第 28 卷 第 4 期
2011 年 12 月
建筑科学与工程学报
Journal of Architecture and Civil Engineering
Vol. 28 No. 4
Dec. 2011

文章编号:1673-2049(2011)04-0055-08

基于粘性阻尼假定的反应谱 CCQC 法研究

刘庆林[1],傅学怡[2],杨先桥[3]

(1. 深圳市建筑工务署,广东 深圳 518031;2. 深圳大学 土木工程学院,广东 深圳 518060;
3. 中建国际(深圳)设计顾问有限公司,广东 深圳 518048)

摘要:采用虚拟激励法推导出基于粘性阻尼假定和任意平稳随机地震动的复振型完全平方组合(CCQC)法原始表达式(OCCQC)及其传统简化表达式 TCCQC,并与基于复阻尼假定的平稳随机振动分析结果进行对比。结果表明:高厚比较大的结构 TCCQC 式计算结果偏小较多,而 OCCQC 式计算结果更加接近,比 TCCQC 式要更为合理;基于粘性阻尼假定时,阻尼矩阵与复模态分析结果之间相互影响,反应谱 CCQC 法计算结果不惟一,合理性不易被判定;若粘性阻尼矩阵构造得当,反应谱 CCQC 法计算结果与基于复阻尼假定的平稳随机振动分析结果接近,但要构造恰当的粘性阻尼矩阵费时费力;结构设置有粘性阻尼类型机械阻尼器时宜采用基于粘性阻尼假定的反应谱 CCQC 法,否则采用基于复阻尼假定的反应谱 CCQC 法更加便捷。

关键词:粘性阻尼;虚拟激励法;反应谱 CCQC 法;平稳随机振动分析

中图分类号:TU311.3 **文献标志码:**A

Research on Response Spectrum CCQC Method Based on Viscous Damping Assumption

LIU Qing-lin[1], FU Xue-yi[2], YANG Xian-qiao[3]

(1. Bureau of Public Works of Shenzhen Municipality, Shenzhen 518031, Guangdong, China;
2. School of Civil Engineering, Shenzhen University, Shenzhen 518060, Guangdong, China;
3. China Construction (Shenzhen) Design International, Shenzhen 518048, Guangdong, China)

Abstract: A pseudo-excitation method was used to deduce a new formula of original complex complete quadratic combination (OCCQC) method and its simplified form according to traditionally simplified complex complete quadratic combination (TCCQC). The results of TCCQC were compared with the results of stationary random vibration analysis based on complex damping assumption. The results show that the results of TCCQC of structures which have greater height to thickness ratio are much less, while the calculation results of OCCQC are in good agreement, which shows that OCCQC is more rational than TCCQC. Damping matrix based on viscous damping assumption interacts with results of complex modal analysis, so calculation results of response spectrum CCQC method are not unique and the rationality of results is difficult to be determined. If viscous damping matrix is properly constructed, calculation results of the response spectrum CCQC method based on viscous damping assumption will agree well with that of stationary random vibration analysis based on complex damping assumption, but constructing proper viscous damping matrix is a time-consuming and hard work. The response spectrum CCQC

收稿日期:2011-09-29
基金项目:国家自然科学基金项目(90715012)
作者简介:刘庆林(1969-),男,湖南衡山人,高级工程师,工学博士,E-mail:liu2xa@vip.163.com。

method based on viscous damping assumption is suggested only for structures where viscous damping type mechanical dampers are placed, otherwise the response spectrum CCQC method based on complex damping assumption is more convenient and efficient.

Key words: viscous damping; pseudo-excitation method; response spectrum complex complete quadratic combination method; stationary random vibration analysis

0 引 言

随着中国经济的飞速发展,不同材料阻尼特性混合结构如超高层建筑、大型体育场馆、大跨度桥梁等大量出现,如何合理高效地求得这类结构的地震作用及其效应是结构工程师们最为关注的问题之一。当前,用于抗震计算的首要方法是反应谱法,但中国《建筑抗震设计规范》(GB 50011—2010,以下简称规范)[1]给出的反应谱完全平方组合(CQC)法仅适用于单一材料结构,用于不同材料阻尼特性混合结构时需凭经验假定整体结构折算阻尼比,很可能导致计算结果不合理。一般情况下,不同材料阻尼特性混合结构的阻尼特性不满足经典阻尼条件,模态分析得到的是复特征值和复特征向量。为此,周锡元等[2-6]基于粘性阻尼假定和白噪声地震动假定提出了基于规范反应谱的复振型完全平方组合(Complex Complete Quadratic Combination)法,简称反应谱 CCQC 法,在推导过程中隐含引入了地震作用效应峰值因子与各模态坐标峰值因子近似相等的假定[7]。实际应用中发现,上述反应谱 CCQC 法存在几个缺陷。首先,阻尼是影响结构动力计算结果合理性的关键因素之一,迄今为止已有多种阻尼假定被提出[8-9],其中以粘性阻尼假定在建立和求解动力方程时的优越性最为突出,使得其在工程中得到了广泛应用,但粘性阻尼假定存在能量耗散与激振频率有关的缺陷,导致高频模态效应偏小。其次,就绝大多数结构和地震动输入而言,地震动持时相对于结构周期足够长,而且地震动输入为宽频带激励过程,功率谱密度随频率平滑变化且涵盖了结构起主要作用的模态频率,将地震动简化为白噪声是可行的[10]。但文献[7],[11],[12]中指出,个别情况下,如结构起主要作用模态频率不在地震动输入激励频带内、地震动输入为窄频带激励过程、地震动持时相对于结构周期而言较短、模态频率较高(大于 30 rad · s^{-1})时,白噪声地震动假定不再合理,基于该假定得到的模态相关系数也不再成立。第三,峰值因子近似相等假定被各国抗震规范广泛采纳,规范反应谱 CQC 法表达式也是在引入该假定后导出的。但文献[13]中算例结果表明,基于复阻尼假定时,某些结构峰值因子近似相等假定不成立,基于粘性阻尼假定时该假定是否成立有待研究。虽然可以采用文献[13]中提出的基于复阻尼假定的反应谱 CCQC 法来改进上述诸多不足,但结构中设置有效果显著的粘性阻尼型机械阻尼器时,采用文献[13]中方法求解也有不合理之处,因此进一步深入研究并改进基于粘性阻尼假定的反应谱 CCQC 法还是非常有必要的。本文中工作包括:①采用虚拟激励法[14]推导出基于粘性阻尼假定和任意平稳随机地震动的原始反应谱 CCQC 法表达式(OCCQC 式)及其传统简化表达式(TCCQC 式);②采用 OCCQC 式和 TCCQC 式对文献[13]中的算例进行计算,根据计算结果验证峰值因子近似相等的假定是否合理;③根据国家游泳中心(水立方)[15]计算结果说明构造恰当的阻尼矩阵的重要性。

