

文章编号:1673-2049(2013)03-0086-05

## 基于有限元法的双边切槽根部裂纹 应力强度因子研究

尹冠生, 韩 欢

(长安大学 理学院, 陕西 西安 710064)

**摘要:**以裂纹区域和破坏结构的断裂参数(应力强度因子)作为判断裂纹是否进入失稳状态的主要依据,使用有限元软件 ANSYS 分别对不同尺寸的圆弧形和角形切槽根部裂纹问题进行分析,确定裂纹尖端应力强度因子的变化特征。分析结果表明:同一裂纹长度,角形切槽的应力强度因子大于圆弧形的,同时角形切槽裂纹尖端应力集中现象比圆弧形更严重;圆弧形切槽尖端的应力强度因子随着裂纹尺寸变化的速度比角形的快;裂纹长度在 0~4 mm 变化时,2 种切槽应力强度因子有明显变化;当裂纹长度大于 4 mm 时,2 种切槽应力强度因子随着裂纹长度变化的幅度逐渐减小,最终趋于平稳并重合。

**关键词:**断裂;应力强度因子;双边切槽;裂纹长度;ANSYS;有限元法;缺陷

**中图分类号:**TU311.2

**文献标志码:**A

## Study of Stress Intensity Factor on Double Notch Root Crack Based on Finite Element Method

YIN Guan-sheng, HAN Huan

(School of Science, Chang'an University, Xi'an 710064, Shaanxi, China)

**Abstract:** Based on the crack area and the fracture parameters of the structure (stress intensity factor) to determine whether the crack was in unstable state or not, the finite element software ANSYS was applied to analyze the root crack problem for the arc-shaped and the angular notch with different dimensions, and to determine the variation characteristics of the stress intensity factor in crack tip. The analysis results show that for the same crack length, the stress intensity factor of the angular notch is greater than that of the arc-shaped; the stress concentration of the angular notch is more serious than that of the arc-shaped; the change speed of the stress intensity factor in arc-shaped notch tip is faster than that of the angular shaped. The stress intensity factors of these two forms of notches change obviously when the crack lengths change from 0 mm to 4 mm. The change magnitudes of the stress intensity factors of these two forms of notches will decrease when the crack length is larger than 4 mm, then the stress intensity factors eventually tend to be stable and coincide.

**Key words:** fracture; stress intensity factor; double notch; crack length; ANSYS; finite element method; defect

收稿日期:2013-07-08

基金项目:中国博士后科学基金项目(2013M540724)

作者简介:尹冠生(1958-),男,河北石家庄人,教授,博士研究生导师,工学博士,E-mail:yings@chd.edu.cn.

## 0 引言

实际工程中,机械设备和金属构件中往往存在因制造、使用或材料本身缺陷所致的宏观裂纹。这时,要确定构件能否继续安全使用,最重要的就是判断裂纹是否会失效扩展而导致结构和设备破坏。断裂力学理论中指出:裂纹尖端的应力强度因子若小于材料的断裂韧性,则构件安全,否则构件是危险的<sup>[1]</sup>,因此,如何准确、有效地求得构件裂纹尖端的应力强度因子是工程技术人员普遍关注的问题。

早在20世纪八九十年代,Fehl等<sup>[2]</sup>运用1/4节点计算了拉伸和弯曲荷载作用下平板穿透性裂纹尖端的应力强度因子。Lin等<sup>[3]</sup>利用裂纹前缘附近1/4分点处节点的张开位移计算了表面椭圆裂纹前缘各点的应力强度因子。近年来又出现了大量有关应力强度因子的论文。文献[4]中介绍了一种求解多孔边裂纹板应力强度因子的解析方法;文献[5]中介绍了在ANSYS中单向拉伸有限裂纹试件的各项断裂参数的计算方法;文献[6]中介绍了矩形板中心裂纹的相关分析;文献[7]中研究了带裂纹的方形孔口问题;文献[8]中研究了带裂纹的圆形孔口问题。以上文献大多是对断裂参数计算方法的研究,虽然文献[7],[8]中对带有孔口的裂纹进行了研究,但也只是停留在单一孔口的研究。文献[9]中采用杂交位移不连续法<sup>[10]</sup>对此类问题做了研究,但是运用有限元法对双边不同形状孔口裂纹断裂问题的研究尚不多见。

