

文章编号:1673-2049(2012)03-0012-06

# 大跨结构箱形曲梁的平面内整体稳定性能分析

王元清<sup>1,2</sup>, 刘莉媛<sup>1,2,3</sup>, 丁大益<sup>4,5</sup>, 石永久<sup>1,2</sup>, 完海鹰<sup>5</sup>

(1. 清华大学 土木工程安全与耐久教育部重点实验室, 北京 100084; 2. 清华大学 土木工程系 北京 100084;  
3. 北京市建筑设计研究院有限公司, 北京 100045; 4. 中国五洲工程设计有限公司, 北京 100053;  
5. 合肥工业大学 土木与水利工程学院, 安徽 合肥 230009)

**摘要:**为研究两端铰接圆弧轴线箱形截面曲梁的平面内整体稳定性能,采用数值方法对其进行了理论研究,采用 ABAQUS 有限元软件建立了二维的曲梁模型,模拟曲梁的平面内稳定问题。研究了不同圆心角、不同长细比,以及不同大小的初始几何缺陷对圆弧轴线箱形截面曲梁平面内稳定性能的影响,得到了弹性屈曲系数的数值解与经典理论解的差异和规律,给出了初始几何缺陷对稳定系数和正则化长细比关系曲线的影响,并且计算得到了该形式曲梁的轴力-弯矩关系曲线。提出的圆弧轴线箱形截面曲梁平面内稳定的设计公式可为今后的设计提供理论依据和建议。

**关键词:**箱形曲梁;圆弧周线;初始几何缺陷;平面内整体稳定性能;有限元分析

中图分类号:TU391

文献标志码:A

## Analysis of In-plane Stability Performance of Large Span Steel Structure Curved Box-girders

WANG Yuan-qing<sup>1,2</sup>, LIU Li-yuan<sup>1,2,3</sup>, DING Da-yi<sup>4,5</sup>, SHI Yong-jiu<sup>1,2</sup>, WAN Hai-ying<sup>5</sup>

(1. Key Laboratory of Civil Engineering Safety and Durability of Ministry of Education, Tsinghua University, Beijing 100084, China; 2. Department of Civil Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China;  
3. Beijing Institute of Architecture Design, Beijing 100045, China; 4. China Wuzhou Engineering Corporation Ltd., Beijing 100053, China; 5. School of Civil and Hydraulic Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, Anhui, China)

**Abstract:** In order to study the in-plane stability performance of the arc axis both ends hinged curved box-girders, numerical method theory was carried out using finite element software ABAQUS. Two-dimensional curved girder models were established to simulate the in-plane stability of curved box-girders. Influences of different central angles, different slenderness ratio, and different initial geometric imperfections on the in-plane stability performances of the curved box-girder were considered. The differences and laws of the numerical solution and classic theoretical solution of the elastic buckling factor were gained. Effects on the stability factor and regularization slenderness ratio of the initial geometric imperfections were given, and the form of axial load-moment curve was calculated as well. The design formulae for calculating the in-plane stability of arc axis curved box-girders can provide theoretical basis and suggestions for the future design.

**Key words:** curved box-girder; arc axis; initial geometric imperfection; in-plane stability performance; finite element analysis

收稿日期:2012-06-18

基金项目:国家自然科学基金重点项目(51038006)

作者简介:王元清(1963-),男,安徽霍山人,教授,博士研究生导师,工学博士,E-mail:wang-yq@mail. tsinghua. edu. cn.

