

文章编号:1673-2049(2012)04-0059-08

基于强度折减法的地坑窑居广义可靠指标研究

郭平功^{1,2}, 童丽萍¹

(1. 郑州大学 土木工程学院, 河南 郑州 450001; 2. 河南城建学院 土木工程系, 河南 平顶山 467036)

摘要:为分析地坑窑居在役百年甚至数百年的深层次原因,对其广义可靠指标进行了研究。以确定性的有限元分析为基础,采用强度折减法建立了窑腿宽度、窑室跨度与富裕安全系数间的映射关系,用不含交叉项的二次多项式响应面函数代表地坑窑居的功能函数,进而求得广义可靠指标与验算点,并对河南陕县地坑窑居的广义可靠指标进行了研究。结果表明:该地区地坑窑居的可靠性较高;考虑窑腿宽度和窑室跨度 2 个随机变量间的相关性,得到的广义可靠指标稍高;相对于窑室跨度,窑腿宽度对广义可靠指标的影响占绝对主要地位;所建立的地坑窑居的广义可靠指标的研究方法,可用于任意地区地坑窑居的可靠度评价,并可推广至多随机变量的情况,还可用于指导地坑窑居的营造、修缮。

关键词:强度折减法;广义可靠指标;随机变量;窑腿宽度;窑室跨度

中图分类号:TU761.2 **文献标志码:**A

Research on Generalized Reliability Index of Underground Cave Dwellings Based on Strength Reduction Method

GUO Ping-gong^{1,2}, TONG Li-ping¹

(1. School of Civil Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, Henan, China;

2. Department of Civil Engineering, Henan University of Urban Construction,
Pingdingshan 467036, Henan, China)

Abstract: In order to uncover the reason that underground cave dwellings could survive hundreds of years, the generalized reliability index of underground cave dwellings was researched. Based on definitive finite element analysis and strength reduction method, relations between cave leg width, cave span and excess safety factor were established, which were expressed by quadratic polynomial response surface function without cross terms. The generalized reliability index and checking point could be solved. The generalized reliability index research of underground cave dwellings in Shan County, Henan Province was done. The results show that the reliability of underground cave dwellings in this village is high, and higher if the correlation between cave leg width and cave span is considered. The influence of cave leg width on generalized reliability index is in major position contrasting to cave span. The researching method of generalized reliability index of underground cave dwelling, can be used to evaluate reliability of underground cave dwellings in every district, even in the situation of more random variables, and can guide the construction and renovation of underground cave dwellings.

收稿日期:2012-07-08

基金项目:国家自然科学基金项目(50978233)

作者简介:郭平功(1982-),男,河南南阳人,河南城建学院讲师,郑州大学工学博士研究生,E-mail:pgguo@hncj.edu.cn.

Key words: strength reduction method; generalized reliability index; random variable; cave leg width; cave span

0 引言

地坑窑居是在平坦的台地(黄土塬)上,垂直向下挖一个长方形的地坑,然后再从坑的四壁平行于地面挖凿窑室,形成一座“地下四合院”,院门通过斜坡与地面相连,供人及物上下出入通行。地坑窑只有依托黄土塬这种特殊的地形地貌条件才得以产生和发展,是黄土塬独有的居住形式,距今已有几千年的历史,分布于豫西、陇东、陕西、渭北、山西运城等地区,这些“地下四合院”,构成了世界上独一无二的地下村落景观——“进村不见房,树冠露三分,麦垛星罗布,户户窑洞沉”。

地坑窑居的支持体系完全由挖凿成型的纯原状土拱体系作为窑居的自支撑结构,没有栋梁支撑,也没有其他支护,但却能够兴而不衰,笔者发现,即使在地震多发区,建造年代在百年以上的地坑窑居也很普遍。这充分说明了地坑窑居存在之合理,构筑之巧妙,可靠性之高。

研究地坑窑居的广义可靠指标,可以揭示其深层次的力学原理,更好地指导营造和修缮,为这一传统特色建筑焕发新的生命力做技术准备。几千年来,地坑窑居的营造没有理论的指导,其宝贵的建筑经验、特定的文化传统,以口传心授的方式在民间工匠中流传和演进,建立在可靠度分析基础上的营造方法更科学,也将传统的营造方法上升到理论层面,必将使这一传统特色建筑及所代表的文化得到更好地传承和发扬。

在功能函数为显式的情况下,可靠度的求解方法有改进的一次二阶矩法(AFOSM)、二次二阶矩法(SOSM)等;在功能函数为隐式的情况下,仍可使用一次二阶矩法、二次二阶矩法,只是用差分替代导数,或者使用响应面法,用响应面函数替代隐式的功能函数;当功能函数不存在,相关的规范也没有对功能函数进行规定时,如本文中的地坑窑居,需要先确定一个对其功能合理的描述,然后多次建立确定性的有限元模型,从而建立响应面函数,得出地坑窑居的极限状态方程,进而使用改进的一次二阶矩法或二次二阶矩法进行可靠度分析。

