

文章编号:1673-2049(2013)04-0059-06

# 开口断面斜拉桥主梁动力特性的有限元简化计算

李加武, 黄森华, 王 新

(长安大学 旧桥检测与加固技术交通行业重点实验室, 陕西 西安 710064)

**摘要:**以1座双索面开口断面大跨径斜拉桥为例,探讨了采用3种主梁简化模型计算开口断面动力特性的差别。结果表明:对于纵飘、侧弯及竖弯各阶固有动力特性,采用单主梁模型、主梁壳单元模型、三主梁模型计算的结果基本一致,将3种模型的动力特性计算用于抗震分析时,结果相差不大;而采用单主梁模型会低估抗扭刚度,对桥梁结构扭转频率产生较大的误差;三主梁模型和主梁壳单元模型结果相近,桥梁抗风分析时不宜采用单主梁模型。

**关键词:**桥梁工程;动力特性;三主梁模型;开口断面;主梁;有限元

**中图分类号:**U448.27

**文献标志码:**A

## Finite Element Simplified Computation for Dynamic Characteristics of Cable-stayed Bridge Girder with Opening Section

LI Jia-wu, HUANG Sen-hua, WANG Xin

(Key Laboratory of Bridge Detection Reinforcement Technology of Ministry of Communications,  
Chang'an University, Xi'an 710064, Shaanxi, China)

**Abstract:** Taking a large span cable-stayed bridge with opening section as example, comparing and analyzing three simplified models in computing differences of the dynamic characteristics in opening section, an appropriate computation model for them was recommended. The results show that for each order of the longitudinal drift, lateral bending and vertical bending inherent dynamic characteristics, the results of single-girder model, girder shell element model and triple-girder model are basically consistent. The calculation results of the dynamic characteristics of the three models for seismic analysis are little difference, but single-girder model will underestimate the torsional stiffness and will cause large errors of bridge torsional frequency. The results of triple-girder model and girder shell element model are similar, and single-girder model should not be used when analyzing wind-resistant design of bridges.

**Key words:** bridge engineering; dynamic characteristic; triple-girder model; opening section; girder; finite element

## 0 引言

中国西南地区山高谷深,大型的起吊及运输设备不便使用,桥梁设计多选用边主梁的开口断面。这种断面形式通过“化整为零、集零为整”的方法,克

服无法使用大型起吊及运输设备的不足。

开口断面或分离边箱半开口断面双索面斜拉桥主梁的自由扭转刚度小,约束扭转刚度不应忽略。目前通用的单主梁动力分析模型未考虑约束扭转刚度的影响,而双主梁的模型又常常夸大约束扭转刚

收稿日期:2013-09-07

基金项目:国家自然科学基金项目(51078038)

作者简介:李加武(1972-),男,安徽舒城人,教授,工学博士,博士后,E-mail:ljw@gl.chd.edu.cn。

度的贡献,并且由于框架式模型的剪切变形大,使等效侧向刚度难以处理<sup>[1]</sup>。张扬永等<sup>[2]</sup>研究了双塔斜拉桥自振频率的近似计算,给出了双塔斜拉桥的1阶竖弯频率和1阶扭转频率的近似计算公式。殷峰等<sup>[3]</sup>和胡大琳等<sup>[4]</sup>根据现有斜拉桥振动特性资料进行回归分析及曲线拟合,给出了斜拉桥频率的近似计算公式。陈常松等<sup>[5]</sup>通过湖南岳阳洞庭湖大桥模型动力特性分析,研究了索塔、拉索的附加质量对模型桥动力特性计算的影响。杨素哲等<sup>[6]</sup>通过开口断面双索面斜拉桥动力特性研究,得出三主梁模型用来模拟开口断面斜拉桥是适用的。

本文中笔者以1座特大跨径斜拉桥为例,对开口叠合主梁断面进行了单主梁模拟、主梁壳单元模拟和三主梁模拟,通过3种有限元建模方式的动力特性计算结果的比较,分析不同主梁简化模型对计算结果的影响,寻找合理的主梁简化计算模型。