1 采用虚拟激励法推导的基于粘性阻尼假定的反应谱 CCQC 法

具有 N 自由度离散线性结构,在基底水平加速度 $\ddot{u}_g(t)$ 作用下,基于粘性阻尼假定的多自由度体系动力方程为

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{x}}(t)+(\boldsymbol{C}_1+\boldsymbol{C}_2)\dot{\boldsymbol{x}}(t)+\boldsymbol{K}\boldsymbol{x}(t)=-\boldsymbol{M}\boldsymbol{I}\ddot{u}_g(t) \quad (1)$$

式中:$\boldsymbol{M}$,$\boldsymbol{C}$,$\boldsymbol{K}$ 分别为多自由度体系的质量矩阵、粘性阻尼矩阵和刚度矩阵($N\times N$),$\boldsymbol{C}=\boldsymbol{C}_1+\boldsymbol{C}_2$,$\boldsymbol{C}_1$ 为基于单元材料阻尼特性构造的阻尼矩阵,$\boldsymbol{C}_2$ 为由机械阻尼器直接得到的阻尼矩阵,对于不同材料阻尼特性混合结构,$\boldsymbol{C}$ 一般不满足经典阻尼条件;$\boldsymbol{x}(t)$,$\dot{\boldsymbol{x}}(t)$,$\ddot{\boldsymbol{x}}(t)$ 分别为结构位移向量、速度向量和加速度向量;t 为时间;$\boldsymbol{I}$ 为与地震动输入有关的向量($N\times 1$),与 $\ddot{u}_g(t)$ 方向相同的位移自由度元素为 1,其余为 0。

引入约束条件后,$\boldsymbol{M}$,$\boldsymbol{K}$ 均为实对称正定矩阵,$\boldsymbol{C}$ 为实对称正定或半正定矩阵。

采用状态空间法求式(1)的特征值及其对应的特征向量,由于 $\boldsymbol{M}$,$\boldsymbol{C}$,$\boldsymbol{K}$ 均为实对称矩阵,复特征值及其对应的复模态向量必然互为共轭成对出现[16]。设由式(1)求得的复特征值 κ_j 及其对应的复模态向量 $\boldsymbol{\Psi}_j$ 互异,分别以 $\kappa_j=\alpha_j\pm \mathrm{i}\beta_j$ ($\alpha_j<0$,$\beta_j>0$)和

$\boldsymbol{\Psi}_j=\boldsymbol{\phi}_j\pm\mathrm{i}\boldsymbol{\varphi}_j(j=1,2,\cdots,N)$表示,$\alpha_j$ 为振动衰减率,β_j 为振动频率,$\boldsymbol{\phi}_j$,$\boldsymbol{\varphi}_j$ 分别为复模态向量 $\boldsymbol{\Psi}_j$ 的实部和虚部,i 为虚数单位,则式(1)的解可表示为

$$\boldsymbol{x}(t)=\sum_{j=1}^{N}[\boldsymbol{A}_j q_j(t)+\boldsymbol{B}_j\dot{q}_j(t)] \tag{2}$$

$$\ddot{q}_j(t)+2\zeta_j\omega_j\dot{q}_j(t)+\omega_j^2 q_j(t)=-\ddot{u}_g(t) \tag{3}$$

$$\left.\begin{aligned}
&\boldsymbol{A}_j=-\frac{2}{a_j^2+b_j^2}[(-\alpha_j p_j+\beta_j w_j)\boldsymbol{\phi}_j+\\
&\qquad(-\alpha_j w_j-\beta_j p_j)\boldsymbol{\varphi}_j]\\
&\boldsymbol{B}_j=-\frac{2}{a_j^2+b_j^2}(p_j\boldsymbol{\phi}_j+w_j\boldsymbol{\varphi}_j)\\
&a_j=2\alpha_j(\boldsymbol{\phi}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\boldsymbol{\phi}_j-\boldsymbol{\varphi}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\boldsymbol{\varphi}_j)-4\beta_j\boldsymbol{\phi}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\boldsymbol{\varphi}_j+\\
&\qquad(\boldsymbol{\phi}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}\boldsymbol{\phi}_j-\boldsymbol{\varphi}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}\boldsymbol{\varphi}_j)\\
&b_j=2\beta_j(\boldsymbol{\phi}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\boldsymbol{\phi}_j-\boldsymbol{\varphi}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\boldsymbol{\varphi}_j)+4\alpha_j\boldsymbol{\phi}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\boldsymbol{\varphi}_j+\\
&\qquad2\boldsymbol{\phi}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}\boldsymbol{\varphi}_j\\
&p_j=a_j c_j+b_j d_j,\ w_j=b_j c_j-a_j d_j\\
&c_j=\boldsymbol{\phi}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\boldsymbol{I},\ d_j=\boldsymbol{\varphi}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\boldsymbol{I}
\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

式中:$q_j(t)$为第 j 个模态坐标,对应一临界阻尼比为 ζ_j、无阻尼自由振动圆频率为 ω_j 的单自由度线性体系在 $\ddot{u}_g(t)$作用下的位移响应;a_j,b_j,c_j,d_j,p_j,w_j 均为中间变量;$\boldsymbol{A}_j$,$\boldsymbol{B}_j$ 式等号右边系数 2 表示一对共轭复模态只需计算特征值虚部大于零模态的响应即可。

只有当 $\zeta_j<1.0$ 时,式(3)的特征值才会是一对共轭复数 $\boldsymbol{\kappa}_j=\alpha_j\pm\mathrm{i}\beta_j(\alpha_j<0,\beta_j>0)$,对应式(1)一对共轭复模态向量 $\boldsymbol{\Psi}_j=\boldsymbol{\phi}_j\pm\mathrm{i}\boldsymbol{\varphi}_j$,称之为欠阻尼模态,此时 ζ_j,ω_j 与 $\boldsymbol{\kappa}_j=\alpha_j\pm\mathrm{i}\beta_j$ 之间的对应关系为

$$\alpha_j=-\zeta_j\omega_j,\ \beta_j=\sqrt{1-\zeta_j^2}\,\omega_j \tag{5}$$

若 $\zeta_j>1.0$,式(3)的特征值变为一对共轭实数 $\boldsymbol{\kappa}_j=\alpha_j\pm\beta_j(\alpha_j<0,\beta_j>0)$,对应式(1)一对共轭实模态向量 $\boldsymbol{\Psi}_j=\boldsymbol{\phi}_j\pm\boldsymbol{\varphi}_j$,称之为过阻尼模态,此时 ζ_j,ω_j 与 $\boldsymbol{\kappa}_j=\alpha_j\pm\beta_j$ 之间的对应关系为

$$\alpha_j=-\zeta_j\omega_j,\ \beta_j=\sqrt{\zeta_j^2-1}\,\omega_j \tag{6}$$

式(4)则变为

$$\left.\begin{aligned}
&\boldsymbol{A}_j=-\frac{c_j}{a_j}(-\alpha_j\pm\beta_j)(\boldsymbol{\phi}_j\pm\boldsymbol{\varphi}_j)\\
&\boldsymbol{B}_j=-\frac{c_j}{a_j}(\boldsymbol{\phi}_j\pm\boldsymbol{\varphi}_j)\\
&a_j=2(\alpha_j\pm\beta_j)(\boldsymbol{\phi}_j\pm\boldsymbol{\varphi}_j)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}(\boldsymbol{\phi}_j\pm\boldsymbol{\varphi}_j)+\\
&\qquad(\boldsymbol{\phi}_j\pm\boldsymbol{\varphi}_j)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}(\boldsymbol{\phi}_j\pm\boldsymbol{\varphi}_j)\\
&c_j=(\boldsymbol{\phi}_j\pm\boldsymbol{\varphi}_j)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\boldsymbol{I}
\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