文献[1]中采用“窑腿相对塑性区深度”作为关键指标,构建了地坑窑居的极限状态方程,采用响应面法结合改进一次二阶矩法、非线性有限元分析^[2],

求出了地坑窑居的可靠指标,但没有考虑随机变量的相关性。

目前还没有非参数化的响应面函数能够处理相关随机变量的报道,故笔者采用参数化的响应面函数之一——二次多项式响应面函数,在广义随机空间中处理相关的随机变量,不需要将相关随机变量转换为独立随机变量,更加方便且精度较高。

1 地坑窑居随机变量的相关性及其处理方法

1.1 随机变量的相关性

影响地坑窑居可靠度的因素众多,如窑居的几何参数、土体的力学材料参数、黄土的节理、雨水的下渗等。在地坑窑居营造时,可避开黄土节理、裂隙发育的地段,在日常的维护中,可用除草、碾压等措施防范雨水的下渗,且黄土塬区的降雨量较小,故本文中不考虑黄土的节理、雨水下渗这2个因素;在某一地区,土体的力学材料参数可认为是常量;本文中研究的是某一地区所有的地坑窑居,而不是某一座地坑窑居,几何参数呈现出更大的离散性,同时地坑窑居的几何参数也是在营造时需要首先考虑的,对可靠性、安全性有较大的影响,故随机变量应从几何参数中选择。

地坑窑居重要的几何参数如图1所示,图1中A点为中间窑洞的顶点。在营造地坑窑居时,需要把握好窑室跨度和窑腿宽度这2个重要的尺寸。窑室跨度影响到日常生活的空间大小,在保证安全的前提下,尽量增大可利用的空间;窑腿宽度对窑洞的安全有重要的影响,不能为了增大使用空间而过分减小窑腿宽度,可见二者是一对矛盾,特别是在每户的宅基地有限的情况下。在生土窑居的营造过程中,当地的匠人强调了相邻窑窑腿宽度之和与窑室跨度之和二者之间的比例,即窑腿系数^[3],其合适的范围为0.8~1.2,可见二者是相关的。

主窑是一座地坑窑院中最主要的窑室,多数朝东,一般其跨度也最大,两边窑腿的宽度相比其他窑室要小,窑腿需要承受更大的荷载。本文中统计了河南陕县地坑窑院中主窑的跨度及主窑两侧窑腿的宽度,均服从正态分布,其平均值、标准差和相关系数如表1所示。

本文中以窑室跨度和窑腿宽度作为随机变量,

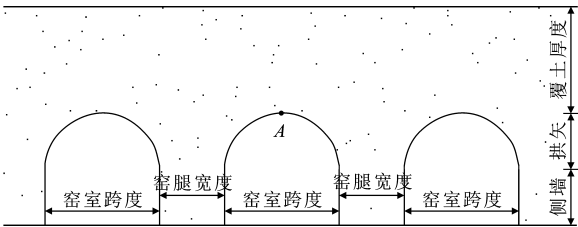


图 1 窑居结构尺寸参数

Fig. 1 Dimension Parameters of Cave Structure

表 1 窑室跨度、窑腿宽度统计参数

Tab. 1 Statistical Parameters of Cave Span and

Cave Leg Width		
窑室跨度/m	平均值	3.08
	标准差	0.173
窑腿宽度/m	平均值	1.76
	标准值	0.319
相关系数		0.344 6

探讨地坑窑居的可靠指标。已有研究表明,随机变量间的相关性对可靠度分析有着明显的影响^[4],必须予以考虑。

1.2 相关随机变量的处理方法

常用的把相关随机变量转换为独立随机变量的方法有 Rosenblatt 变换、正交变换(Orthogonal 变换)、Nataf 变换^[5]。采用 Rosenblatt 变换得到的可靠指标与随机变量的顺序有关,Nataf 变换比 Orthogonal 变换改进的方面是考虑了相关变量变换到相关标准正态空间后相关系数的变化,但计算量较大。当变换后的独立标准正态空间中功能函数曲线非线性程度较高时,采用上述 3 种变换方法后利用一次二阶矩方法均不能准确地估计可靠指标。

笔者在广义随机空间中,进行可靠指标的求解。广义随机空间是建立仿射坐标系的随机变量空间,即 Euclid 几何随机空间,它是对具有直角坐标系的随机变量空间的推广。该空间中坐标轴不是正交的,坐标轴间的夹角可由随机变量间的相关系数确定,即

$$\theta_{X_iX_j}=\pi-\arccos(\rho_{X_iX_j}) \tag{1}$$

式中: X_i,X_j 均为基本随机变量; $\theta_{X_iX_j}$ 为坐标轴间的夹角; $\rho_{X_iX_j}$ 为随机变量 X_i 与 X_j 的相关系数。

图 2 为二维广义随机空间中的可靠指标及设计验算点。图 2 中, X_1,X_2 均为随机变量, \bar{X}_1,\bar{X}_2 均为标准化正态随机变量, P^* 为验算点, β 为可靠指标。

