

文章编号:1673-2049(2014)02-0119-07

损伤拉索的垂度效应分析

王立彬¹, 王 达², 郭潇艺¹

(1. 南京林业大学 土木工程学院, 江苏 南京 210037; 2. 宁波市交通发展前期办公室, 浙江 宁波 315199)

摘要:首先引入损伤程度、损伤位置及损伤范围3个参数,用以描述拉索损伤状态的特征,然后建立损伤拉索垂度效应分析的方程。在此基础上,采用数值计算方法分析了不同几何形态、不同损伤状态的拉索垂度效应受纵横比和弦向长度等相关参数的影响规律,对比了垂度的精确计算值和垂度公式计算值间的误差。结果表明:垂度随纵横比变化的敏感区间为 $[0.997, 1.003]$,在此区间内损伤拉索跨中垂度逐渐增大,但是损伤前后垂度增长幅度逐渐减小;纵横比在 $[0.995, 0.999]$ 区间内,纵横比越大,误差越大;同一纵横比下,弦向长度越大,则采用现有垂度公式计算损伤拉索垂度所产生的相对误差就越大,但是最大相对误差小于1.7%;弦向长度为300 m、纵横比为0.997的拉索在损伤范围内垂度增量小于0.35 m,相对误差小于1.2%,说明现有垂度公式具有较高计算精度。

关键词:拉索;损伤参数;垂度效应;垂跨比;弦向长度

中图分类号:TU279.7

文献标志码:A

Sag Effect Analysis on Cable with Damage

WANG Li-bin¹, WANG Da², GUO Xiao-yi¹

(1. School of Civil Engineering, Nanjing Forestry University, Nanjing 210037, Jiangsu, China;

2. Ningbo Transportation Development Prophase Office, Ningbo 315199, Zhejiang, China)

Abstract: The three parameters, such as damage degree, damage location and damage range, were introduced to describe the damage characteristics of cable, then the sag effect analysis equations of cable with damage were built. Based on this, the influences of the aspect ratio and chord length of cables on the sag effect in different geometric figures and damage states were analyzed by using numerical computational method. The relative error between precise computational values and formula values of sag was compared. The results show that the variation of sag with aspect ratio in the sensitive scope is from 0.997 to 1.003, and the sensitive scope of aspect ratio is from 0.995 to 0.999, and in this scope the error by the classical sag formula increases with the chord length and sag-to-span ratio, but the maximum relative error is less than 1.7%. For a cable with chord length 300 m long and aspect ratio 0.997, the absolute sag augment is less than 0.35 m and the relative error is less than 1.2%. The sag formula is precise enough to predict the sag of cable with damage.

Key words: cable; damage parameter; sag effect; sag-to-span ratio; chord length

0 引言

对于小垂度索,悬垂比在0.01~0.1之间,索的

应力和跨中位移有着明确的对应关系,这种明确的对应关系有助于认识索的特性^[1-3]。而拉索损伤后,索力和线形的关系必然发生改变。基于动力测试技

收稿日期:2014-02-28

基金项目:住房和城乡建设部科学技术计划项目(2010K28);江苏高校优势学科建设工程资助项目(PAPD)

作者简介:王立彬(1970-),男,河北石家庄人,副教授,工学博士,E-mail:jhwlb@163.com。

术的索力测试的计算公式也是基于完好拉索推导得到的,利用这样的公式去识别带有损伤的拉索的索力必然带来一定的误差,而索力识别等反问题的研究必然要求首先对拉索损伤后的力学性能特别是静力力学性能有足够的认识。

Ernst 等对拉索垂度效应的解析理论做了系统总结^[1-3],综合阐述了拉索的内力和线形问题。但是上述理论均基于拉索材料完好无损这一前提,未考虑实际存在的损伤对拉索力学性能的影响。

索体损伤的出现会引起拉索局部轴向抗拉刚度降低,变形增大,并且拉索应力水平与损伤状态密切相关,因此,精确描述损伤拉索的线形将变得更加困难。现有文献中,以面积的减小率或以弹性模量降低来模拟损伤的影响^[4-5]。由于损伤主要发生在拉索护套开裂处^[6],因此对拉索几何或材料参数在整个纵向长度上进行折减的做法不够精确、合理,只适合桥梁结构整体分析。Lepidi 等^[7-8]通过定义损伤程度、损伤范围和损伤位置 3 个参数对拉索损伤进行描述,将损伤对拉索力学性能的影响细化、量化。虽然索的损伤研究日益引起学者的关注,但是目前各国关于损伤拉索的力与形的关系研究依然不多,尚未见到关于损伤参数对传统跨中位移与拉索应力关系公式计算结果精度影响的研究文献。