设 $\ddot{u}_g(t)$为一功率谱密度为 $S_g(\omega)$的平稳随机过程,ω 为圆频率,按照虚拟激励法构造虚拟激励 $\tilde{\ddot{u}}_g(t)=\sqrt{S_g(\omega)}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$,代入式(3)得第 j 个模态坐标的虚拟稳态解 $\tilde{q}_j(t)$为

$$\tilde{q}_j(t)=H_j(\omega)\sqrt{S_g(\omega)}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t} \tag{8}$$

$$H_j(\omega)=(\omega_j^2+\mathrm{i}2\zeta_j\omega_j\omega-\omega^2)^{-1} \tag{9}$$

式中:$H_j(\omega)$为第 j 个模态对应的单自由度线性体系的频率响应函数。

将式(8)代入式(2),得虚拟位移响应向量 $\tilde{\boldsymbol{x}}(t)$为

$$\tilde{\boldsymbol{x}}(t)=\sum_{j=1}^{N}(\boldsymbol{A}_j+\mathrm{i}\omega\boldsymbol{B}_j)H_j(\omega)\sqrt{S_g(\omega)}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t} \tag{10}$$

于是,$\boldsymbol{x}(t)$的功率谱密度 $S_x(\omega)$为

$$\begin{aligned}S_x(\omega)=\tilde{\boldsymbol{x}}^*(t)\tilde{\boldsymbol{x}}(t)=&\sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{N}(\boldsymbol{A}_j-\mathrm{i}\omega\boldsymbol{B}_j)\cdot\\
&(\boldsymbol{A}_k+\mathrm{i}\omega\boldsymbol{B}_k)H_j^*(\omega)H_k(\omega)S_g(\omega)\end{aligned} \tag{11}$$

式中:$H_k(\omega)$为第 k 个模态对应的单自由度线性体系的频率响应函数;$\boldsymbol{A}_k$,$\boldsymbol{B}_k$ 均为取决于复模态向量 $\boldsymbol{\Psi}_k$ 的向量;$\tilde{\boldsymbol{x}}^*(t)$,$H_j^*(\omega)$分别为 $\tilde{\boldsymbol{x}}(t)$和 $H_j(\omega)$的共轭复数。

将式(11)等号右边展开,有

$$\begin{aligned}&(\boldsymbol{A}_j-\mathrm{i}\omega\boldsymbol{B}_j)(\boldsymbol{A}_k+\mathrm{i}\omega\boldsymbol{B}_k)=\\
&\qquad(\boldsymbol{A}_j\boldsymbol{A}_k+\omega^2\boldsymbol{B}_j\boldsymbol{B}_k)+\mathrm{i}\omega(\boldsymbol{A}_j\boldsymbol{B}_k-\boldsymbol{B}_j\boldsymbol{A}_k)\end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}&H_j^*(\omega)H_k(\omega)=f_1(\omega)+\mathrm{i}\omega f_2(\omega)=\\
&\frac{[(\omega_j^2-\omega^2)(\omega_k^2-\omega^2)+4\zeta_j\zeta_k\omega_j\omega_k\omega^2]}{[(\omega_j^2-\omega^2)^2+4\zeta_j^2\omega_j^2\omega^2][(\omega_k^2-\omega^2)^2+4\zeta_k^2\omega_k^2\omega^2]}+\\
&\mathrm{i}\omega\frac{2[\zeta_j\omega_j(\omega_k^2-\omega^2)-\zeta_k\omega_k(\omega_j^2-\omega^2)]}{[(\omega_j^2-\omega^2)^2+4\zeta_j^2\omega_j^2\omega^2][(\omega_k^2-\omega^2)^2+4\zeta_k^2\omega_k^2\omega^2]}\end{aligned} \tag{13}$$

$$\left.\begin{aligned}
&f_1(\omega)=\frac{\tau_1+\tau_2\omega^2}{(\omega_j^2-\omega^2)^2+4\zeta_j^2\omega_j^2\omega^2}+\\
&\qquad\frac{\tau_3+\tau_4\omega^2}{(\omega_k^2-\omega^2)^2+4\zeta_k^2\omega_k^2\omega^2}\\
&f_2(\omega)=\frac{\hat{\tau}_1+\hat{\tau}_2\omega^2}{(\omega_j^2-\omega^2)^2+4\zeta_j^2\omega_j^2\omega^2}+\\
&\qquad\frac{\hat{\tau}_3+\hat{\tau}_4\omega^2}{(\omega_k^2-\omega^2)^2+4\zeta_k^2\omega_k^2\omega^2}
\end{aligned}\right\} \tag{14}$$

$$\left.\begin{aligned}
&\tau_1=(-\omega_j^4+4\zeta_j^2\omega_j^4+4\zeta_j\zeta_k\omega_j^3\omega_k+\omega_j^2\omega_k^2)/\delta_{jk}\\
&\tau_2=(\omega_j^2-\omega_k^2)/\delta_{jk}\\
&\tau_3=(\omega_j^2\omega_k^2+4\zeta_j\zeta_k\omega_j\omega_k^3-\omega_k^4+4\zeta_k^4\omega_k^4)/\delta_{jk}\\
&\tau_4=-\tau_2\\
&\hat{\tau}_1=2(-2\zeta_j\omega_j^3+4\zeta_j^3\omega_j^3-\zeta_k\omega_j^2\omega_k+\\
&\qquad4\zeta_j^2\zeta_k\omega_j^2\omega_k+\zeta_j\omega_j\omega_k^2)/\delta_{jk}\\
&\hat{\tau}_2=2(\zeta_j\omega_j+\zeta_k\omega_k)/\delta_{jk}\\
&\hat{\tau}_3=-2(\zeta_k\omega_j^2\omega_k-\zeta_j\omega_j\omega_k^2+4\zeta_j\zeta_k^2\omega_j\omega_k^2-\\
&\qquad2\zeta_k\omega_k^3+4\zeta_k^3\omega_k^3)/\delta_{jk}\\
&\hat{\tau}_4=-\hat{\tau}_2\\
&\delta_{jk}=(\omega_j^4+\omega_k^4)+4\zeta_j\zeta_k\omega_j\omega_k(\omega_j^2+\omega_k^2)-\\
&\qquad2(1-2\zeta_j^2-2\zeta_k^2)\omega_j^2\omega_k^2
\end{aligned}\right\} \tag{15}$$