## 1 基本计算理论

当结构无外力作用时,在非零的初始条件下可得到动力方程为

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = 0 \quad (1)$$

式中: $M, C, K$ 分别为结构的质点体系的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; $\ddot{u}, \dot{u}, u$ 分别为质点对地面的加速度矢量、速度矢量和位移矢量。

当阻尼为0时,可解得方程式(1)的非零解<sup>[7]</sup>。此时,自由振动解反映的是结构本身固有特性,即自由振动频率和振型。假设结构作简谐振动,则有

$$\left. \begin{aligned} u(t) &= \phi \sin(\omega t + \theta) \\ \ddot{u}(t) &= -\omega^2 \phi \sin(\omega t + \theta) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: $\omega$ 为振动频率; $\phi$ 为与时间 $t$ 无关的向量; $\theta$ 为初始相位角。

将式(2)代入式(1)可得到如下方程式

$$(K - \omega^2 M)\phi = 0 \quad (3)$$

式(3)称为结构体系的频率方程,即结构动力问题的广义特征值问题。

求解特征值问题的方法很多,常用的有子空间迭代法、Lanczos法和Rayleigh-Ritz法等,本文中采用Lanczos法求解特征值问题。

## 2 有限元模型

斜拉桥的动力特性分析中,桥面系的模拟方法以单梁、双梁和三梁的鱼骨式为主<sup>[8-11]</sup>,以下将分别说明3种主梁模拟形式的有限元模型。图1为三主梁式模型,其中, $b$ 为每侧主梁上拉索锚固点距桥轴

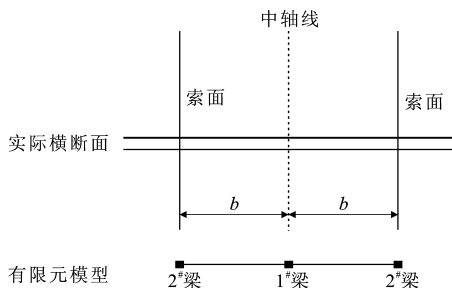


图1 三主梁模型

Fig.1 Triple-girder Model

线的距离。

### 2.1 桥面系模拟

模型1:单主梁模型(单脊梁模型)。将桥面系的刚度(竖向、横向挠曲刚度及扭转刚度)和质量(平动质量和转动质量)都集中在中间节点上,节点和斜拉索之间采用刚臂连接或主从关系连接,如图2(a)所示。这种模型的优点就是主梁的竖弯刚度和质量的计算方法是正确的,但是横梁的刚度和主梁的翘曲刚度未能充分考虑<sup>[12]</sup>。

模型2:主梁壳单元模型。将混凝土桥面板采用壳单元进行模拟,钢主梁及钢横梁采用梁单元模拟,其间采用主从关系连接,这种模型严格按照实际的质量和刚度分布来模拟,正确反映了断面的受力情况,能够较好地考虑约束扭转刚度的影响<sup>[13]</sup>,如图2(b)所示。

模型3:三主梁模型。采用三主梁模型,即由桥轴线上的中梁和位于索面处的2片边梁组成,3片主梁之间通过刚性横梁或节点间的主从关系连接,如图2(c)所示。对主梁为开口的分离式边梁的斜拉桥采用三主梁模型进行动力特性计算时,其刚度和质量按以下原则等效<sup>[14]</sup>。

3根梁的断面几何特性:

$$1^{\#} \text{ 梁: } A_1, J_{y1}, J_{z1}, J_{d1}$$

$$2^{\#} \text{ 梁: } A_2, J_{y2}, J_{z2}, J_{d2}$$

其中, $A_i$ 为梁的面积, $J_{yi}, J_{zi}$ 分别为绕 $y$ 轴和绕 $z$ 轴的惯性矩, $J_{di}$ 为自由扭转惯性矩, $i=1,2$ 。