本文中笔者对2种不同形状矩形板双边切槽根部裂纹试件进行研究,并运用ANSYS软件进行模拟分析。通过改变双边切槽平面矩形板裂纹尖端的几何尺寸,得出裂纹应力强度因子与切槽形状的关系;同时获得切槽根部裂纹尖端应力强度因子随裂纹长度变化的规律,这些规律对实际工程有一定的指导作用。

## 1 理论分析

应力强度因子是表征裂纹尖端附近应力场强的一个有效参数,可作为判断裂纹是否将进入失稳状态的指标,因此求裂纹体的应力强度因子是线弹性断裂力学中很重要的一项工作。

由于I型裂纹(张开型)是低应力断裂的主要原因,是最危险的裂缝形式,也是多年来试验和研究的主力。当实际裂纹是复合型裂纹时,往往作为I型裂纹处理,因此本文中只对I型裂纹进行研究,如图

1所示,其中, $\sigma$ 为均布拉伸荷载。

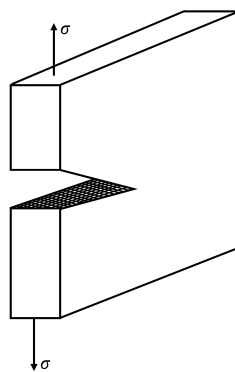


图1 I型裂纹开裂形式

Fig.1 Cracking Type of Mode I

图2为裂纹尖端局部坐标系,裂纹附近各点位移方程分别为

$$u = \frac{K_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) [K - 1 + 2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)] \quad (1)$$

$$v = \frac{K_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) [K + 1 - 2\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)] \quad (2)$$

式中: $r, \theta$ 均为裂纹尖端处的极坐标; $u, v$ 分别为 $x, y$ 方向的位移分量; $G$ 为材料的剪切弹性模量; $K_I$ 为I型裂纹的应力强度因子; $K$ 为与材料泊松比 $\mu$ 有关的系数。

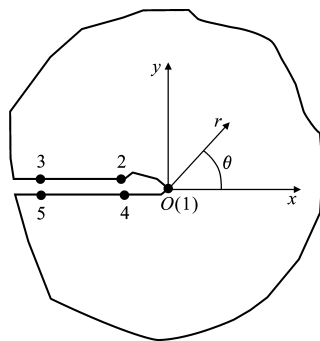


图2 裂纹尖端局部坐标系

Fig.2 Local Coordinate System of Crack Tip

$K$ 与 $\mu$ 的具体关系为

$$K = \begin{cases} \frac{3-\mu}{1+\mu} & \text{平面应力状态} \\ 3-4\mu & \text{平面应变状态} \end{cases}$$

在 $\theta=0^\circ$ 时的裂纹延长线上,由式(1)可得

$$u = \frac{K_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \quad (3)$$

借助于有限元法求出沿裂纹各节点的位移后,代入式(3)求得应力强度因子 $K_I$ 的解析解,即

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} 2Gu \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \quad (4)$$

## 2 模型建立及有限元求解

### 2.1 有限元模型的建立

断裂试件的矩形板中心裂纹问题、带裂纹的方形孔口问题、带裂纹的圆形孔口问题都是断裂力学中最常见的问题。本文中以切槽加工为例,对此类试件机械加工过程中的裂纹问题进行研究,提出 2 种双边切槽拉伸试件:双边切槽圆弧形根部裂纹拉伸试件[图 3(a)]和双边切槽角形根部裂纹拉伸试件[图 3(b)],并对其进行详细研究。图 3 中, $a, b, c$  均为长度参数。