在广义随机空间中求解可靠度,随机变量的相关性转换为了坐标轴间的夹角,故在直角坐标系随机变量空间中的可靠度求解方法均适用于广义随机

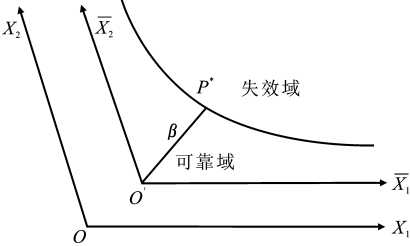


图 2 二维广义随机空间中的可靠指标及设计验算点

Fig. 2 Reliability Index and Checking Point in

Generalized Two-dimensional Random Space

空间,只是某些依赖于坐标系的表达式有所改变。该方法不用进行随机变量的转换,与前述 3 种转换方法相比,简单且计算精度较高。

1.3 广义可靠指标

在广义随机空间中,各随机变量 X_1,X_2,\cdots,X_n 可认为相互独立,功能函数可表示为

$$Z=g(X_1,X_2,\cdots,X_n) \tag{2}$$

式中: Z 为功能函数值,为因变量; g 为函数符号。

通常所说的可靠指标 β 为标准正态随机变量正交坐标系的原点到极限状态曲面的最短距离,验算点即为与此距离对应的极限状态面上的点,而广义可靠指标是在广义标准正态随机空间中,坐标系原点到极限状态曲面的最短距离。由数学知识可知,坐标系的变换不改变距离的长短。故广义可靠指标和可靠指标本质上是一样的,本文中的广义可靠指标强调了在广义随机空间中求解。

2 基于强度折减法的地坑窑居极限状态方程

地坑窑居功能函数的构造,首先需要确定地坑窑居属于结构体系还是构件。地坑窑居不同于通常的梁板柱结构,可以很清晰地把体系划分为构件。本文中把它看作一个构件,且认为该构件一旦达到承载能力极限状态,整个地坑窑居即失效,不需要考虑把体系划分为构件后,构件失效模式的串联、并联问题。

采用二次多项式响应面函数代表地坑窑居的功能函数,输入为窑室的跨度和窑腿的宽度,用 (X_1,X_2) 表示,还需要采用富裕安全系数确定“响应”。“响应”的确定需要建立地坑窑居的有限元模型,经过计算后求得。

不同的输入对应不同的“响应”,可构造一系列的响应面函数,该响应面函数仅在对应的输入点附近能较好地代表地坑窑居的功能函数,当输入点很接近验算点时,即可求出地坑窑居的广义可靠指标

及验算点。

2.1 有限元模型

本文中以中间窑洞拱顶 A 点位移发生突变作为地坑窑居极限状态的判别标准,根据文献[3]中的研究结果,在二维和三维的情况下,A 点的位移很接近,故地坑窑居可按平面应变问题研究。且本文中所得可靠指标与文献[1]接近,说明按二维情况研究地坑窑居是可行的。选取三联孔模型,每孔窑室的尺寸相同,中间主窑两侧的窑腿宽度相同。为减少计算量,取对称的一半模型进行有限元建模。窑居的几何参数中,窑腿宽度、窑室跨度为随机变量,每次有限元分析时取用不同的组合,其他几何参数为:覆土厚度为 3 m,拱矢为 1.5 m,侧墙高度为 1.5 m,拱圈为双心圆。整个模型的尺寸大于 5 倍以上窑室的尺寸,根据圣维南原理,模型总尺寸的选取是足够的。由于模型较大,图 3 中截取的是有窑洞的部分。图 3(a)中窑洞未开挖,初始应力场为土体自重应力场。

地坑窑居的营造不同于一般建筑,它不是加荷,而是经历了卸荷—加荷的过程。窑室的开挖使初始的自重应力场发生了应力重分布,并且各窑室的开挖不是同时完成的,有的经历数年,本文中先开挖主窑,如图 3(b)所示,然后进行两侧窑室的开挖,如图 3(c)所示。窑室开挖完成后,施加地面均布荷载 $4\text{ kPa}\times 1.4=5.6\text{ kPa}$,其中 1.4 为可变荷载分项系数,标准值取 4 kPa 是考虑到地面经常有车辆行驶或停留,参考《建筑结构荷载规范》(GB 50009—2001)中关于楼面作为汽车通道及停车库的荷载取值。

本文中采用土体材料常用的 M-C 模型,根据河南陕县生土窑居所在的黄土土层分布,结合中国市政工程西北设计研究院有限公司进行的土工试验^[6]进行研究,所选取的黄土材料性能参数如表 2 所示。

表 2 土体物理力学参数

Tab. 2 Physical and Mechanical Parameters of Soil

弹性模量/MPa	泊松比	重度/ ($\text{kN}\cdot\text{m}^{-3}$)	粘聚力/ kPa	内摩擦角/($^{\circ}$)
51.5	0.25	16.1	51.8	28.1