(1)等效侧向刚度

为了避免剪切变形带来的影响,使侧向刚度的等效关系既明确又合理,建议将主梁的面积和侧向弯曲横距全部集中在1#梁,即有

$$A_2 = 0, J_{y2} = 0, A_1 = A, J_{y1} = J_y \quad (4)$$

(2)等效竖向刚度

竖向刚度应满足如下等效关系

$$J_{z1} + 2J_{z2} = 0 \quad (5)$$

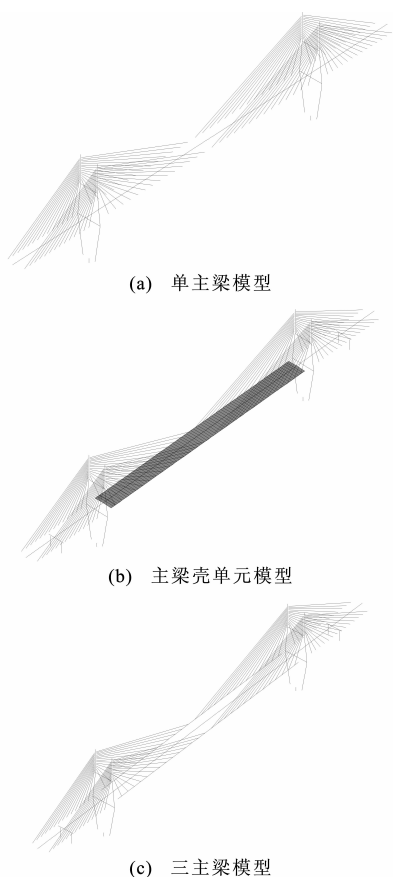


图2 3种主梁有限元模型

Fig. 2 Three Kinds of Girder Finite Element Models

## (3) 等效约束扭转刚度

设主梁断面做刚性扭转(断面周边线不变),此时,约束扭转刚度将由2个边主梁的竖向刚度提供,则等效关系为

$$2J_{z2}b^2 = J_w \quad (6)$$

式中: $J_z$ 为绕 $z$ 轴的惯性矩; $J_w$ 为约束扭转刚度惯性矩。

将式(6)代入式(5),可得

$$J_{z1} = J_z - \frac{J_w}{b^2} \quad (7)$$

## (4) 等效自由扭转刚度

在刚性扭转前提下,等效自由扭转刚度应满足如下等效关系

$$J_{d1} + 2J_{d2}b^2 = J_d \quad (8)$$

## (5) 等效质量系统

在三主梁模型中,质量等效可按以下2种方法进行处理:①两边梁不提供质量,全部质量和质量惯性矩均集中在1#梁,相当于单梁的鱼骨式模型。此时,质量系统可采用集中堆聚于节点的方式,也可以转化为梁单元的等效密度来输入;②质量分配到3根主梁,质量惯性矩由边主梁的质量提供,其等效关

系为

$$\left. \begin{aligned} M_1 + 2M_2 &= M' \\ 2M_2 b^2 &= I_M \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中: $M'$ ,  $I_M$ 分别为原主梁的集中质量和集中扭转质量惯性矩; $M_1$ 为1#梁的集中质量; $M_2$ 为2#梁的集中质量。

## 2.2 拉索的模拟

斜拉索通常采用桁架单元模拟<sup>[15-18]</sup>。在斜拉桥的静力计算中用等效弹性模量考虑拉索的垂度引起的非线性影响;但是在动力特性计算中,采用 Enrst 修正弹性模量计算公式考虑拉索的垂度效应。

## 2.3 主塔的模拟

主塔采用三维梁单元模拟,塔单元的划分不宜过粗,因为单元的粗细决定了堆聚质量的分布、振型的形状和地震力的分布。

## 3 工程算例分析

## 3.1 工程概况

某斜拉桥为五跨双塔双索面混合式叠合梁斜拉桥,跨度的分布为54 m+71 m+360 m+71 m+54 m,大桥立面布置如图3所示。

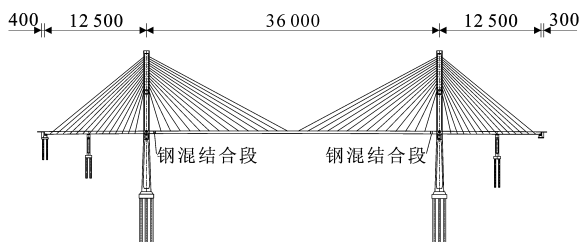


图3 大桥立面布置(单位:cm)