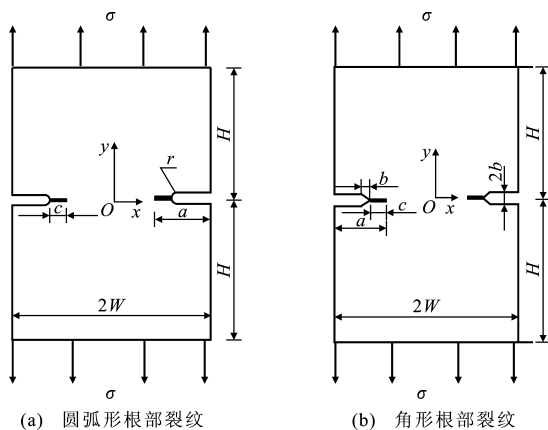


图 3 双边切槽拉伸板试件

Fig. 3 Double Edge Notch Tension Specimens

采用有限元软件 ANSYS 12.0 对双边拉伸荷载作用下的 2 种不同形状切槽试件根部裂纹尖端应力强度因子进行计算。通过改变裂纹的几何参数,计算出不同裂纹几何参数下裂纹尖端应力强度因子的值,对比后得出裂纹几何参数对应力强度因子的影响情况。模型尺寸(图 3)为:高度  $2H=400$  mm,厚度  $T=5$  mm,宽度  $2W=200$  mm。采用 8 节点四边形平面单元 Plane82,材料弹性模量  $E=220$  GPa,泊松比  $\mu=0.27$ ,上下边界施加的均布拉伸荷载  $\sigma=15$  MPa。

在断裂模型中最重要的区域是围绕裂纹边缘的部位,常见处理方法是将二维模型的裂纹尖端作为裂纹的边缘。由于裂纹尖端的应力和应变是奇异的,且随裂纹尖端到尖端附近某点距离呈二次平方根变化,直接对模型裂纹及其附近区域进行自动网格划分对计算结果的影响较大。因此应先对裂纹及其附近区域建立局部有限元模型,再对裂纹区域以外的部分进行建模,最后,将这 2 个部分模型运用界面耦合约束的方法组装成整体有限元模型。

### 2.2 网格划分

由于本算例模型的高度和宽度远大于厚度,所

以将模型简化为二维平面问题进行求解。根据对称性,取整个模型的 1/4 建模求解。

裂纹问题的有限元网格划分,特别对于裂纹尖端处及其附近的网格要进行特殊加密处理,并要使裂纹附近产生奇异单元。因此,本文中选用 8 节点四边形平面单元 Plane82,此单元可将靠近裂纹尖端的 2 条边的中点移往边长的 1/4 处产生奇异性。模型整体的 1/4 网格划分及边界约束和裂纹尖端局部网格划分如图 4 所示。