靠近窑室的部分网格划分较密,离得越远网格划分越粗。模型右侧为对称约束,底部固定竖向约束,左侧固定水平约束。

2.2 基于强度折减法的富裕安全系数

提出富裕安全系数 F_{ES} 作为响应面函数的“响应”,即代表式(2)中功能函数值 Z 在不同随机变量

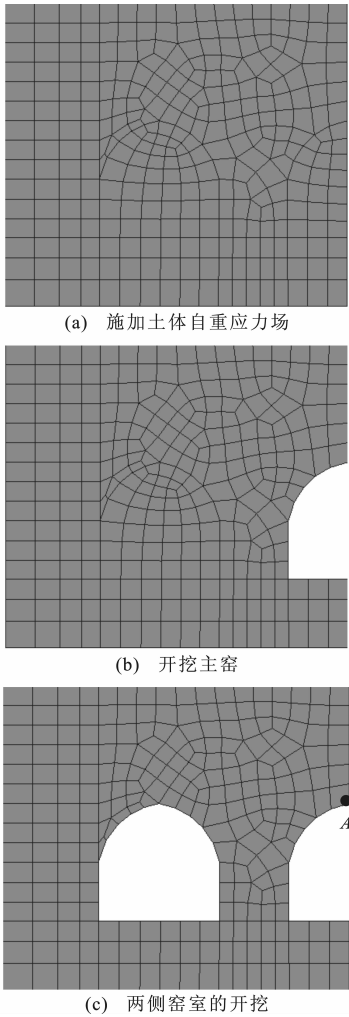


图 3 有限元分析模型

Fig. 3 Models of Finite Element Analysis

组合情况下的值, F_{ES} 应具有以下性质:当 $F_{\text{ES}}=0$ 时,表明地坑窑居处于极限状态;同理,当 $F_{\text{ES}}>0$ 时,表明地坑窑居安全,当 $F_{\text{ES}}<0$ 时,表明地坑窑居不安全。与富裕安全系数对应的基准安全系数(表示为 F_{ES0})应具有类似的对结构安全性能的区分,即当地坑窑居的安全系数 $F_{\text{S}}=F_{\text{ES0}}$ 时,表明其处于极限状态;当 $F_{\text{S}}>F_{\text{ES0}}$ 时,表明安全;当 $F_{\text{S}}<F_{\text{ES0}}$ 时,表明不安全。当 $F_{\text{ES0}}=1$ 时,并不表明结构是稳定的^[7],本文中偏于安全地规定 $F_{\text{ES0}}=1.1$ 。上述 3 个系数的关系式为

$$F_{\text{ES}}=F_{\text{S}}-F_{\text{ES0}}=F_{\text{S}}-1.1 \tag{3}$$

地坑窑居的安全系数,应更加确切地称为地下无支护黄土窑洞群的整体安全系数,目前并没用相关的规范或文献对该系数进行定义。安全系数较多地应用在边坡工程中,近年来,基于强度折减法的隧道工程安全系数有较多的研究^[8-14],特别是无衬砌的黄土隧道,研究表明,基于强度折减法的安全系数

能从整体上表明隧道群的安全性。地坑窑居和无衬砌的黄土隧道有很大的相似性,安全系数同样能表明地下无支护的黄土窑洞群的安全性,本文中拟采用强度折减法求地坑窑居的安全系数。

采用强度折减法^[15]确定结构的安全系数,其原理是在外荷载保持不变的条件下,岩土材料所发挥的最大抗剪强度与外荷载在岩土体内所产生的实际剪应力之比,该比值即为安全系数,可认为是结构的强度储备安全系数。强度折减法对土体的抗剪强度进行折减,由 Morh-Coulomb 理论,土的抗剪强度由粘聚力和内摩擦角提供,强度折减法即对粘聚力和内摩擦角进行折减,由下式表示

$$\left. \begin{aligned} c' &= \frac{c}{F} \\ \varphi' &= \arctan\left(\frac{\tan(\varphi)}{F}\right) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中: c, φ 和 c', φ' 分别为折减前、后的粘聚力和内摩擦角; F 为强度折减系数,结构处于极限状态时,岩土材料的抗剪强度发挥到最大,此时的折减系数即为安全系数 F_s ^[16]。

极限状态的判定^[17]通常有以下 3 种标准:①某个特征点的位移发生突变;②塑性区的贯通;③有限元数值计算的不收敛。最常用的为第 1 种标准,本文中采用该标准。

选取图 1 中 A 点作为特征点,当窑室跨度为 3.08 m、窑腿宽度为 1.76 m 时,特征点竖向位移与强度折减系数 F 的关系如图 4 所示。图 4 中位移以向上为正。

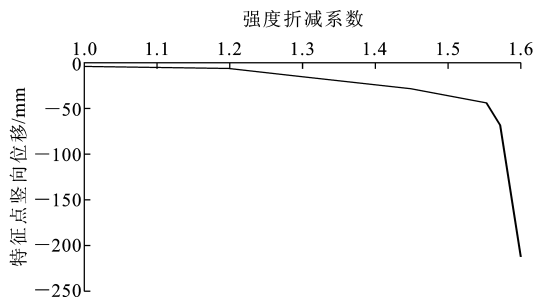


图 4 特征点竖向位移与强度折减系数的关系

Fig. 4 Relation Between Vertical Displacement of Characteristic Point and Strength Reduction Factor