## 0 引言

目前,随着行业的发展和进步,大跨钢结构的结构形式也日趋复杂,曲梁在钢结构工程中的应用日渐增多,中国的钢结构设计规范关于曲梁的稳定性设计目前还没有明确的规定,因此需要对曲梁稳定承载力的设计方法进行研究<sup>[1]</sup>。钢曲梁多应用于梁和柱的转换部位,作为梁与柱的连接构件,多榀刚架间有檩条和面外支撑,以约束构件的面外位移,避免面外稳定问题的发生<sup>[2]</sup>。因此,本文中笔者针对钢曲梁面内稳定承载力进行了研究。

## 1 有限元模型

本文中以合肥新桥国际机场航站楼(图1)为研究背景,对箱形截面曲梁的平面内稳定性进行分析。图2为3区GJ3-6刚架结构构件组成。由图2可见,典型大跨度单榀刚架由箱形斜柱、大曲率箱形构件<sup>[3-4]</sup>、渐变箱形梁、转换节点与倒三角形立体桁架组成,其中箱形曲梁是连接柱和桁架梁的关键节点。



图1 合肥新桥国际机场鸟瞰图

Fig.1 Aerial View of Hefei Xinqiao International Airport

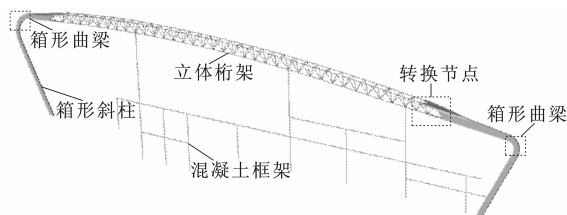


图2 3区GJ3-6刚架结构构件组成

Fig.2 Composition of GJ3-6 Frame Structure  
Components of Part 3

曲梁的面内稳定性受到多种因素的影响<sup>[5-7]</sup>,如曲梁的轴线形式、截面形式、边界支承和约束条件<sup>[8]</sup>等。选取了圆弧轴线形式的箱形截面曲梁,由于曲梁两端多连接其他构件,并非完全刚性连接,因此研究以两端铰接为基础,边界约束对曲梁稳定性的影响另作考虑。

曲梁构件与拱形构件十分类似,对于稳定性能的研究思路也十分相近,而对构件稳定的研究也都可参照钢结构设计规范中对于压弯构件稳定性的研究思路,通过圆弧轴线曲梁在静水压力荷载形式下形成的纯轴压状态,进行构件的弹性和弹塑性稳定分析,进而考虑在轴力 $N$ 和弯矩 $M$ 共同作用下,曲梁构件达到平面内的极限状态时,最大轴力 $N_u$ 和最大弯矩 $M_u$ 之间的相互影响和相关关系,也就是 $N$ - $M$ 关系曲线,从而给出曲梁截面设计的理论公式,以指导压弯曲梁的平面内稳定设计<sup>[-9-10]</sup>。

本文中采用数值方法对两端铰接圆弧轴线箱形截面曲梁进行理论研究<sup>[11]</sup>,采用ABAQUS有限元软件建立了二维的曲梁模型,选取 $60^\circ \sim 120^\circ$ 区间内的多种圆心角,圆弧轴线曲率半径为3 000 mm,采用B21梁单元,通过等比例缩放箱形截面 $B300 \times 150 \times 20 \times 10$ 来模拟曲梁的平面内稳定问题。

## 2 纯轴压曲梁的稳定分析

曲梁除截面形状以外可由圆心角和半径确定其形式。研究考虑了不同圆心角大小对曲梁稳定性能的影响,选取了 $60^\circ \sim 120^\circ$ 区间内的多种圆心角,圆弧轴线曲率半径为3 000 mm,通过等比例缩放箱形截面 $B300 \times 150 \times 20 \times 10$ 来调整几何长细比,最终得到正则化长细比与稳定系数的相关关系。

施加净水压力形式的均布荷载 $q_{cr}$ ,使曲梁处于纯轴压状态。纯压受力状态的圆弧曲梁,其轴压力弹性屈曲荷载经典理论解<sup>[12]</sup>为

$$N_{cr} = K \frac{EI}{R^2} \quad (1)$$

式中: $N_{cr}$ 为曲梁弹性屈曲时截面临界轴力; $K$ 为曲梁相应于 $N_{cr}$ 的弹性屈曲系数; $E$ 为钢材弹性模量; $I$ 为截面惯性矩; $R$ 为曲梁半径。