式中：ω_k，ζ_k 分别为第 k 个模态的无阻尼自由振动圆频率和临界阻尼比；$f_1(\omega)$，$f_2(\omega)$ 均为中间函数。

式中：δ_{jk} 为中间变量。

式(12)，(13)的实部关于下标 j，k 对称，虚部关于下标 j，k 反对称，代入式(11)后虚部为 0，得

$$S_x(\omega)=\sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{N}[(\boldsymbol{A}_j\boldsymbol{A}_k+\omega^2\boldsymbol{B}_j\boldsymbol{B}_k)f_1(\omega)-\omega^2(\boldsymbol{A}_j\boldsymbol{B}_k-\boldsymbol{B}_j\boldsymbol{A}_k)f_2(\omega)]S_g(\omega) \tag{16}$$

将式(14)代入式(16)并化简，可求得 $S_x(\omega)$ 的 m 阶谱矩 $\lambda_{m,x}$ 为

$$\lambda_{m,x}=\int_0^{+\infty}\omega^m S_x(\omega)\mathrm{d}\omega=\sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{N}[(\rho_{m,jk}\boldsymbol{A}_j\boldsymbol{A}_k+\rho_{m+2,jk}\boldsymbol{B}_j\boldsymbol{B}_k)-\hat{\rho}_{m+2,jk}(\boldsymbol{A}_j\boldsymbol{B}_k-\boldsymbol{B}_j\boldsymbol{A}_k)]\sqrt{\lambda_{0,jj}\lambda_{0,kk}} \tag{17}$$

$$\left.\begin{aligned}\rho_{m,jk}&=(\tau_1\lambda_{m,jj}+\tau_2\lambda_{m+2,jj}+\tau_3\lambda_{m,kk}+\tau_4\lambda_{m+2,kk})/\sqrt{\lambda_{0,jj}\lambda_{0,kk}}\\ \hat{\rho}_{m,jk}&=(\hat{\tau}_1\lambda_{m,jj}+\hat{\tau}_2\lambda_{m+2,jj}+\hat{\tau}_3\lambda_{m,kk}+\hat{\tau}_4\lambda_{m+2,kk})/\sqrt{\lambda_{0,jj}\lambda_{0,kk}}\end{aligned}\right\}\tag{18}$$

$$\lambda_{m,jj}=\int_0^{+\infty}\omega^m|H_j(\omega)|^2S_g(\omega)\mathrm{d}\omega=\int_0^{+\infty}\frac{\omega^m}{(\omega_j^2-\omega^2)^2+4\zeta_j^2\omega_j^2\omega^2}S_g(\omega)\mathrm{d}\omega \tag{19}$$

式中：$\rho_{m,jk}$，$\hat{\rho}_{m,jk}$ 分别为第 j 个模态和第 k 个模态的 2 个模态相关系数；$\lambda_{m,jj}$ 为第 j 个模态坐标 $q_j(t)$ 的功率谱密度的 m 阶谱矩。

根据平稳随机振动理论，平稳随机过程 $R(t)$ 最大峰值绝对值的数学期望$[|R(t)|_{\max}]$可表示为

$$[|R(t)|_{\max}]=\mu_R\sigma_R \tag{20}$$

$$\left.\begin{aligned}\mu_R&\approx\sqrt{2\ln(\nu_0T_d)}+\gamma/\sqrt{2\ln(\nu_0T_d)}\\ \nu_0&=\frac{1}{\pi}\sqrt{\sigma_{\dot{R}}/\sigma_R}\end{aligned}\right\}\tag{21}$$

式中：μ_R 为 $R(t)$ 的峰值因子；ν_0 为 $R(t)$ 的平均跨零率；T_d 为地震动持时；σ_R，$\sigma_{\dot{R}}$ 分别为随机过程 $R(t)$ 和 $\dot{R}(t)$ 的均方根，$\sigma_R=\sqrt{\lambda_{0,R}}$，$\sigma_{\dot{R}}=\sqrt{\lambda_{2,R}}$；$\gamma$ 为欧拉常数，$\gamma=0.577\ 215\ 664\ 9$。

根据式(17)和式(20)可求得基于粘性阻尼假定和任意平稳随机地震动的原始 CCQC 法表达式(OCCQC 式)为

$$[|\boldsymbol{x}(t)|_{\max}]=\{\sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{N}[(\rho_{0,jk}\boldsymbol{A}_j\boldsymbol{A}_k+\rho_{2,jk}\boldsymbol{B}_j\boldsymbol{B}_k)-\hat{\rho}_{2,jk}(\boldsymbol{A}_j\boldsymbol{B}_k-\boldsymbol{B}_j\boldsymbol{A}_k)][|q_j|_{\max}][|q_k|_{\max}]\frac{\mu_x^2}{\mu_{q_j}\mu_{q_k}}\}^{\frac{1}{2}}=\{\sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{N}[(\rho_{0,jk}\boldsymbol{A}_j^{\mathrm{E}}\boldsymbol{A}_k^{\mathrm{E}}+\rho_{2,jk}\boldsymbol{B}_j^{\mathrm{E}}\boldsymbol{B}_k^{\mathrm{E}})-\hat{\rho}_{2,jk}(\boldsymbol{A}_j^{\mathrm{E}}\boldsymbol{B}_k^{\mathrm{E}}-\boldsymbol{B}_j^{\mathrm{E}}\boldsymbol{A}_k^{\mathrm{E}})]\frac{\mu_x^2}{\mu_{q_j}\mu_{q_k}}\}^{\frac{1}{2}} \tag{22}$$

式中：$[|\boldsymbol{x}(t)|_{\max}]$，$[|q_j|_{\max}]$分别为 $\boldsymbol{x}(t)$ 和 $q_j(t)$ 最大峰值绝对值的数学期望；μ_x，μ_{q_j} 分别为 $\boldsymbol{x}(t)$ 和 $q_j(t)$ 的峰值因子，按式(17)，(19)，(21)求得；$\boldsymbol{A}_j^{\mathrm{E}}$，$\boldsymbol{B}_j^{\mathrm{E}}$ 和 $\boldsymbol{A}_k^{\mathrm{E}}$，$\boldsymbol{B}_k^{\mathrm{E}}$ 分别为第 j 个模态和第 k 个模态的 2 个位移响应向量。

当 $\zeta_j<1.0$，即第 j 个模态为欠阻尼模态时，由式(4)有

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{A}_j^{\mathrm{E}}&=-\frac{2}{a_j^2+b_j^2}((-\alpha_jp_j+\beta_jw_j)\boldsymbol{\phi}_j[|q_j|_{\max}]+(-\alpha_jw_j-\beta_jp_j)\boldsymbol{\phi}_j[|q_j|_{\max}])\\ \boldsymbol{B}_j^{\mathrm{E}}&=-\frac{2}{a_j^2+b_j^2}(p_j\boldsymbol{\phi}_j[|q_j|_{\max}]+w_j\boldsymbol{\varphi}_j[|q_j|_{\max}])\end{aligned}\right\}\tag{23}$$