由图 4 可以看出,强度折减系数 $F=1.55$ 是位移曲线的拐点,说明 $F=1.55$ 时窑居处于极限状态,安全系数为 1.55。此时功能函数式(2)的输入为(3.08, 1.76),输出为 0.45(安全系数减去 1.1)。

2.3 响应面函数

响应面方法分为参数化和非参数化 2 种类

型^[18],前者一般是多项式响应面,后者主要是各种神经网络响应面。在随机变量相关的情况下,用神经网络响应面进行可靠度分析难以实现,目前还没有相关的文献或报道。多项式响应面通常为二次多项式,更高次的和含有交叉项的多项式出于概念上和计算上的原因通常不予采用^[19],故本文中选取不含交叉项的二次多项式,由于只有窑室跨度、窑腿宽度 2 个随机变量,其形式如下式所示

$$Z = g(X_1, X_2) = a + b_1 X_1 + b_2 X_2 + c_1 X_1^2 + c_2 X_2^2 \quad (5)$$

式中: a, b_1, b_2, c_1, c_2 均为待定系数。

不含交叉项的二次多项式响应面,一般能满足实际工程的精度要求,具有较高的计算效率;其合理与否关键是其所得验算点与真实验算点的接近程度,即用其所得的验算点进行有限元建模计算,如结构处于或接近极限状态,则是合理的;本文中的计算结果显示,式(5)形式的响应面函数是合理的,使用第 1 轮有限元分析所得验算点的数据进行有限元建模计算, F_{ES} 已非常接近于 0,即地坑窑居接近于极限状态。

求解响应面函数,可转化为求式(5)中的待定系数,式(5)中的值为 0 时,即为结构的极限状态方程。需要首先确定一系列试验点,并按第 2.1、2.2 节中所述建立有限元模型,求得富裕安全系数 F_{ES} ,即求得与试验点对应的功能函数值。本文中的试验点采用只有坐标轴上的点的中心复合设计,2 个变量时的试验点如图 5 所示。

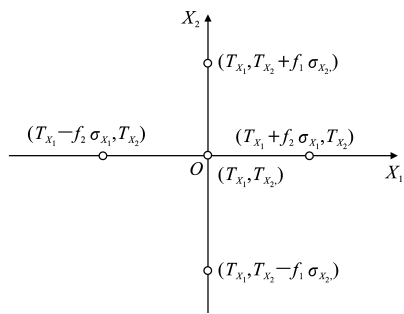


图 5 二维随机平面上的试验点

Fig. 5 Testing Points in Two-dimensional Random Plane

图 5 中, (T_{X_1}, T_{X_2}) 代表试验中心点, $\sigma_{X_1}, \sigma_{X_2}$ 分别为随机变量 X_1, X_2 的标准差, $f_1 > 0, f_2 > 0$ 为任意因子,二者可以不相同,二者本身在每轮也可以不相同。获取最终验算点和广义可靠指标,需要进行多轮有限元计算,每轮均需要对图 5 中试验点数据进行有限元建模计算。

每轮有限元计算,响应面函数的获取按如下步骤进行:①按照各试验点的数据进行有限元建模计

算,求得对应的 F_{ES} ;②解线性方程组,获取待定系数 a, b_1, b_2, c_1, c_2 ,即求得该轮有限元计算的响应面函数。

以第 1 轮有限元计算为例,试验中心点取为均值点, f_1, f_2 均取 3,进行有限元建模计算后,所得数据如表 3 所示。

表 3 第 1 轮有限元计算结果
Tab. 3 Results of the First Round
Finite Element Calculation

窑室跨度/m	窑腿宽度/m	F_S	F_{ES}
3.08	1.76	1.55	0.45
3.08	2.72	1.83	0.73
3.08	0.80	1.26	0.16
3.60	1.76	1.40	0.30
2.56	1.76	1.66	0.56

根据表 3 中的数据,可求得极限状态方程为

$$-0.021+0.205\ 6X_1+0.316X_2-0.074X_1^2-0.005\ 4X_2^2=0$$

(6)

根据式(6)可求出广义可靠指标及验算点,在验算点附近做新的有限元分析,获取新的响应面函数(极限状态方程),直至前、后 2 次所得的广义可靠指标之差不超过 0.1,不再继续计算。

3 地坑窑居的广义可靠指标及验算点

3.1 考虑随机变量的相关性

广义随机空间中验算点法的迭代计算步骤为:

①假定初始验算点 $\mathbf{x}^{*(1)}$,取均值点;②取图 5 中的试验点进行有限元建模计算,求出响应面函数,第 k 轮的试验中心点 $\mathbf{x}^{(k)}$ 按式(7)求得;③根据式(8)~(10)编制 MATLAB 程序,求得第 k 轮可靠指标 $\beta^{(k)}$ 和验算点 $\mathbf{x}^{*(k)}$;④重复步骤②,③,直至前、后 2 次可靠指标之差不超过 0.1。上标 k 表示第 k 轮有限元计算。

$$\mathbf{x}^{(k)}=\mathbf{x}^{(k-1)}+(\mathbf{x}^{*(k-1)}-\mathbf{x}^{(k-1)})\cdot\frac{g(\mathbf{x}^{(k-1)})}{g(\mathbf{x}^{(k-1)})-g(\mathbf{x}^{*(k-1)})}$$