施加净水压力形式的均布荷载,使曲梁处于纯轴压状态,纯压圆弧曲梁上均布荷载 $q$ 为

$$q = \frac{N}{R} \quad (2)$$

故有

$$N_{cr} = q_{cr} R \quad (3)$$

$$q_{cr} = K \frac{EI}{R^3} \quad (4)$$

当边界条件为两端铰接时

$$q_{cr} = \frac{EI}{R^3} \left( \frac{\pi^2}{\gamma^2} - 1 \right) \quad (5)$$

则有

$$K=\frac{\pi^2}{\gamma^2}-1\tag{6}$$

式中： $\gamma$  为曲梁圆心角的  $1/2$ 。

可见，纯轴压受力状态曲梁的弹性屈曲系数  $K$  只与圆心角有关，它反映了支承条件边界约束的强弱以及圆心角的变化对纯压曲梁屈曲荷载的影响，例如，对于  $120^\circ$  圆心角， $\gamma=\pi/3$ ， $K=8$ 。

但是，经典理论解有一定的局限性，通过有限元方法得到的弹性屈曲系数与经典解理论有一定的差异。通过有限元方法计算得到的弹性屈曲系数  $K$  不仅与圆心角有关，也与曲梁的长细比有关。其求解过程为：对有限元模型施加沿曲梁径向的均布荷

载，使曲梁处于纯轴压受力状态，发生弹性屈曲时的荷载即为  $q_{cr}$ ，则轴压力计算公式为式(3)，那么

$$K=\frac{N_{cr}R^2}{EI}\tag{7}$$

定义几何长细比  $\lambda$  为

$$\lambda=\frac{2\gamma R}{i}\tag{8}$$

$$i=\sqrt{\frac{I}{A}}\tag{9}$$

式中： $i$  为回转半径。

有限元计算结果见表 1。从表 1 可以看出，由于有限元模型考虑了剪切变形的影响，在曲梁构件

表 1 纯压两端铰接曲梁的平面内弹性屈曲系数

Tab. 1 In-plane Elastic Buckling Factors of Arc Axis Both Ends Hinged Curved Girder Under Pure Pressure

几何长细比	不同圆心角下的弹性屈曲系数						
	60°	70°	80°	90°	100°	110°	120°
20	26.76	18.44	13.46	10.22	7.99	6.39	5.21
40	32.25	23.05	17.26	13.34	10.58	8.55	7.02
60	33.62	24.25	18.26	14.18	11.27	9.13	7.51
80	34.14	24.71	18.65	14.50	11.54	9.36	7.70
100	34.39	24.93	18.83	14.65	11.67	9.47	7.79
120	34.52	25.05	18.94	14.74	11.74	9.53	7.85
140	34.60	25.12	19.00	14.79	11.79	9.56	7.88
160	34.66	25.17	19.04	14.82	11.81	9.59	7.90
180	34.70	25.20	19.07	14.85	11.83	9.60	7.91
200	34.72	25.23	19.09	14.86	11.85	9.62	7.92
250	34.76	25.26	19.12	14.89	11.87	9.63	7.94
300	34.79	25.28	19.13	14.90	11.88	9.64	7.94
350	34.80	25.30	19.14	14.91	11.89	9.65	7.95
400	34.81	25.30	19.15	14.92	11.89	9.65	7.95
经典理论解	35.00	25.45	19.25	15.00	11.96	9.71	8.00
最大相对误差/%	23.54	27.54	30.07	31.87	33.16	34.16	34.92

长细比较小时，有限元计算所得的弹性屈曲系数  $K$  与经典理论解有较大的差异，且圆心角越大，数值解与经典理论解之间的差异就越大，数值解与经典理论解的最大相对误差为 34.92%。随着曲梁构件的长细比逐渐增大，剪切变形对构件稳定的影响逐渐降低，数值解与经典理论解也逐渐接近。