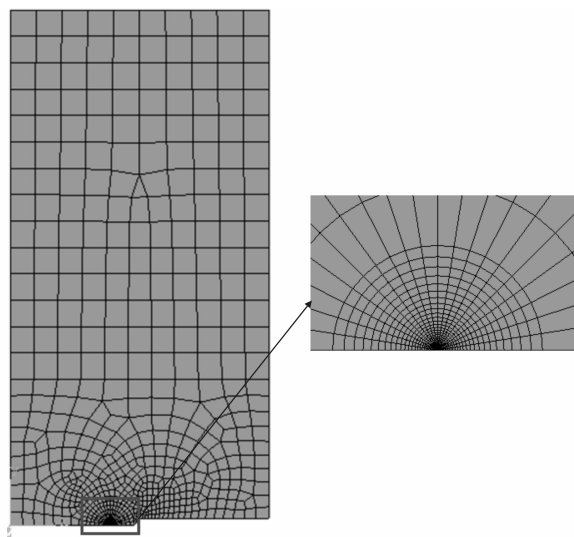


图 4 模型的网格划分

Fig. 4 Model Meshing

### 2.3 有限元计算结果

本文中对圆弧形和角形切槽根部裂纹在不同几何参数情况下的各自应力强度因子进行了求解(其中,切槽边界到裂纹尖端距离  $a=50$  mm,圆弧形切槽的圆弧半径  $r=5$  mm,角形切槽的三角形高  $b=5$  mm,切槽边界到裂纹尖端的距离与板的半宽比  $a/W=0.5$ ,板的半高与半宽比  $H/W=2.0$ ,圆弧半径与切槽边界到裂纹尖端距离比  $r/a=0.1$ ,三角形高于切槽边界到裂纹尖端距离比  $b/a=0.1$ ,裂纹长度  $c$  分别为 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 mm)。图 5 为裂纹长度  $c=1$  mm 时裂纹尖端及其附近的应力云图。计算得出圆弧形切槽根部和角形切槽根部各裂纹长度下的应力强度因子,如表 1 所示。

由图 5 可见,切槽的形状对其尖端的力学性能有很大影响,即角形切槽裂纹尖端应力集中现象比圆弧形切槽的要严重,同时运用应力云图体现其尖端的力学性能比文献[9]中的方法更直观。

### 2.4 应力强度因子归一化处理

为了能够进行计算结果的准确分析,对于双边圆弧形切槽裂纹问题与双边裂纹问题的应力强度因

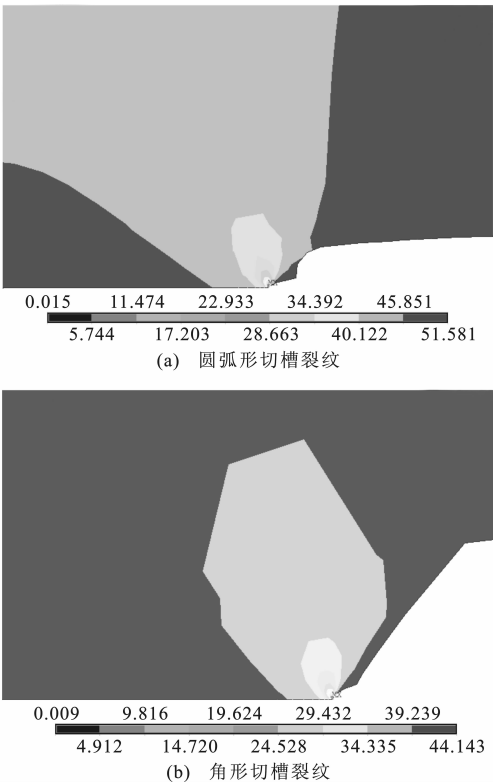


图5 裂纹长度为 1 mm 时裂纹尖端的应力云图(单位:MPa)

Fig. 5 Stress Nephograms of Crack Tip When Crack Length Is 1 mm (Unit:MPa)

表 2 双边切槽圆弧形根部裂纹的归一化应力强度因子

c/mm	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$F_i$	0.732 3	0.835 6	0.871 1	0.884 3	0.890 7	0.894 0	0.895 2	0.895 8	0.895 9	0.896 1

表 3 双边角形切槽根部裂纹的归一化应力强度因子

c/mm	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$F_j$	0.867 7	0.886 3	0.892 1	0.895 8	0.897 1	0.898 2	0.898 0	0.897 9	0.897 8	0.898 0

2.5 2 种不同形状切槽试件的应力强度因子比较

为了能直观地看出 2 种不同切槽根部的试件应力强度因子随裂纹尺寸变化的情况,现将计算得到的应力强度因子绘制于图 7。从图 7 可以看出,在裂缝增长初期,两者的归一化应力强度因子相差达到 0.135(15%)。伴随着裂缝的扩展,这种差距逐步减小,当裂缝扩展深度超过 4 mm 后,应力强度因子的差距小于 0.01,此后逐步接近。归一化后的应力强度因子数值接近,表明 2 种切口方式的双边断裂形态在后期是相似的,前期应力强度因子存在差异的原因是由于切口方式的不同。有限元计算和实际工程中所要求的所有结构边界应当设置过渡倒角的本质出发点相一致,即避免出现尖锐的过渡所引起的应力集中带来的破坏发生。