Fig. 3 Bridge Elevation Arrangement (Unit:cm)

该斜拉桥边跨主梁采用混凝土边主梁形式,断面宽28 m,主梁横向索中心距26 m,断面高2.88 m,中心高3.16 m。中跨主梁采用双边“上字形”钢边主梁结合桥面板的整体断面,路线的中心线处梁高3.16 m,边主梁中心线处梁高2.9 m,主梁断面如图4所示。

## 3.2 有限元模型

动力特性计算采用 MIDAS/Civil 进行建模分析,主梁分别采用单主梁模型、主梁壳单元模型、三主梁模型进行模拟,3种模型如图2所示。

## 3.3 动力特性计算

影响大跨径斜拉桥的抗风稳定性的诸因素中,1阶竖弯和1阶扭转振型是重要的振型。本文中给出了3种模型动力特性计算结果,比较了1阶纵飘

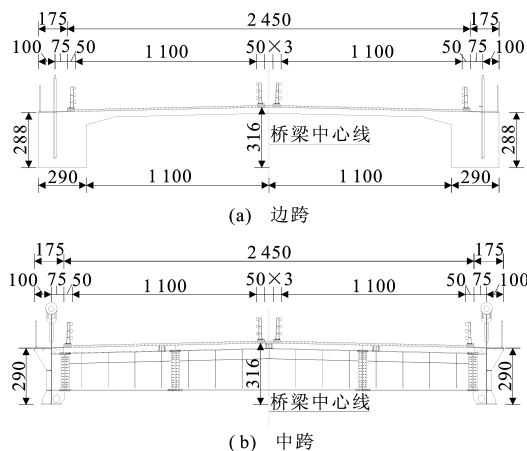


图 4 主梁断面(单位:cm)

Fig. 4 Girder Sections (Unit:cm)

频率,1 阶正对称侧弯频率,1 阶正、反对称竖弯频率以及 1 阶正、反对称扭转频率,结果见表 1。图 5 为 3 种主梁有限元模型成桥状态结构频率比较。

表 1 3 种模型动力特性计算对比

Tab. 1 Comparisons of Three Models of Calculating Dynamic Characteristics

振型描述	频率/Hz			相对误差/%	
	单主梁模型	主梁壳单元模型	三主梁模型	三主梁模型比单主梁模型	三主梁模型比主梁壳单元模型
1 阶纵飘	0.388 0	0.388 4	0.388 5	0.14	0.03
1 阶正对称侧弯	0.418 7	0.407 6	0.403 5	-3.77	-1.01
1 阶正对称竖弯	0.390 2	0.395 3	0.397 6	1.85	0.58
1 阶反对称竖弯	0.545 9	0.568 3	0.576 3	5.28	1.39
1 阶正对称扭转	0.625 5	0.703 8	0.718 9	12.99	2.10
1 阶反对称扭转	0.808 0	0.949 8	0.969 9	16.69	2.07

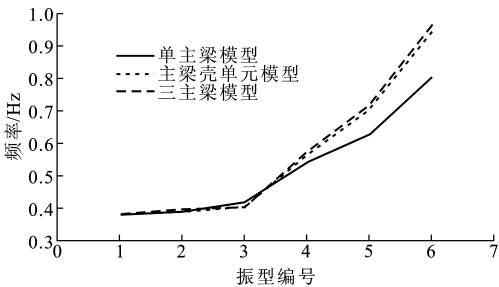


图 5 3 种主梁有限元模型成桥状态结构频率比较

Fig. 5 Comparisons of Structural Frequency Between Three Girder Finite Element Models

由表 1 和图 5 可以看出:3 种模型计算得到的

纵飘、侧弯及竖弯振型基本一致,这类振型对模型的选择不敏感。但与单主梁模型相比,三主梁模型得到的 1 阶正对称扭转频率提高了 12.99%,1 阶反对称扭转频率提高了 16.69%,因此对于扭转振型,用单主梁模拟开口断面进行动力特性计算结果是不能接受的。主梁壳单元模型与三主梁模型动力特性计算结果较为一致,相差均未超过 5%,但是主梁壳单元模型计算工作量大。