正则化长细比  $\lambda_n$  为

$$\lambda_n=\sqrt{\frac{N_u}{N_{cr}}}\tag{10}$$

由  $N_u=Af_y$  可得

$$\lambda_n=\frac{\lambda}{\sqrt{K}}\sqrt{\frac{f_y}{E}}\tag{11}$$

式中： $N_u$  为全截面屈服时曲梁的轴力； $A$  为拱的截面面积； $f_y$  为钢材的屈服强度。

弹性屈曲稳定系数  $\varphi$  为

$$\varphi=\frac{N_{cr}}{Af_y}\tag{12}$$

当  $\varphi>1$  时，取  $\varphi=1$ ，由此得到了曲梁的弹性屈曲稳定系数与正则化长细比的相关关系曲线，另外还需要考虑曲梁构件不同圆心角大小，以及初始几何缺陷等因素对两端铰接箱形截面曲梁面内稳定性的影响。圆心角选取  $60^\circ, 70^\circ, 80^\circ, 90^\circ, 100^\circ, 110^\circ, 120^\circ$  进行计算。由计算可知，曲梁的 1 阶失稳模态为反对称形式的平面内失稳，失稳模态如图 3 所示。选取与其 1 阶失稳模态形式一致的不同数量值的初始几何缺陷，即  $1/1\ 000, 1/500, 1/250$  三种大小的初始几何缺陷，来计算初始几何缺陷对静水压力作用下纯受压曲梁平面内稳定的影响曲线。平面内稳

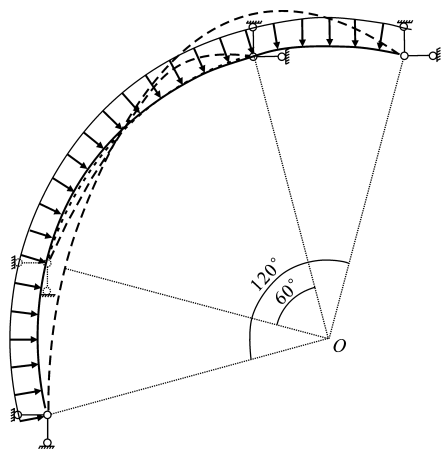


图 3 曲梁 1 阶失稳模态

Fig. 3 First-order Instability Mode of Curved Girder  
定的稳定系数如图 4~10 所示。

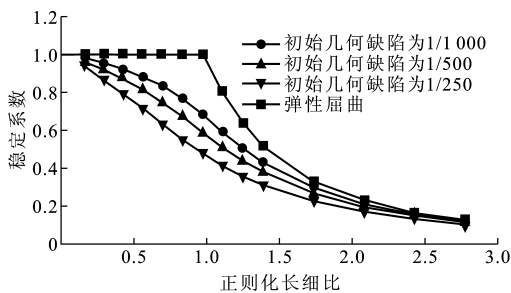


图 4 圆心角 60°曲梁稳定系数及初始几何缺陷的影响  
Fig. 4 Curved Girder Stability Factors and Impacts of Initial Geometric Imperfection with Central Angle 60°

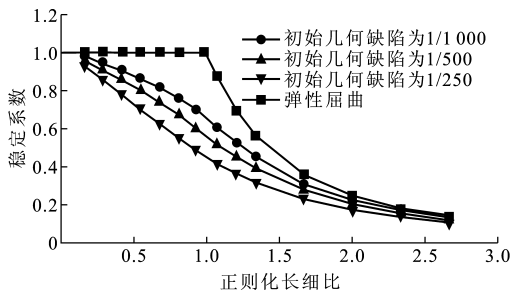


图 5 圆心角 70°曲梁稳定系数及初始几何缺陷的影响  
Fig. 5 Curved Girder Stability Factors and Impacts of Initial Geometric Imperfection with Central Angle 70°