(7)

$$\cos(\theta_{X_i})=-\sum_{j=1}^n\frac{\partial g(\mathbf{x}^*)}{\partial X_j}\rho_{X_iX_j}\sigma_{X_j}/[\sum_{i=1}^n\sum_{j=1}^n\frac{\partial g(\mathbf{x}^*)}{\partial X_i}\frac{\partial g(\mathbf{x}^*)}{\partial X_j}\rho_{X_iX_j}\sigma_{X_i}\sigma_{X_j}]^{1/2}$$

(8)

$$\beta=-[g(\mathbf{x}^*)+\sum_{i=1}^n\frac{\partial g(\mathbf{x}^*)}{\partial X_i}(\mu_{X_i}-x_i^*)]/[\sum_{i=1}^n\sum_{j=1}^n\frac{\partial g(\mathbf{x}^*)}{\partial X_i}\frac{\partial g(\mathbf{x}^*)}{\partial X_j}\rho_{X_iX_j}\sigma_{X_i}\sigma_{X_j}]^{1/2}$$

(9)

$$x_i^*=\mu_{X_i}+\beta\sigma_{X_i}\cos(\theta_{X_i})$$

(10)

式中: μ_{X_i} 为随机变量 X_i 的平均值; $\sigma_{X_i}, \sigma_{X_j}$ 分别为随机变量 X_i, X_j 的标准差; $\cos(\theta_{X_i})$ 为可靠指标关于随机变量 X_i 的灵敏度系数; x_i^* 为验算点 \mathbf{x}^* 的第 i 个分量。

对于地坑窑居,式(8),(9)中的相关系数 $\rho_{X_iX_j}$ 为 0.344 6。式(6)等于 0 时作为地坑窑居的极限状态方程,经过 MATLAB 程序迭代运算,求得广义可靠指标 $\beta^{(1)}$ 为 4.900,验算点 $\mathbf{x}^{*(1)}$ 为(3.185, 0.371)。把(3.185, 0.371)做为新的验算点输入,建立有限元模型,求得稳定安全系数为 1.12,则 Z 为 0.02,可见,经第 1 轮计算所得验算点已接近真实的验算点。利用式(10)得到新的试验中心点 $(x_1^{(2)}, x_2^{(2)})$ 为(3.190, 0.306),建立窑室跨度为 3.190 m、窑腿宽度为 0.306 m 的有限元模型,经计算得到稳定安全系数为 1.09,即 Z 为-0.01。可见,经式(7)的插值后,试验中心点更为接近验算点。

文献[20]中提出了变 f 序列响应面法,第 1 轮 f 取 2,此后 f 取 1,本文中如果第 2 轮 f 取 1,窑腿宽度为负值,没有意义。故本文中 f_1 取 1, f_2 取 0.1。可得第 2 轮计算其他 4 个试验中心点为 $(x_1^{(2)}, x_2^{(2)}+0.1\sigma_2), (x_1^{(2)}, x_2^{(2)}-0.1\sigma_2), (x_1^{(2)}+\sigma_1, x_2^{(2)}), (x_1^{(2)}-\sigma_1, x_2^{(2)})$ 。第 2 轮有限元计算结果如表 4 所示,代入 MATLAB 程序后,求得可靠指标 $\beta^{(2)}$ 为 4.940,验算点 $\mathbf{x}^{*(2)}$ 为(2.957, 0.218)。 $\beta^{(1)}$ 与 $\beta^{(2)}$ 之差为 0.04,计算收敛。

表 4 第 2 轮有限元计算结果(变量相关)
Tab. 4 Results of the Second Round Finite
Element Calculation (Correlated Variables)

窑室跨度/m	窑腿宽度/m	F_S	E_{ES}
3.190	0.306	1.09	-0.01
3.190	0.274	1.07	-0.03
3.190	0.338	1.11	0.01
3.363	0.306	1.03	-0.07
3.017	0.306	1.14	0.04

因此在变量相关的情况下,地坑窑居的可靠指标为 4.94,相应的失效概率为 3.9×10^{-7} ,验算点为(2.96, 0.22)

3.2 不考虑随机变量的相关性

不考虑随机变量的相关性,即相关系数 $\rho_{X_iX_j}$ 为 0。第 1 轮计算所用数据仍如表 3 所示,经过 MATLAB 程序迭代运算,求得可靠指标 $\beta^{(1)}$ 为 4.176,验算点 $\mathbf{x}^{*(1)}$ 为(3.416, 0.580),可见,所得可靠指标比考虑随机变量的相关性情况下要小。