本文中笔者在总结现有相关文献成果的基础上^[7],建立了用于分析损伤拉索垂度效应的静力解析公式。参考工程拉索技术参数,采用数值计算方法,分析了纵横比、弦向长度以及损伤参数等对拉索垂度的影响规律,并验证了在小垂度范围内,使用现有垂度公式计算损伤拉索垂度效应的精度。

1 基本假定及拉索损伤状态的描述

1.1 基本假定

假定拉索材料连续、均匀、各向同性;假定只考虑拉索横截面上均匀分布的拉应力和纵向应变,且拉索轴向变形本构关系服从胡克定律;忽略拉索抗弯刚度、抗剪刚度和两端锚固支承形式的影响。

1.2 拉索损伤状态的描述

采用弧坐标 s 贯穿拉索全长,拉索无应力状态下的自然形态曲线 C_0 如图 1 所示,其中, $P(s)$ 为索上任意一点, m 为索的线质量, EA 为索任意截面的抗拉刚度, L_0 为无应力索长, D 为损伤区段, a_1, a_2 均为坐标值。通常损伤并不是发生在拉索的纵向全长上,往往仅是发生在拉索护套开裂处的一定区域

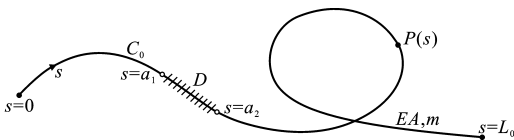


图 1 拉索无应力状态下的自然形态

Fig. 1 Natural Unstressed Configuration of Cable

内,当在索体内 $P(a_1)$ 和 $P(a_2)$ 之间出现损伤时,即 s 的取值范围为 $[a_1, a_2]$ 出现损伤时,本文中采用损伤程度 $\zeta(s)$ 、损伤位置 α 以及损伤范围 δ 三个参数表征拉索的损伤状态,其表达式为

$$\left. \begin{aligned} \zeta(s) &= \frac{EA - EA^d}{EA} \\ \alpha &= \frac{a_1 + a_2}{2L_0} \\ \delta &= \frac{a_2 - a_1}{L_0} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

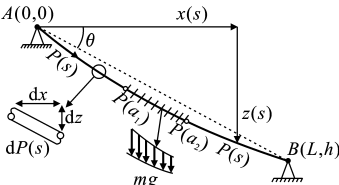
式中: EA^d 为损伤处残余的轴向刚度。

假定损伤并不导致拉索材料方面的损失,以便使用连续拉索的质量和重力密度来解决静力问题。

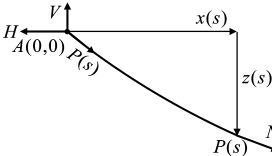
为了简化理论分析,笔者假定损伤的区段 $D = \{s | a_1 < s < a_2\}$ 内损伤程度均匀一致,则拉索一段的损伤程度为定值 $\eta = \zeta(s)$ 。

2 损伤拉索垂度效应的解析理论

为了精确求解损伤拉索跨中垂度,有必要根据索结构力学理论建立用于分析损伤拉索受力与变形的静力学解析表达式。拉索水平跨度为 L , 竖向相对距离为 h , 弦向长度 $L_c = \sqrt{h^2 + L^2}$, 以弧坐标 s 作为惟一的独立变量,损伤拉索的静力学基本模型见图 2, 其中, H, V 分别为锚固点 A 处的水平反力与竖向反力, N 为索的轴力, $x(s), z(s)$ 分别为水平坐标函数和竖向坐标函数, θ 为倾角, g 为重力加速度。



(a) 拉索模型及微段几何尺寸放大



(b) $P(s)$ 点左侧拉索的整体平衡

图 2 损伤拉索的静力学基本模型

Fig. 2 Basic Statics Model of Cable with Damage

2.1 基本方程

仅考虑拉索受自重荷载作用,其微段几何方程、 $P(s)$ 点左侧整体平衡方程和变形本构关系方程可分别表示为

$$\left(\frac{dx}{dP(s)}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dP(s)}\right)^2 = 1 \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} N \frac{dx}{dP(s)} &= H \\ N \frac{dz}{dP(s)} &= V - W \frac{s}{L_0} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\frac{N}{EA(1-\zeta(s))} = \frac{dP(s)}{ds} - 1 \quad (4)$$

式中: W 为拉索的全部自重,并认为拉索线密度为常量。

此外,为了解下面拉索静力学方程,还需要给定相应的几何边界条件和连续性条件,即

$$\left. \begin{aligned} x(0) &= 0 \\ z(0) &= 0 \\ x(L_0) &= L \\ z(L_0) &= h \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} x(a_i^-) &= x(a_i^+) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} x(a_i \pm \epsilon) \\ z(a_i^-) &= z(a_i^+) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} z(a_i \pm \epsilon) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中: ϵ 为任意小量, $\epsilon > 0$ 。