由图 4~10 可知,较小的初始几何缺陷即可造成均匀受压两端铰接圆弧轴线箱形截面曲梁平面内稳定承载力的降低,当正则化长细比  $0.25 < \lambda_n < 1.25$  时,初始几何缺陷的不利影响最为突出,稳定系数的降低最为明显。

### 3 压弯曲梁的稳定分析

在不同荷载作用下,曲梁截面不仅会产生轴压力,也会产生弯矩作用,当构件达到平面内极限状态

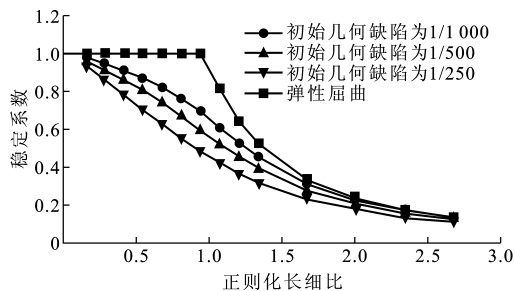


图 6 圆心角 80°曲梁稳定系数及初始几何缺陷的影响  
Fig. 6 Curved Girder Stability Factors and Impacts of Initial Geometric Imperfection with Central Angle 80°

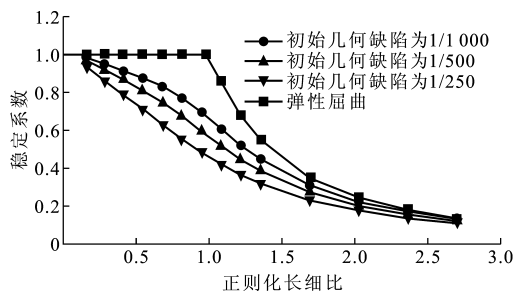


图 7 圆心角 90°曲梁稳定系数及初始缺陷的影响  
Fig. 7 Curved Girder Stability Factors and Impacts of Initial Geometric Imperfection with Central Angle 90°

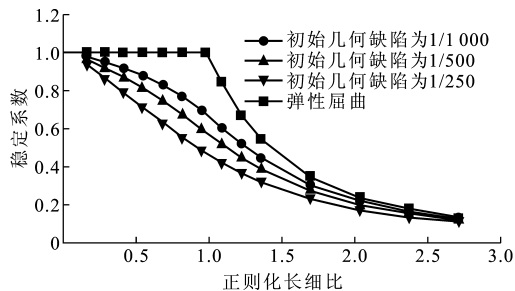


图 8 圆心角 100°曲梁稳定系数及初始几何缺陷的影响  
Fig. 8 Curved Girder Stability Factors and Impacts of Initial Geometric Imperfection with Central Angle 100°

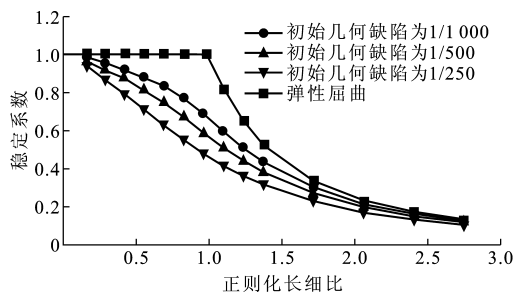


图 9 圆心角 110°曲梁稳定系数及初始几何缺陷的影响  
Fig. 9 Curved Girder Stability Factors and Impacts of Initial Geometric Imperfection with Central Angle 110°

时,最大轴压力和最大截面弯矩间会相互影响,存在着一定的相关关系,也就是  $N-M$  关系曲线。设计

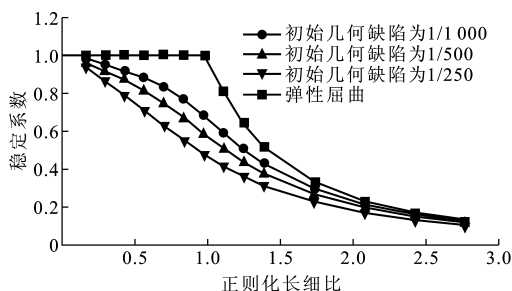


图 10 圆心角  $120^\circ$  曲梁稳定系数及初始几何缺陷的影响

Fig. 10 Curved Girder Stability Factors and Impacts of Initial Geometric Imperfection with Central Angle  $120^\circ$