为研究主梁模型的选择是否改变前 10 阶振型的排序,表 2 中给出了 3 种模型得到的前 10 阶模态和频率。由表 2 可以看出,1 阶基频、主梁壳单元模型和三主梁模型出现了纵飘+主梁反对称竖弯,而单主梁模型为纵飘,主梁壳单元模型与三主梁模型前 10 阶振型较为一致。3 种模型得到的前 5 阶振型次序一致,但是 6~10 阶振型有些差异。单主梁模型 1 阶正对称扭转振型和 1 阶反对称扭转振型较主梁壳单元模型和三主梁模型出现的早。三主梁模型动力特性计算结果如图 6 所示。

表 2 3 种模型动力特性计算结果

Tab. 2 Dynamic Characteristic Calculation Results of Three Models

阶次	单主梁模型		主梁壳单元模型		三主梁模型	
	频率/Hz	振型描述	频率/Hz	振型描述	频率/Hz	振型描述
1	0.388 0	纵飘	0.388 4	纵飘+反对称竖弯	0.388 5	纵飘+反对称竖弯
2	0.390 2	1 阶正对称竖弯	0.395 3	1 阶正对称竖弯	0.397 6	1 阶正对称竖弯
3	0.418 7	1 阶正对称侧弯	0.407 6	1 阶正对称侧弯	0.403 5	1 阶正对称侧弯
4	0.510 2	主塔反对称侧弯	0.458 4	主塔反对称侧弯	0.482 0	主塔反对称侧弯
5	0.545 9	1 阶反对称竖弯	0.568 3	1 阶反对称竖弯	0.576 3	1 阶反对称竖弯
6	0.625 5	1 阶正对称扭转	0.670 1	2 阶正对称侧弯	0.671 0	2 阶正对称侧弯
7	0.672 3	2 阶正对称侧弯	0.703 8	1 阶正对称扭转	0.718 9	1 阶正对称扭转
8	0.762 4	2 阶正对称竖弯	0.772 1	2 阶正对称竖弯	0.784 6	2 阶正对称竖弯
9	0.808 0	1 阶反对称扭转	0.862 3	2 阶反对称竖弯	0.873 3	2 阶反对称竖弯
10	0.883 9	3 阶反对称竖弯	0.949 8	1 阶反对称扭转	0.969 9	1 阶反对称扭转