把(3.416, 0.580)做为新的验算点输入,建立有

限元模型,求得稳定安全系数为 1.02,则 Z 为 0.02,利用式(7)得到新的试验中心点 $(x_1^{(2)}, x_2^{(2)})$ 为 (3.432,0.525)。取 $f_1=1$ 和 $f_2=0.1$,其他 4 个试验点为 $(x_1^{(2)}, x_2^{(2)}+0.1\sigma_2), (x_1^{(2)}, x_2^{(2)}-0.1\sigma_2), (x_1^{(2)}+\sigma_1, x_2^{(2)}), (x_1^{(2)}-\sigma_1, x_2^{(2)})$ 。第 2 轮有限元计算结果如表 5 所示,代入 MATLAB 程序后,求得可靠指标 $\beta^{(2)}$ 为 4.166,验算点 $\mathbf{x}^{*(2)}$ 为 (3.138,0.435)。前、后 2 次可靠指标差值不超过 0.1,不再继续计算。

表 5 第 2 轮有限元计算结果(变量独立)

Tab. 5 Results of the Second Round Finite Element Calculation (Independent Variables)

窑室跨度/m	窑腿宽度/m	F_S	F_{ES}
3.432	0.525	1.10	0.00
3.432	0.493	1.08	-0.02
3.432	0.557	1.12	0.02
3.605	0.525	1.04	-0.06
3.259	0.525	1.14	0.04

因此在变量独立的情况下,地坑窑居的可靠指标为 4.17,相应的失效概率为 1.5×10^{-5} ,验算点为 (3.14,0.44)。

3.3 灵敏度系数

式(8)定义为随机变量的灵敏度系数。可得到变量相关与独立情况下,窑室跨度和窑腿宽度的灵敏度系数如表(6)所示。

表 6 灵敏度系数

Tab. 6 Sensitivity Coefficients

窑室跨度灵敏度系数	变量相关	-0.144
	变量独立	0.078
窑腿宽度灵敏度系数	变量相关	-0.979
	变量独立	-0.997

对比分析可知,无论变量独立或相关,窑腿宽度的灵敏度系数绝对值均远大于窑室跨度,即窑腿宽度对地坑窑居的可靠指标有着绝对的影响,所以验算点的窑室跨度与其平均值很接近,而窑腿宽度与平均值相差较大,超过了 3 倍标准差的范围。

4 结 语

(1)基于强度折减法,可以求得河南陕县地坑窑居的广义可靠指标。结果表明,该地区地坑窑居的可靠性较高,民间营造技术合理。

(2)基于强度折减法的富裕安全系数,从整体上描述了地坑窑居的安全性,可认为地坑窑居是一个构件,避免了把地坑窑居这一复杂系统划分为串联、并联构件的问题,使求其原本不存在的功能函数这一不可能的问题变为可能。

(3)无论是否考虑随机变量的相关性,地坑窑居的广义可靠指标都较高,说明现存地坑窑居在窑室跨度、窑腿宽度尺寸上的选择是合理的。考虑随机变量的相关性,地坑窑居的可靠指标有所提高。在窑室跨度约为 3 m 的情况下,地坑窑居的可靠指标较高,并且满足日常生活空间的需要,说明约 3 m 的窑室跨度是合理的,《建筑抗震设计规范》(GB 50011—2010)第 11.2.2 条第 4 款中规定窑洞净跨不宜大于 2.5 m 是安全的。

(4)在地坑窑居的营造过程中,需要有意识地提高窑室跨度和窑腿宽度的相关性,即窑室跨度较大的情况下,应相应增加窑腿的宽度,特别当窑室跨度大于 3 m 时。窑腿宽度对地坑窑居的广义可靠指标有着绝对的影响,在任何情况下,窑腿宽度均不应小于 0.44 m。

参考文献:

References:

[1] 柳帅军. 基于响应面法的地坑窑民居结构可靠性分析[D]. 郑州: 郑州大学, 2011.

LIU Shuai-jun. Reliability Analysis of the Sunken Cave Dwelling Structure Based on Response Surface Method[D]. Zhengzhou: Zhengzhou University, 2011.

[2] 童丽萍, 柳帅军. 减法负荷生土地坑窑结构的非线性有限元分析[J]. 建筑科学与工程学报, 2011, 28(2): 14-20.

TONG Li-ping, LIU Shuai-jun. Structural Nonlinear Finite Element Analysis for Subtraction Load Underground Cave Dwelling[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2011, 28(2): 14-20.

[3] 童丽萍, 韩翠萍. 传统生土窑洞的土拱结构体系[J]. 施工技术, 2008, 37(6): 113-115, 118.

TONG Li-ping, HAN Cui-ping. Earth-arched Structural Systems of Primitive Earth-sheltered Dwelling[J]. Construction Technology, 2008, 37(6): 113-115, 118.

[4] 赵国藩, 金伟良, 贡金鑫. 结构可靠度理论[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2000.

ZHAO Guo-fan, JIN Wei-liang, GONG Jin-xin. The Theory of Structural Reliability[M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2000.

[5] 吴帅兵, 李典庆, 周创兵. 结构可靠度分析中变量相关时三种变换方法的比较[J]. 工程力学, 2011, 28(5): 41-48, 63.