时根据截面内力和  $N$ - $M$  关系曲线,判断构件的平面内稳定性能。

两端铰接圆弧轴线箱形曲梁在纯轴压力作用下的稳定设计与轴心受压构件的稳定设计方法十分类似。依此类推,对于曲梁在轴压和弯矩共同作用下,其  $N$ - $M$  相关关系也必然与压弯构件的  $N$ - $M$  相关关系具有一定的相似性。

对于压弯构件,按照边缘纤维屈服推导出的相关公式为

$$\frac{N}{\varphi A} + \frac{\beta_{mx} M_x}{W_{1x}(1 - \varphi_x N/N_{Ex})} = f \quad (13)$$

式中:  $M_x$  为所计算构件段范围内的最大弯矩;  $\beta_{mx}$  为等效弯矩系数;  $\varphi_x$  为弯矩作用平面内的轴心受压构件稳定系数;  $W_{1x}$  为弯矩作用平面内较大纤维的毛截面模量;  $N_{Ex} = \frac{\pi^2 EA}{1.1\lambda_x^2}$ ,  $\lambda_x$  为构件在主轴  $x$  方向的长细比;  $f$  为钢材强度设计值。

对于实腹式压弯构件,理论计算考虑了塑性变形发展,常用截面形式的压弯构件计算结果与式(13)中的计算结果有所差异,对于部分较为短粗的构件,式(13)是偏于安全的,但对于部分较为细长的构件,是偏于不安全的。钢结构设计规范中对式(13)做了修正,实腹式压弯构件在弯矩作用平面内的整体稳定计算公式为

$$\frac{N}{\varphi A} + \frac{\beta_{mx} M_x}{\gamma_x W_{1x}(1 - 0.8N/N_{Ex})} \leq f \quad (14)$$

轴压力和弯矩共同作用下曲梁的  $N$ - $M$  相关关系计算参照了上述压弯构件的平面内稳定设计方法,通过数值方法得到了两端铰接圆弧轴线箱形截面曲梁的  $N$ - $M$  关系公式。对于式(14)中因考虑了轴力对弯矩的放大作用而存在的  $1 - 0.8N/N_{Ex}$  项,因为大变形弹塑性的有限元算法中已考虑了几何非线性的影响,  $1 - 0.8N/N_{Ex}$  项可以不予考虑,通过对数值结果的拟合来简化压弯曲梁的  $N$ - $M$  关系公式。

选取两端铰接圆弧轴线箱形截面曲梁形式,计算圆心角分别为  $60^\circ, 80^\circ, 100^\circ, 120^\circ$ , 几何长细比  $\lambda$  为  $20 \sim 400$  的  $N$ - $M$  关系,计算中考虑了  $1/1000$  的初始几何缺陷,在不同的  $N, M$  作用下,提取构件最大轴力  $N_u$  和最大弯矩  $M_u$ ,可得到数据点分布情况,如图 11 所示。从图 11 可以看出,随着最大弯矩的增加,最大轴力逐渐降低;随着几何长细比的增大,轴力对弯矩的影响更加不明显;数据点的分布规律很难用统一的公式来表示,但其下包络线却有着十分相似的规律。

通过对下包络线的分析可知,其曲线形式十分类似于开口向左的抛物线,因此,拟合曲线公式形式为

$$\left(\frac{N_u}{\varphi A f_y}\right)^\alpha + \beta \frac{M_u}{\gamma_x W f_y} \leq 1 \quad (15)$$