4 结 语

(1)对于纵飘、侧弯及竖弯各阶固有动力特性,

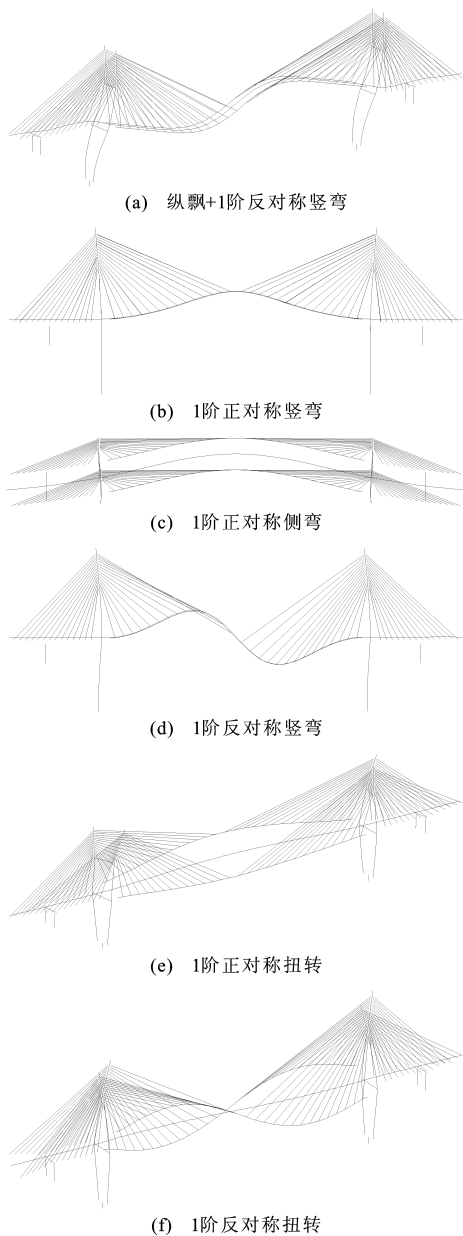


图6 三主梁模型动力特性计算结果

Fig. 6 Dynamic Characteristic Calculation

## Results of Triple-girder Models

采用单主梁模型、主梁壳单元模型、三主梁模型计算的结果基本一致。上述3种模型的动力特性计算用于抗震分析时,结果相差不大。

(2)与单主梁模型相比,三主梁模型及主梁壳单元模型得到的扭转振型更接近真实值,因此,在开口断面主梁桥梁的抗风分析时,应该慎用单主梁模型,建议采用三主梁模型或主梁壳单元模型计算动力特性。

(3)单主梁模型得到的前10阶振型的频率及振型顺序都与三主梁模型及主梁壳单元模型差别较大,因此当需要考虑高阶振型的影响时,单主梁模型

得到的结果是不正确的。

## 参考文献:

## References:

- [1] 项海帆,朱乐东.考虑约束扭转刚度影响的斜拉桥动力分析模型[C]//中国土木工程学会桥梁及结构工程分会.92'全国桥梁结构学术会议论文集.北京:人民交通出版社,1992:1039-1045.  
XIANG Hai-fan, ZHU Le-dong. Considering Restrained Torsion Stiffness Affecting Dynamic Analysis of Cable-stayed Bridge Model[C]//Bridge and Structural Engineering Branch of China Civil Engineering Society. Proceedings of 1992 National Bridge Structure Conference. Beijing: China Communications Press, 1992: 1039-1045.
- [2] 张扬永,肖汝诚.双塔斜拉桥自振频率的近似计算[J].公路工程 2009, 34(1): 72-76.  
ZHANG Yang-yong, XIAO Ru-cheng. Approximate Calculation of Natural Frequency of Cable-stayed Bridge with Double Pylons[J]. Highway Engineering 2009, 34(1): 72-76.
- [3] 殷峰,葛耀君.斜拉桥弯扭基频的统计分析和曲线拟合[C]//李杰.第八届全国随机振动理论及应用学术会议论文集.北京:人民交通出版社,2003:196-199.  
YIN Feng, GE Yao-jun. Statistical Analysis and Curvilinear Regression for the Basic Bending and Torsional Frequency of Cable-supported Bridge[C]//LI Jie. Vibration Theory and Application of the Eighth National Conference Proceedings. Beijing: China Communications Press, 2003: 196-199.
- [4] 胡大琳,牟宗军,王克鸿.斜拉桥扭转和竖向弯曲基频近似计算公式研究[C]//中国公路学会桥梁和结构工程分会.中国公路学会桥梁和结构工程分会2001年桥梁学术讨论会论文集.北京:人民交通出版社,2001:340-345.  
HU Da-lin, MOU Zong-jun, WANG Ke-hong. Torsional and Vertical Bending Stayed Approximate Formula of the Fundamental Frequency[C]//Bridge and Structural Engineering Branch of China Highway and Transportation Society. Proceedings of 2001 Bridge Academic Symposium of Bridge and Structural Engineering Branch of China Highway and Transportation Society. Beijing: China Communications Press, 2001: 340-345.
- [5] 陈常松,颜东煌,陈政清.岳阳洞庭湖大桥模型动力特性分析[J].中外公路,2002, 22(6): 66-69.  
CHEN Chang-song, YAN Dong-huang, CHEN Zheng-