当 $\zeta_j>1.0$，即第 j 个模态为过阻尼模态时，由式(7)有

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{A}_j^{\mathrm{E}}&=-\frac{c_j}{r_j}(-\alpha_j\pm\beta_j)(\boldsymbol{\phi}_j[|q_j|_{\max}]\pm\boldsymbol{\varphi}_j[|q_j|_{\max}])\\ \boldsymbol{B}_j^{\mathrm{E}}&=-\frac{c_j}{r_j}(\boldsymbol{\phi}_j[|q_j|_{\max}]\pm\boldsymbol{\varphi}_j[|q_j|_{\max}])\end{aligned}\right\}\tag{24}$$

式中：$\boldsymbol{\phi}_j[|q_j|_{\max}]$，$\boldsymbol{\varphi}_j[|q_j|_{\max}]$分别为第 j 个模态位移响应最大峰值绝对值的数学期望的实部和虚部。

若假定地震作用效应峰值因子与各模态坐标峰值因子近似相等，可得式(22)的传统简化表达式(TCCQC 式)为

$$[|\boldsymbol{x}(t)|_{\max}]=\{\sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{N}[(\rho_{0,jk}\boldsymbol{A}_j^{\mathrm{E}}\boldsymbol{A}_k^{\mathrm{E}}+\rho_{2,jk}\boldsymbol{B}_j^{\mathrm{E}}\boldsymbol{B}_k^{\mathrm{E}})-\hat{\rho}_{2,jk}(\boldsymbol{A}_j^{\mathrm{E}}\boldsymbol{B}_k^{\mathrm{E}}-\boldsymbol{B}_j^{\mathrm{E}}\boldsymbol{A}_k^{\mathrm{E}})]\}^{\frac{1}{2}} \tag{25}$$

式(25)避免了计算峰值因子的不便，而且与文献[2]～[6]中给出的表达式相同，需要通过算例加以验证其是否合理。对于线性结构，求构件内力组合方法和步骤与求位移组合方法和步骤完全相同，只需要将式(23)，(24)中模态位移 $\boldsymbol{\phi}_j$，$\boldsymbol{\varphi}_j$，$\boldsymbol{\phi}_k$，$\boldsymbol{\varphi}_k$ 换成模态内力 $c\boldsymbol{\phi}_j$，$c\boldsymbol{\varphi}_j$，$c\boldsymbol{\phi}_k$，$c\boldsymbol{\varphi}_k$ 即可，c 为内力传递矩阵，只是结构几何属性和材料属性的函数。套用规范加速度反应谱计算模态地震作用效应时，也只需要简单地将模态位移或模态内力乘以系数 η_jg/ω_j^2 即可，η_j 为规范反应谱系数，g 为重力加速度。

式(18)对于 2 个欠阻尼模态、2 个过阻尼模态、一个欠阻尼模态、一个过阻尼互相关情形都适用，差别只在于式(19)中的 $\zeta_j<1.0$ 还是 $\zeta_j>1.0$(本文中不涉及 $\zeta_j=1.0$)。若假定 $S_g(\omega)$ 为单位强度白噪声，无论是 $\zeta_j<1.0$ 还是 $\zeta_j>1.0$，由式(28)～(36)可求出 $\lambda_{m,jj}$ 的部分解析解为

$$\left.\begin{aligned}\lambda_{0,jj}&=\frac{\pi}{4\zeta_j\omega_j^3}\\ \lambda_{2,jj}&=\frac{\pi}{4\zeta_j\omega_j}\\ \lambda_{4,jj}&=\omega_\infty+(1-4\zeta_j^2)\frac{\pi\omega_j}{4\zeta_j}\end{aligned}\right\}\tag{26}$$

式中：ω_∞ 为式(19)的积分上限。

将式(26)代入式(18)，可求得关于 2 个模态相关系数的解析解 $\rho_{0,jk}$，$\rho_{2,jk}$，$\rho_{4,jk}$，$\hat{\rho}_{2,jk}$，$\hat{\rho}_{4,jk}$，其中 $\rho_{0,jk}$，$\rho_{2,jk}$ 和 $\hat{\rho}_{2,jk}$ 分别与文献[2]～[6]中给出的 ρ_{jk}^{dd}，ρ_{jk}^{vv} 和 ρ_{jk}^{vd} 对应，当 $S_g(\omega)$ 不为白噪声时，文献[2]～[6]中给出的模态相关系数表达式显然不成立。

$S_g(\omega)$ 不为简单解析式时，通常需要采用数值积分法计算式(19)的值，若先求出积分 J_m 的解析解，则可大幅提高计算效率。

J_m 的积分为

$$J_m=\int\frac{t^m}{(1-t^2)^2+4\zeta_j^2t^2}\mathrm{d}t\tag{27}$$

式中：t 的计算具体见文献[17]。

当 $\zeta_j<1.0$ 时，有

$$J_0=\frac{1}{4\zeta_j}\left(\arctan\frac{t-\sqrt{1-\zeta_j^2}}{\zeta_j}+\arctan\frac{t+\sqrt{1-\zeta_j^2}}{\zeta_j}\right)+\frac{1}{8\sqrt{1-\zeta_j^2}}\ln\frac{1+2\sqrt{1-\zeta_j^2}\,t+t^2}{1-2\sqrt{1-\zeta_j^2}\,t+t^2}\tag{28}$$

$$J_1=\frac{\zeta_j^{-1}}{4\sqrt{1-\zeta_j^2}}\left(\arctan\frac{t-\sqrt{1-\zeta_j^2}}{\zeta_j}-\arctan\frac{t+\sqrt{1-\zeta_j^2}}{\zeta_j}\right)\tag{29}$$

$$J_2=\frac{1}{4\zeta_j}\left(\arctan\frac{t-\sqrt{1-\zeta_j^2}}{\zeta_j}+\arctan\frac{t+\sqrt{1-\zeta_j^2}}{\zeta_j}\right)-\frac{1}{8\sqrt{1-\zeta_j^2}}\ln\frac{1+2\sqrt{1-\zeta_j^2}\,t+t^2}{1-2\sqrt{1-\zeta_j^2}\,t+t^2}\tag{30}$$

$$J_3=\frac{1}{4}\ln[(1-t^2)^2+4\zeta_j^2t^2]+(1-2\zeta_j^2)J_1\tag{31}$$

当 $\zeta_j>1.0$ 时，有

$$J_0=\frac{1}{4\zeta_j\sqrt{\zeta_j^2-1}}\left(\frac{1}{\zeta_j-\sqrt{\zeta_j^2-1}}\arctan\frac{t}{\zeta_j-\sqrt{\zeta_j^2-1}}-\frac{1}{\zeta_j+\sqrt{\zeta_j^2-1}}\arctan\frac{t}{\zeta_j+\sqrt{\zeta_j^2-1}}\right)\tag{32}$$