式中:  $W$  为弯矩方向的截面模量;  $\alpha, \beta$  均为系数。

从图 11 还可以看出,横坐标项最大不超过 1.15,定义其最大值为 1.15,则系数  $\beta = 0.0869$ 。为更好地逼近数据点分布情况,拟合得到  $\alpha = 10/7$ ,即两端铰接圆弧轴线箱形截面曲梁在压弯荷载作用下的平面内整体稳定设计公式为

$$\left(\frac{N_u}{\varphi A f_y}\right)^{\frac{10}{7}} + 0.869 \frac{M_u}{\gamma_x W f_y} \leq 1 \quad (16)$$

## 4 结 语

(1)有限元计算所得的弹性屈曲系数  $K$  与经典理论解有较大的差异,且圆心角越大,数值解与经典理论解之间的差异越大,曲梁构件的长细比越大,剪切变形对构件稳定的影响越小,数值解与经典理论解也逐渐接近。

(2)较小的初始几何缺陷即可造成均匀受压两端铰接圆弧轴线箱形截面曲梁平面内稳定承载力的降低,当正则化长细比  $0.25 < \lambda_n < 1.25$  时,初始几何缺陷的不利影响最为突出,稳定系数的降低最为明显。

(3)对于两端铰接圆弧轴线箱形截面曲梁的平面内稳定问题,给出了建议的截面设计计算公式。

## 参考文献:

### References:

- [1] LUO Q Z, LI Q S. Shear Lag of Thin-walled Curved Box Girder Bridges[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2000, 126(10): 1111-1114.
- [2] CHOI B H, YOO C H. Strength of Stiffened Flanges in Horizontally Curved Box Girders[J]. Journal of

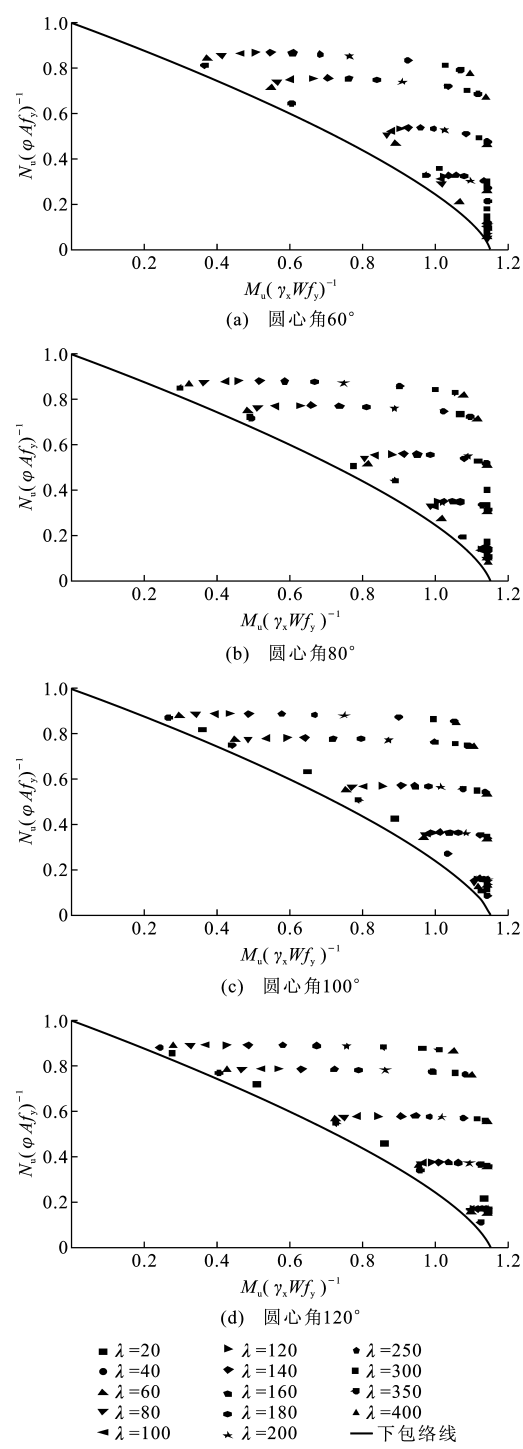


图 11 不同圆心角下的  $N_u$ - $M_u$  关系

**Fig. 11  $N_u$ - $M_u$  Relations with Different Central Angles**

Engineering Mechanics, 2005, 131(2): 167-176.