- qing. Dynamic Characteristics Analysis Model of Yueyang Dongting Lake Bridge[J]. Journal of China & Foreign Highway, 2002, 22(6): 66-69.
- [6] 杨素哲, 陈艾荣, 周志勇, 等. 开口截面双索面斜拉桥动力特性研究[J]. 结构工程师 2005, 21(4): 44-47, 65.
- YANG Su-zhe, CHEN Ai-rong, ZHOU Zhi-yong, et al. Analysis of Dynamic Characteristics of Cable-stayed Bridges with Open Sections and Double Cable Planes[J]. Structural Engineers, 2005, 21(4): 44-47, 65.
- [7] 李国豪. 桥梁结构稳定与振动[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2003.
- LI Guo-hao. Bridge Structural Stability and Vibration [M]. Beijing: China Railway Press, 2003.
- [8] ZHU L D, XIANG H F, XU Y L. Triple Girder Model for Modal Analysis of Cable-stayed Bridges with Warping Effect[J]. Engineering Structures, 2000, 22(10): 1313-1323.
- [9] 叶华文, 徐 勋, 强士中, 等. 开口肋正交异性钢桥面板双轴疲劳试验及开孔形式研究[J]. 中国公路学报, 2013, 26(1): 87-92.
- YE Hua-wen, XU Xun, QIANG Shi-zhong, et al. Fatigue Test and Cut-out Shape Analysis of Orthotropic Steel Bridge Decks with Plate-shaped Longitudinal Ribs Under Biaxial Stress State[J]. China Journal of Highway and Transport, 2013, 26(1): 87-92.
- [10] 张 茜, 周绪红, 狄 谨, 等. 大跨度钢箱梁斜拉桥施工过程风致抖振时域分析及抗风措施[J]. 长安大学学报: 自然科学版, 2013, 33(1): 45-50, 66.
- ZHANG Qian, ZHOU Xu-hong, DI Jin, et al. Time-domain Analysis of Wind-induced Buffet and Wind-resistant Measures for Cable-stayed Bridge with Steel Box Girder at Construction Stage [J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2013, 33(1): 45-50, 66.
- [11] 吕彭民, 李 燕. 大跨径斜拉桥钢锚箱有限元分析的子模型技术法[J]. 筑路机械与施工机械化, 2012, 29(12): 89-92.
- LU Peng-min, LI Yan. Sub-modeling Method in FE Analysis of Steel Anchor Box of Long Span Cable-stayed Bridge [J]. Road Machinery & Construction Mechanization, 2012, 29(12): 89-92.
- [12] 范立础. 桥梁抗震[M]. 上海: 同济大学出版社, 1997.
- FAN Li-chu. Seismic Design of Bridges [M]. Shanghai: Tongji University Press, 1997.
- [13] YIU P K A, BROTTON D M. Mathematical Modeling of Cable-stayed Bridges for Computer Analysis [C]//AIT. Proceedings of International Conference on Cable-stayed Bridges (CABRIDGE'87). Bangkok: AIT, 1987: 261-275.
- [14] JTG/T D60-01—2004, 公路桥梁抗风设计规范[S].
- JTG/T D60-01—2004, Wind-resistant Design Specification for Highway Bridges[S].
- [15] 陈素君, 唐盛华, 张国刚, 等. 混凝土斜拉桥长期性能试验[J]. 中国公路学报, 2011, 24(4): 39-49.
- CHEN Su-jun, TANG Sheng-hua, ZHANG Guo-gang, et al. Experiment on Long-term Performance of Concrete Cable-stayed Bridge [J]. China Journal of Highway and Transport, 2011, 24(4): 39-49.
- [16] 冯军武. 单塔无背索斜拉桥索塔施工技术[J]. 筑路机械与施工机械化, 2010, 27(3): 71-74.
- FENG Jun-wu. Construction Technology of Cable Tower of Single Tower Cable-stayed Bridge with No Backstays[J]. Road Machinery & Construction Mechanization, 2010, 27(3): 71-74.
- [17] 刘 崧, 董 越. 用弯曲能量法确定斜拉桥成桥状态的参数研究[J]. 筑路机械与施工机械化, 2008, 25(11): 62-63.
- LIU Zhan, DONG Yue. Research on Parameters of Completion State for Cable-stayed Bridge Determined with Bending Energy Method[J]. Road Machinery & Construction Mechanization, 2008, 25(11): 62-63.
- [18] 王 达, 黄平明, 张光国, 等. PC 斜拉式桁架梁桥动力特性[J]. 长安大学学报: 自然科学版, 2006, 26(6): 38-43.
- WANG Da, HUANG Ping-ming, ZHANG Guang-guo, et al. Dynamic Characteristics of PC Cable Stayed Truss Bridge [J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2006, 26(6): 38-43.