表 1 不同裂纹长度下的应力强度因子  
Tab.1 Stress Intensity Factors for Different Crack Lengths

c/mm		1	2	3	4	5
应力强度因子/ (MPa·m <sup>-3/2</sup> )	圆弧形	161.85	184.70	192.54	195.46	196.88
	角形	191.79	195.90	197.19	197.99	198.29
c/mm		6	7	8	9	10
应力强度因子/ (MPa·m <sup>-3/2</sup> )	圆弧形	197.60	197.86	197.99	198.01	198.06
	角形	198.52	198.49	198.47	198.44	198.48

子的比率可用  $F_i$  来表示

$$F_i=K(r/a,c)/(1.176\ 5\sigma\sqrt{\pi a})\tag{5}$$

应力强度因子  $K(r/a,c)$  的值见表 1 中圆弧形切槽对应的计算值。 $F_i$  称为归一化应力强度因子,计算结果如表 2 所示。

同圆弧形切槽裂纹问题类似,对于双边角形切槽裂纹问题与双边裂纹问题的应力强度因子的比率可用  $F_j$  来表示

$$F_j=K(b/a,c)/(1.176\ 5\sigma\sqrt{\pi a})\tag{6}$$

应力强度因子  $K(b/a,c)$  的值见表 1 中角形切槽对应的计算值。 $F_j$  称为归一化应力强度因子,计算结果如表 3 所示。

为了便于观察裂纹长度对应力强度因子的影响,现将以上 2 种应力强度因子  $F_i,F_j$  分别绘制于图 6(a),(b)。

3 结 语

(1)根据有限元理论和 ANSYS 软件对双边切槽根部裂纹尖端应力强度因子的研究是切实可行的。本文中在分析计算时提出的模型裂纹尖端部分网格划分的处理思想都是基于力学理论和有限元理论的拓展应用。

(2)裂纹长度相同时,角形切槽裂纹尖端应力集中现象比圆弧形更严重。

(3)裂纹尺寸扩展初期,角形切槽裂纹尖端的应力强度因子在裂缝扩展初期远大于圆弧形切槽裂纹尖端的应力强度因子,两者相差达到 15%。同时,由图 7 曲线的变化快慢可以看出,圆弧形切槽裂纹尖端的应力强度因子随裂纹尺寸变化的速度比角

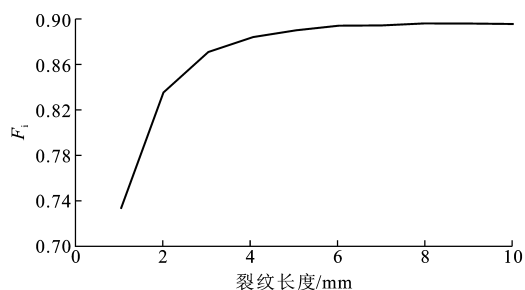
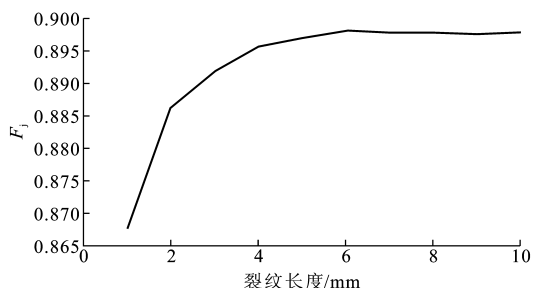
(a) 圆弧形根部裂纹,  $r/a=0.1$ (b) 角形根部裂纹,  $b/a=0.1$ 