[ 3 ] 林 冰. 钢拱平面内稳定性及稳定承载力设计方法的研究[D]. 北京:清华大学, 2007.

LIN Bing. Design of the in Plane Stability Behavior and Bearing Capacity of Steel Arch[D]. Beijing: Tsinghua University, 2007.

[ 4 ] 童根树, 许 强. 工字形截面圆弧曲梁的非线性理论[J]. 土木工程学报, 2004, 37(4): 1-7.

TONG Gen-shu, XU Qiang. Nonlinear Theory for Round Curving Beams with I-sections[J]. China Civil Engineering Journal, 2004, 37(4): 1-7.

[ 5 ] 王晓雪. 矢跨比对曲梁的非线性稳定影响[J]. 忻州师范学院学报, 2008, 24(2): 45-46.

WANG Xiao-xue. Effect of Curvature to the Nonlinear Stability of Curved Beam[J]. Journal of Xinzhou Teachers University, 2008, 24(2): 45-46.

[ 6 ] 程 鹏, 童根树. 圆弧拱平面内弯曲失稳一般理论[J]. 工程力学, 2005, 22(1): 93-101.

CHENG Peng, TONG Gen-shu. A General Theory for In-plane Nonlinear Analysis of Circular Arches[J]. Engineering Mechanics, 2005, 22(1): 93-101.

[ 7 ] 徐艳秋, 许克宾, 王 丽. 薄壁弯梁桥空间有限元分析[J]. 土木工程学报, 2003, 36(2): 58-62.

XU Yan-qiu, XU Ke-bin, WANG Li. Analysis of Thin-walled Curved-box Beam Bridge Using 3D FEM[J]. China Civil Engineering Journal, 2003, 36(2): 58-62.

[ 8 ] 张旺鲲, 李卫文. 圆心角对工字形和箱形曲梁的稳定承载力的影响[J]. 科技情报开发与经济, 2007, 17(25): 178-179.

ZHANG Wang-kun, LI Wei-wen. Influence of Central Angle on the Stability Bearing Capacity of I-section and Box-section Curved Beams[J]. Sci-Tech Information Development & Economy, 2007, 17(25): 178-179.

[ 9 ] 魏德敏, 陈宇清. 薄壁曲梁的稳定极限承载力[J]. 力学与实践, 2006, 28(1): 19-22.

WEI De-min, CHEN Yu-qing. Ultimate Bearing Capacity of Thin-walled Curved Beams[J]. Mechanics in Engineering, 2006, 28(1): 19-22.

[10] 王小明, 顾海涛. I 型截面薄壁圆弧曲梁的稳定性分析[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2000, 21(6): 57-63.

WANG Jin-ming, GU Hai-tao. Analysis of Stability of Curved Thin-walled Beams with I-section[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2000, 21(6): 57-63.

[11] 杨永华, 吴 杰. 薄壁截面曲梁的弹性稳定平衡方程[J]. 上海师范大学学报: 自然科学版, 2010, 39(6): 606-611.

YANG Yong-hua, WU Jie. Equations of Elastic Stability for Thin-walled Curved Beam[J]. Journal of Shanghai Normal University: Natural Sciences, 2010, 39(6): 606-611.

[12] 龙驭球, 包世华. 结构力学教程 II [M]. 北京: 高等教育出版社, 2000.

LONG Yu-qiu, BAO Shi-hua. Structure Mechanics II [M]. Beijing: Higher Education Press, 2000.