$$J_1=\frac{1}{4\zeta_j\sqrt{\zeta_j^2-1}}\left\{\frac{1}{2}\ln[t^2+(\zeta_j-\sqrt{\zeta_j^2-1})^2]-\frac{1}{2}\ln[t^2+(\zeta_j+\sqrt{\zeta_j^2-1})^2]\right\}\tag{33}$$

$$J_2=\frac{-1}{4\zeta_j\sqrt{\zeta_j^2-1}}\left[(\zeta_j-\sqrt{\zeta_j^2-1})\arctan\frac{t}{\zeta_j-\sqrt{\zeta_j^2-1}}-(\zeta_j+\sqrt{\zeta_j^2-1})\arctan\frac{t}{\zeta_j+\sqrt{\zeta_j^2-1}}\right]\tag{34}$$

$$J_3=\frac{-\zeta_j^{-1}}{4\sqrt{\zeta_j^2-1}}\left\{\frac{(\zeta_j-\sqrt{\zeta_j^2-1})^2}{2}\ln[t^2+(\zeta_j-\sqrt{\zeta_j^2-1})^2]-\frac{(\zeta_j+\sqrt{\zeta_j^2-1})^2}{2}\ln[t^2+(\zeta_j+\sqrt{\zeta_j^2-1})^2]\right\}\tag{35}$$

当 $m\geqslant4$ 时，可由如下递推公式求得

$$J_m=\frac{1}{m-3}t^{m-3}-J_{m-4}+2(1-2\zeta_j^2)J_{m-2}\tag{36}$$

式(28)～(35)等号右边均省略了常数项。

采用 MSC. Nastran 对文献[13]中的算例进行复模态分析，然后按式(22)，(25)计算构件内力，其中柱 1 部分计算结果如表 1 所示(随机振动分析结果来自文献[13])。从表 1 可以看出，式(25)计算结果比式(22)偏小较多，其中 x 方向地震作用下底层柱 1 下端弯矩偏小达 12.55%，上端弯矩偏小达 18.31%，顶层柱 1 下端弯矩偏小达 19.54%，剪力偏小达 19.10%，与式(25)计算结果相比，式(22)计算结果更接近随机振动分析结果。表 2 中给出了底层柱 1 下端弯矩峰值因子和部分重要模态坐标峰值因子及其比值，第 1(2)，3(4)，5(6)个模态为起重要作用的模态。从表 2 可以看出，下端弯矩峰值因子与第 1 个、第 3 个模态坐标峰值因子之比均大于 1.85，大大偏离了 1.0，这说明峰值因子近似相等的假定对于高厚比较大的结构不成立，采用 TCCQC 式计算是不合理的。

2　阻尼矩阵的构造

虽然真实结构的阻尼与多种能量耗散机制有关，成因复杂，但是为了便于数学分析，基于粘性阻尼假定时，对于单一材料结构，通常按照式(37)构造式(1)阻尼矩阵 $\boldsymbol{C}_1$

$$\boldsymbol{C}_1=\alpha_0\boldsymbol{M}+\alpha_1\boldsymbol{K}+\alpha_2\boldsymbol{K}\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{K}+\cdots=\boldsymbol{M}\sum_{l=0}^{L-1}\alpha_l(\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{K})^l\tag{37}$$

$$\zeta_j=\frac{1}{2\omega_j}\sum_{l=0}^{L-1}\alpha_l\omega_j^{2l}\tag{38}$$

式中：α_0，α_1，…，α_{L-1} 为待定系数。

当 $L=2$ 时，称 $\boldsymbol{C}_1$ 为 Rayleigh 阻尼矩阵；当 $L>2$ 时，称 $\boldsymbol{C}_1$ 为 Caughey 阻尼矩阵。由式(38)可知，L 就是求得待定系数 α_0，α_1，…，α_{L-1} 所需频率点个数。将 L 个模态频率 ω_j 及其临界阻尼比 ζ_j 代入式(38)得 L 个方程，解方程组可求得系数 α_0，α_1，…，α_{L-1}。尽管阻尼受振幅大小影响，但通常将式(38)中的 $\zeta_j(j=0,1,\cdots,N)$ 都取为 ζ，习惯上称 ζ 为材料临界

表 1 x 方向地震作用下的柱 1 内力

Tab. 1 Internal Forces of Column 1 Under Earthquake Action in x Direction

楼层	内力	TCCQC 式计算结果 R_1	OCCQC 式计算结果 R_2	随机振动分析法计算结果	$\frac{R_1-R_2}{R_2}$/%
4	轴力/kN	242.506	264.814	266.267	−8.42
	剪力/kN	693.488	857.269	827.055	−19.10
	上端弯矩/(kN·m)	2 190.196	2 361.533	1 959.617	−7.26
	下端弯矩/(kN·m)	19 176.077	23 831.608	25 515.095	−19.54
1	轴力/kN	1 772.326	1 804.981	1 505.093	−1.81
	剪力/kN	1 203.064	1 263.488	1 421.852	−4.78
	上端弯矩/(kN·m)	29 892.469	36 593.635	33 235.903	−18.31
	下端弯矩/(kN·m)	43 541.594	49 791.882	47 172.865	−12.55

表 2 底层柱 1 下端弯矩峰值因子和部分模态坐标峰值因子

Tab. 2 Moment Peak Factors at Fixed End of Column 1 and Peak Factors of Some Mode Coordinates

参数	下端弯矩	模态坐标 1	模态坐标 3	模态坐标 5
峰值因子	2.903 7	1.565 8	1.565 9	2.503 2
因子比值		1.854 5	1.854 3	1.160 0

阻尼比。

式(38)中的 $\omega_j(j=0,1,\cdots,N)$ 不能随意指定，应该涵盖结构起重要作用模态的频率，否则就会导致计算结果严重失真。经验表明，L 必须为偶数，经式(38)拟合的 ω-ζ 曲线应尽可能平滑，且最好是第 1 个拟合频率点斜率为负、最后一个拟合频率点斜率为正，否则按式(38)算得的某些频率临界阻尼比可能为负值，导致计算结果失真。虽然 Caughey 阻尼矩阵可以更好地反映结构的阻尼特性，但随着待定系数个数的增加，不仅待定系数计算难度增加，而且阻尼矩阵计算量陡增，因此 Caughey 阻尼矩阵的广泛应用受到限制，实际中用得最多的还是 Rayleigh 阻尼矩阵，此时经式(38)拟合的 ω-ζ 曲线为抛物线，频率在区间$[\omega_0,\omega_1]$之外模态的临界阻尼比大于 ζ，频率在区间$[\omega_0,\omega_1]$之间模态的临界阻尼比小于 ζ，若 ω_0，ω_1 恰当涵盖结构起重要作用模态的频率，部分起重要作用模态的地震作用效应将偏大，组合计算结果将偏于保守，对抗震设计是有利的。