WU Shuai-bing, LI Dian-qing, ZHOU Chuang-bing. Comparison Among Three Transformation Methods for Structural Reliability Analysis with Correlated

- Variables[J]. Engineering Mechanics, 2011, 28(5): 41-48, 63.
- [6] 任 侠. 黄土窑洞弹塑性有限元分析[J]. 兰州铁道学院学报, 1993, 12(4): 1-7.
- REN Xia. Elasto-plastic Finite Element Analysis of Loess Cave Dwellings[J]. Journal of Lanzhou Railway Institute, 1993, 12(4): 1-7.
- [7] 张永兴, 胡居义, 何青云, 等. 基于强度折减法小净距隧道合理净距的研究[J]. 水文地质工程地质, 2006(3): 64-67.
- ZHANG Yong-xing, HU Ju-yi, HE Qing-yun, et al. On Rational Clear Spacing of Tunnel with Small Clear Spacing Based on Strength Reduction Technique[J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2006(3): 64-67.
- [8] 肖 强, 郑颖人, 叶海林. 静力无衬砌黄土隧洞稳定性探讨[J]. 地下空间与工程学报, 2010, 6(6): 1136-1141.
- XIAO Qiang, ZHENG Ying-ren, YE Hai-lin. Stability Analysis of Static Unlined Loess Tunnel[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2010, 6(6): 1136-1141.
- [9] 程选生, 田瑞瑞, 王俊岭, 等. 大跨度无衬砌蛋形黄土隧道围岩结构的静力和地震动稳定分析[J]. 土木工程学报, 2010, 43(增 1): 582-587.
- CHENG Xuan-sheng, TIAN Rui-rui, WANG Jun-ling, et al. Static and Seismic Stability Analysis of Soil Mass Surrounding Tunnel About Large-span Unlined Egg-shaped Loess Tunnel[J]. China Civil Engineering Journal, 2010, 43(S1): 582-587.
- [10] 江 权, 冯夏庭, 向天兵. 基于强度折减原理的地下洞室群整体安全系数计算方法探讨[J]. 岩土力学, 2009, 30(8): 2483-2488.
- JIANG Quan, FENG Xia-ting, XIANG Tian-bing. Discussion on Method for Calculating General Safety Factor of Underground Caverns Based on Strength Reduction Theory [J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(8): 2483-2488.
- [11] 张 红, 郑颖人, 杨 臻, 等. 黄土隧洞支护结构设计方法探讨[J]. 岩土力学, 2009, 30(增 2): 473-478.
- ZHANG Hong, ZHENG Ying-ren, YANG Zhen, et al. Exploration of Design Methods of Support Structure in Loess Tunnel[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(S2): 473-478.
- [12] 张黎明, 郑颖人, 王在泉, 等. 有限元强度折减法在公路隧道中的应用探讨[J]. 岩土力学, 2007, 28(1): 97-101, 106.
- ZHANG Li-ming, ZHENG Ying-ren, WANG Zai-quan, et al. Application of Strength Reduction Finite Element Method to Road Tunnels[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, 28(1): 97-101, 106.
- [13] 郑颖人, 徐 浩, 王 成, 等. 隧洞破坏机理及深浅埋分界标准[J]. 浙江大学学报: 工学版, 2010, 44(10): 1851-1856, 1875.
- ZHENG Ying-ren, XU Hao, WANG Cheng, et al. Failure Mechanism of Tunnel and Dividing Line Standard Between Shallow and Deep Bury[J]. Journal of Zhejiang University: Engineering Science, 2010, 44(10): 1851-1856, 1875.
- [14] 郑颖人, 肖 强, 叶海林, 等. 地震隧洞稳定性分析探讨[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(6): 1081-1088.
- ZHENG Ying-ren, XIAO Qiang, YE Hai-lin, et al. Study of Tunnel Stability Analysis with Seismic Load [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29(6): 1081-1088.
- [15] ZIENKIEWICZ O C, HUMPHESON C, LEWIS R W. Associated and Non-associated Visco-plasticity and Plasticity in Soil Mechanics [J]. Geotechnique, 1975, 25(4): 671-689.
- [16] GRIFFITHS D V, LANE P A. Slope Stability Analysis by Finite Elements[J]. Geotechnique, 1999, 49(3): 387-403.
- [17] DAWSON E M, ROTH W H, DRESCHER A. Slope Stability Analysis by Strength Reduction [J]. Geotechnique, 1999, 49(6): 835-840.
- [18] 张 崎. 基于 Kriging 方法的结构可靠性分析及优化设计[D]. 大连: 大连理工大学, 2005.
- ZHANG Qi. Structural Reliability Analysis and Optimization Based on Kriging Technique [D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2005.
- [19] 张 明. 结构可靠度分析: 方法与程序[M]. 北京: 科学出版社, 2009.
- ZHANG Ming. Structural Reliability Analysis: Methods and Procedures[M]. Beijing: Science Press, 2009.
- [20] 武清玺, 卓家寿. 结构可靠度分析的变 f 序列响应面法及其应用[J]. 河海大学学报: 自然科学版, 2001, 29(2): 75-78.
- WU Qing-xi, ZHUO Jia-shou. A Sequential Response Surface Method with Various f and Its Application to Structural Reliability Analysis [J]. Journal of Hohai University: Natural Sciences, 2001, 29(2): 75-78.