图6 裂纹长度对归一化应力强度因子的影响

Fig. 6 Influences of Crack Length on Normalized Stress Intensity Factor

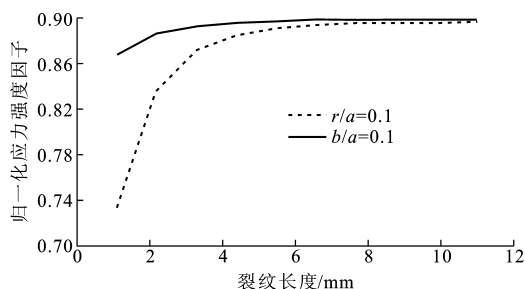


图7 2种双边切槽根部裂纹问题的归一化应力强度因子

Fig. 7 Normalized Stress Intensity Factors of Two Forms of Double Edge Notch Root Cracks

形快。

(4) 裂纹长度在 0~4 mm 变化时, 应力强度因子的增长明显; 当裂纹长度大于 4 mm 时, 应力强度因子随裂纹尺寸变化的幅度逐渐减小, 最终二者趋于平稳并重合, 即扩展后期, 2 种切口形式的试件所表现的断裂形态是一致的。

## 参考文献:

## References:

- [1] 褚武扬. 断裂力学基础[M]. 北京: 科学出版社, 1979. CHU Wu-yang. Fracture Mechanics[M]. Beijing: Science Press, 1979.
- [2] FEHL B D, TRUMAN K Z. An Evaluation of Fracture Mechanics Quarter-point Displacement Tech-

niques Used for Computing Stress Intensity Factors[J]. Engineering Structures, 1999, 21(5): 406-415.

- [3] LIN X B, SMITH R A. Finite Element Modelling of Fatigue Crack Growth of Surface Cracked Plates. Part I: The Numerical Technique[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1999, 63(5): 503-522.

- [4] 赵晋芳, 谢里阳, 刘建中, 等. 一种求解多孔边裂纹板应力强度因子的解析方法[J]. 中国机械工程, 2010, 21(22): 2730-2733.

ZHAO Jin-fang, XIE Li-yang, LIU Jian-zhong, et al. Analytical Method for Stress Intensity Factor in Porous Edge Crack Plate[J]. China Mechanical Engineering, 2010, 21(22): 2730-2733.

- [5] 薛河, 刘金依, 徐尚龙, 等. ANSYS 中断裂参数的计算及分析[J]. 重型机械, 2002(2): 47-49.

XUE He, LIU Jin-yi, XU Shang-long, et al. Calculation and Analysis of Fracture Parameters by ANSYS[J]. Heavy Machinery, 2002(2): 47-49.

- [6] 孙宏才, 高磊, 徐关尧, 等. 矩形板中心裂纹有限元数值分析[J]. 解放军理工大学学报: 自然科学版, 2006, 7(3): 271-274.

SUN Hong-cai, GAO Lei, XU Guan-yao, et al. Finite Element Numerical Analysis in Center-cracked Rectangular Panel[J]. Journal of PLA University of Science and Technology: Natural Science Edition, 2006, 7(3): 271-274.

- [7] HACEBE N, NAKAMURA T, YOSHIKAWA K, et al. Planes Elastic Solution for the Second Mixed Boundary Value Problem and Its Application[J]. Archive of Applied Mechanics, 1994, 64(5): 295-306.

- [8] 郭俊宏, 刘官厅. 具有不对称共线裂纹的圆形孔口问题的应力分析[J]. 内蒙古师范大学学报: 自然科学汉文版, 2007, 36(4): 418-422.

GUO Jun-hong, LIU Guan-ting. Stress Analysis of the Problem About a Circular Hole with Asymmetric Collinear Cracks[J]. Journal of Inner Mongolia Normal University: Natural Science Edition, 2007, 36(4): 418-422.

- [9] 刘宝良. 线弹性体缺陷-裂纹问题研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2010.

LIU Bao-liang. Study for a Cavity Crack Problem in Linear Elastic Body[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2010.

- [10] YAN X Q. An Efficient and Accurate Numerical Method of Stress Intensity Factors Calculation of a Branched Crack[J]. Journal of Applied Mechanics, 2005, 72(3): 330-340.