对于不同材料阻尼特性混合结构，设单元 e 的材料临界阻尼比为 ζ_e，根据式(38)，给出 $\omega_j(j=0,1,\cdots,N)$，可求得关于单元 e 的待定系数 $(\alpha_0)_e$，$(\alpha_1)_e,\cdots,(\alpha_{L-1})_e$，代入式(37)可求得单元 e 的阻尼矩阵 $(\boldsymbol{C}_1)_e$，$\sum_e(\boldsymbol{C}_1)_e$ 即为式(1)阻尼矩阵 $\boldsymbol{C}_1$。一般来说，$\boldsymbol{C}_1$ 不再满足经典粘性阻尼条件。

由以上分析可知，对于不同材料阻尼特性混合结构，构造恰当的阻尼矩阵 $\boldsymbol{C}_1$ 的关键在于确定结构起重要作用的模态，实际应用中的最大问题是事先无法确定这些模态。式(22)，(25)计算结果依赖于式(1)中的 $\boldsymbol{C}_1$，$\boldsymbol{C}_1$ 反过来又会影响式(22)，(25)计算结果，若不参照其他方法如随机振动分析法的计算结果，较难判定式(22)，(25)计算结果的合理性。通常一开始根据结构实模态分析结果来大致确定起重要作用的模态，确定初始圆频率 $(\omega_j)^0$ 和阻尼比 $(\zeta_j)^0(j=0,1,\cdots,N)$，按式(37)，(38)计算得到 $\boldsymbol{C}_1$，然后进行复模态分析，根据式(5)或式(6)得到更新的圆频率 $(\omega_j)^1$ 和阻尼比 $(\zeta_j)^1(j=0,1,\cdots,N)$，比较 $(\omega_j)^0$，$(\omega_j)^1(j=0,1,\cdots,N)$ 和 $(\zeta_j)^0$，$(\zeta_j)^1(j=0,1,\cdots,N)$，若差别较大，以 $(\omega_j)^1$，$(\zeta_j)^1(j=0,1,\cdots,N)$ 替代 $(\omega_j)^0$，$(\zeta_j)^0(j=0,1,\cdots,N)$，重复以上计算过程直到误差小于容许值为止。因此严格来说，要构造恰当的阻尼矩阵，需要通过多次迭代计算才能达到目的，费时费力。

3 算例分析

以国家游泳中心(水立方)为例，上部为钢结构，下部为钢筋混凝土结构，按规范确定的地震动参数为设计地震第 1 组，8 度设防，Ⅲ类场地。采用 MSC. Nastran 进行结构动力学分析，梁、柱用线单元模拟，楼板、剪力墙用面单元模拟，钢筋的临界阻尼比取为 0.02，钢筋混凝土的临界阻尼比取为 0.05。将地震动简化为白噪声过程，采用式(22)，(25)计算构件内力，部分计算结果如表 3 所示。进行复模态分析前先进行实模态分析，结果表明，结构 x 方向(东西水平方向)起重要作用的模态按贡献大小依次为 2，91，1，89，4，90，126，6，93，84，86，48。不失一般性，式(1)中 $\boldsymbol{C}_1$ 采用 Rayleigh 阻尼矩阵。为说明式(38)中 ω_0，ω_1 应恰当涵盖结构起重要作用模态的频率的重要性，将 ω_0，ω_1 赋 2 组值，第 1 组取 ω_0 为第 1 个实模态圆频率、ω_1 为第 4 个实模态圆频率，

表 3 x 方向地震作用下的部分重要构件内力

Tab. 3 Internal Forces of Some Important Components Under Earthquake Action in x Direction

构件	内力	基于粘性阻尼假定				基于复阻尼假定		⑨随机振动分析法
		$\omega_0=5.559\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$, $\omega_1=7.207\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$		$\omega_0=5.559\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$, $\omega_1=25.162\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$				
		③TCCQC 式	④OCCQC 式	⑤TCCQC 式	⑥OCCQC 式	⑦TCCQC 式	⑧OCCQC 式	
钢腹杆Ⅰ	轴力/kN	239.117	242.521	232.545	239.455	264.283	267.034	313.280
	剪力/kN	37.114	37.564	36.294	37.837	41.593	43.010	50.126
	下端弯矩/(kN·m)	217.504	219.923	211.782	216.696	239.543	242.959	284.653
	上端弯矩/(kN·m)	80.442	82.384	79.359	81.282	87.588	89.464	104.912
钢腹杆Ⅱ	轴力/kN	168.055	170.304	163.271	166.726	189.780	193.022	224.633
	剪力/kN	25.909	26.210	25.429	25.935	28.071	28.616	33.588
	下端弯矩/(kN·m)	7.773	8.439	9.602	10.156	10.992	11.637	13.881
	上端弯矩/(kN·m)	109.859	111.363	107.385	109.341	119.589	121.198	141.968
钢筋混凝土柱Ⅰ	轴力/kN	567.249	589.359	563.165	591.628	626.459	657.556	751.792
	剪力/kN	119.152	123.743	136.503	141.304	142.451	147.928	152.555
	下端弯矩/(kN·m)	354.051	374.645	395.681	417.870	423.964	448.942	478.154
	上端弯矩/(kN·m)	424.031	433.468	493.014	503.107	504.227	515.663	518.430
钢筋混凝土柱Ⅱ	轴力/kN	657.823	686.110	659.978	693.047	733.492	771.508	874.386
	剪力/kN	164.485	171.655	186.320	192.120	195.940	203.498	209.009
	下端弯矩/(kN·m)	511.508	541.727	562.844	588.840	605.021	638.038	675.296
	上端弯矩/(kN·m)	555.225	571.385	643.105	655.375	663.977	680.445	680.937
基底	剪力/kN	80 297.927	84 844.609	81 675.938	83 259.835	78 726.126	79 152.978	90 707.676

注:钢筋混凝土柱Ⅰ和钢筋混凝土柱Ⅱ为下部结构关键构件之一;钢腹杆Ⅰ和钢腹杆Ⅱ为上部结构关键构件之一。

计算结果列于表 3 第③,④列;第 2 组取 ω_0 为第 1 个实模态圆频率、ω_1 为第 126 个实模态圆频率,计算结果列于表 3 第⑤,⑥列。为对比分析式(22),(25)计算结果的合理性,将基于复阻尼假定的反应谱 CCQC 法计算结果列于表 3 第⑦,⑧列,将基于复阻尼假定的随机振动分析结果列于表 3 第⑨列,地震动持时 T_d 按文献[17]取为 20 s,用于将规范反应谱转换为当量功率谱密度的结构整体折算阻尼比取 0.042,从第⑧,⑨列接近可知 0.042 是合理的。

从表 3 可看出:

(1)ω_1 取 7.207 $\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$ 过小,使得频率大于 7.207 $\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$ 模态的临界阻尼比过大,导致有重要影响模态的响应被过多抑制,下部混凝土构件的内力比随机振动分析结果偏小较多,ω_1 改取 25.162 $\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$ 较合理,涵盖了更多起重要作用的模态,使得下部混凝土构件内力更接近随机振动分析结果,说明 ω_0 和 ω_1 的取值对计算结果的合理性有着重要影响,进一步根据复模态结果调整 ω_0 和 ω_1 取值可使计算结果更加合理。不同 ω_0 和 ω_1 组合得到不同阻尼矩阵,从而得到不同的内力效应计算结果,若不参照其他方法计算结果,较难判定计算结果的合理性。

(2)ω_1 无论是取 7.207 $\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$ 还是取 25.162 $\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$,OCCQC 式计算结果都大于 TCCQC 式计算结果,说明式(22)中峰值因子的影响是存在的,两式计算结果差别较小说明对于水立方一类高厚比较小的结构,地震作用效应峰值因子与各模态坐标峰值因子近似相等假定基本合理,此时采用 TCCQC 式可以提高计算效率,但对于文献[13]中算例所示高厚比较大的结构,从表 1,2 可知,峰值因子近似相等假定不成立,此时 TCCQC 式不合理,应采用 OCCQC 式进行计算。

4 结 语

(1)本文中采用虚拟激励法推导出基于粘性阻尼假定的反应谱 CCQC 法的原始表达式及其传统简化表达式,对任何平稳随机地震动都适用。与基于复阻尼假定的随机振动分析结果相比,高厚比较大的结构 TCCQC 式计算结果偏小较多,而 OCCQC 式计算结果较为接近,比 TCCQC 式要更为合理。

(2)基于粘性阻尼假定时,粘性阻尼矩阵与复模态分析结果之间相互影响,计算结果不惟一,若无其他方法计算结果作为参照,较难判定反应谱 CCQC 法计算结果的合理性。基于同样理由,不能用时程分析法计算结果来检验反应谱 CCQC 法计算结果

的合理性。若阻尼矩阵构造得当,反应谱CCQC法计算结果可与基于复阻尼假定的随机振动分析结果接近,但要构造恰当的阻尼矩阵费时费力。建议仅在结构设置有效果显著的粘性阻尼类型机械阻尼器时采用基于粘性阻尼假定的反应谱CCQC法,否则采用基于复阻尼假定的反应谱CCQC法更加便捷。

参考文献:

References:

[1] GB 50011—2010,建筑抗震设计规范[S].
GB 50011—2010,Code for Seismic Design of Buildings[S].

[2] 周锡元,董 娣,苏幼坡.非正交阻尼线性振动系统的复振型地震响应叠加分析方法[J].土木工程学报,2003,36(5):30-36,45.
ZHOU Xi-yuan,DONG Di,SU You-po. New Method for Linear Systems with Non-classical Damping Under Ground Motion[J]. China Civil Engineering Journal,2003,36(5):30-36,45.

[3] ZHOU X Y,YU R F,DONG D. Complex Mode Superposition Algorithm for Seismic Responses of Non-classically Damped Linear MDOF System[J]. Journal of Earthquake Engineering,2004,8(4):597-641.

[4] 周锡元,马东辉,俞瑞芳.工程结构中的阻尼与复振型地震响应的完全平方组合[J].土木工程学报,2005,38(1):31-39.
ZHOU Xi-yuan,MA Dong-hui,YU Rui-fang. Damping in Structures and Complete Quadratic Combination (CCQC) of Complex Mode Seismic Responses [J]. China Civil Engineering Journal,2005,38(1):31-39.

[5] 周锡元,俞瑞芳.非比例阻尼线性体系基于规范反应谱的CCQC法[J].工程力学,2006,23(2):10-17,9.
ZHOU Xi-yuan,YU Rui-fang. CCQC Method for Seismic Response of Non-classically Damped Linear System Based on Code Response Spectra[J]. Engineering Mechanics,2006,23(2):10-17,9.

[6] 俞瑞芳,周锡元.具有过阻尼特性的非比例阻尼线性系统的复振型分解法[J].建筑结构学报,2006,27(1):50-59.
YU Rui-fang,ZHOU Xi-yuan. Complex Mode Superposition Method for Non-classically Damped Linear System with Over-critical Damping Peculiarity[J]. Journal of Building Structures,2006,27(1):50-59.

[7] DER KIUREGHIAN A. A Response Spectrum Method for Random Vibration Analysis of MDF Systems[J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics,1981,9(5):419-435.

[8] CLOUGH R W,PENZIEN J. Dynamics of Structures [M]. 2nd ed. Berkeley:Computers and Structures, Inc.,2003.

[9] 刘晶波,杜修力.结构动力学[M].北京:机械工业出版社,2005.
LIU Jing-bo,DU Xiu-li. Dynamics of Structures[M]. Beijing:China Machine Press,2005.

[10] DER KIUREGHIAN A. Structural Response to Stationary Excitation[J]. Journal of the Engineering Mechanics Division,1980,106(6):1195-1213.

[11] DER KIUREGHIAN A,NAKAMURA Y. CQC Modal Combination Rule for High-frequency Modes [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics,1993,22(11):943-956.

[12] CACCIOLA P,COLAJANNI P,MUSCOLINO G. Combination of Modal Responses Consistent with Seismic Input Representation[J]. Journal of Structural Engineering,2004,130(1):47-55.

[13] 刘庆林,傅学怡.基于复阻尼假定的不同材料阻尼特性混合结构抗震分析反应谱CCQC法[J].土木工程学报,2011,44(3):61-71.
LIU Qing-lin,FU Xue-yi. A Response Spectrum CCQC Method for Seismic Analysis of Structures of Multiple Material Damping Characteristics Based on Complex Damping Assumption[J]. China Civil Engineering Journal,2011,44(3):61-71.

[14] 林家浩,张亚辉.随机振动的虚拟激励法[M].北京:科学出版社,2004.
LIN Jia-hao,ZHANG Ya-hui. Pseudo-excitation Method for Random Vibration[M]. Beijing:Science Press,2004.

[15] 傅学怡.国家游泳中心水立方结构设计[M].北京:中国建筑工业出版社,2009.
FU Xue-yi. Structural Design of National Swimming Centre Water Cube[M]. Beijing:China Architecture & Building Press,2009.

[16] 邱吉宝,向树红,张正平.计算结构动力学[M].合肥:中国科学技术大学出版社,2009.
QIU Ji-bao,XIANG Shu-hong,ZHANG Zheng-ping. Computational Structural Dynamics[M]. Hefei:University of Science and Technology of China Press, 2009.

[17] 孙景江,江近仁.与规范反应谱相对应的金井清谱的谱参数[J].世界地震工程,1990,8(1):42-48.
SUN Jing-jiang,JIANG Jin-ren. Parameters of Kanai-Tajimi Spectrum Consistent with State Code[J]. World Earthquake Engineering,1990,8(1):42-48.