印度 TALWANDI 3×660 MW 超临界燃煤电站项目冷却塔抗风抗震性能研究[R]. 上海: 同济大学土木工程防灾国家重点实验室, 2010.
- SLDRCE of Tongji University. Wind-resistant and Earthquake-resistant Behavior Study on Cooling Tower for Indian TALWANDI 3×660 MW Supercritical Coal-fired Power Station[R]. Shanghai: SLDRCE of Tongji University, 2010.
- [4] 赵林, 葛耀君, 许林汕, 等. 超大型冷却塔风致干扰效应试验研究[J]. 工程力学, 2009, 26(1): 149-154, 159.
- ZHAO Lin, GE Yao-jun, XU Lin-shan, et al. Wind Tunnel Investigation on Wind-induced Interference Effects for Super Large Cooling Towers[J]. Engineering Mechanics, 2009, 26(1): 149-154, 159.
- [5] GB/T 50102—2003, 工业循环水冷却设计规范[S]. GB/T 50102—2003, Code for Design of Cooling for Industrial Recirculating Water[S].
- [6] DL/T 5339—2006, 火力发电厂水工设计规范[S]. DL/T 5339—2006, Technical Specification for Hydraulic Design of Thermal Power Plant[S].
- [7] 盛朝晖, 宋波. 流固耦合对大型脱硫塔动力特性的影响[J]. 建筑科学与工程学报, 2010, 27(1): 36-42.
- SHENG Zhao-hui, SONG Bo. Influence of Fluid-solid Coupling on Dynamic Characteristics of Large Desulfurization Tower[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2010, 27(1): 36-42.
- [8] 郭彦林, 刘学武. 大跨度钢结构屋盖拆撑过程数值模拟的千斤顶-间隙单元法[J]. 西安建筑科技大学学报: 自然科学版, 2008, 40(1): 1-7.
- GUO Yan-lin, LIU Xue-wu. Jack-gap Element Model for Numerical Simulation of Removing Temporary Supports of Large-span Steel Structural Roof[J]. Journal of Xi'an University of Architecture & Technology: Natural Science Edition, 2008, 40(1): 1-7.
- [9] JTG/T D60-01—2004, 公路桥梁抗风设计规范[S]. JTG/T D60-01—2004, Wind-resistant Design Specification for Highway Bridges[S].