2.2 损伤拉索的坐标函数

由自重引起的垂度效应是索结构几何非线性效应的表现。通过建立坐标函数,可精确分析损伤拉索的垂度和垂跨比大小。

根据几何方程式(2)和平衡方程式(3),首先推导出损伤拉索的轴力方程 N 为

$$N = \sqrt{H^2 + (V - Ws/L_0)^2}$$

由于 $dx/dx = (dx/dP(s))(dP(s)/ds)$,结合式(3),(4)以及上述轴力方程,可得水平坐标 x 对弧坐标 s 的微分表达式为

$$\frac{dx}{ds} = \frac{H}{EA(1-\zeta(s))} + \frac{H}{\sqrt{H^2 + (V - Ws/L_0)^2}}$$

令 $x(s) = \int_0^s dx$,并分别在 $0 \leq s < a_1$, $a_1 \leq s \leq a_2$, $a_2 < s \leq L_0$ 区域内将其积分,则损伤拉索水平坐标函数 $x(s)$ 可表示为

$$x(s) = \begin{cases} \frac{Hs}{EA} + \Phi_1(s) & 0 \leq s < a_1 \\ \frac{H(s-\eta a_1)}{EA(1-\eta)} + \Phi_1(s) & a_1 \leq s \leq a_2 \\ \frac{Hs}{EA} + \frac{H\eta(a_2-a_1)}{EA(1-\eta)} + \Phi_1(s) & a_2 < s \leq L_0 \end{cases} \quad (7)$$

其中辅助函数 $\Phi_1(s)$ 为

$$\Phi_1(s) = \frac{HL_0}{W} \left[\operatorname{arsinh}\left(\frac{V}{H}\right) - \operatorname{arsinh}\left(\frac{V - Ws/L_0}{H}\right) \right]$$

采用类似的推导方法,可得损伤拉索的竖向坐标函数 $z(s)$ 为

$$z(s) = \begin{cases} \frac{s}{2EA} (2V - Ws/L_0) + \Phi_2(s) & 0 \leq s < a_1 \\ \frac{1}{2EA(1-\eta)} [s(2V - Ws/L_0) - \eta a_1 (2V - Wa_1/L_0)] + \Phi_2(s) & a_1 \leq s \leq a_2 \\ \frac{1}{2EA(1-\eta)} \{s(1-\eta)(2V - Ws/L_0) + \eta(a_2 - a_1)[2V - W(a_2 + a_1)/L_0]\} + \Phi_2(s) & a_2 < s \leq L_0 \end{cases} \quad (8)$$

其中辅助函数 $\Phi_2(s)$ 为

$$\Phi_2(s) = \frac{HL_0}{W} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{V}{H}\right)^2} - \sqrt{1 + \left(\frac{V - Ws/L_0}{H}\right)^2} \right]$$

经检验,坐标函数式(7),(8)满足相应的几何边界条件和连续性条件。

求解损伤拉索坐标函数之前必须首先求出支承反力分量 H 和 V 。将 L_0 分别代入 $x(s)$ 和 $z(s)$ 的函数表达式,可得用于求解 H 和 V 的一组方程式为

$$L = \frac{HL_0}{EA} + \frac{H\eta(a_2 - a_1)}{EA(1-\eta)} + \frac{HL_0}{W} \left[\operatorname{arsinh}\left(\frac{V}{H}\right) - \operatorname{arsinh}\left(\frac{V - W}{H}\right) \right] \quad (9)$$

$$h = \frac{1}{2EA(1-\eta)} \{L_0(1-\eta)(2V - W) + \eta(a_2 - a_1)[2V - W(a_2 + a_1)/L_0]\} + \frac{HL_0}{W} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{V}{H}\right)^2} - \sqrt{1 + \left(\frac{V - W}{H}\right)^2} \right] \quad (10)$$

本文中在给定其他参数取值的基础上,采用 MATLAB 程序求解该方程组,以此得到支承反力分量 H 和 V 的具体值,以便进行参数影响分析。

2.3 损伤拉索的弦向应力

拉索的弦向应力是分析拉索几何非线性效应的重要参数,已有的计算拉索跨中垂度、垂跨比的公式中均含有弦向应力这一变量。在小垂度、紧绷索讨论范围内,索端轴向拉力与弦向拉力很接近,弦向拉力可通过将 A 点处支承反力分量 H 和 V 沿弦向分解后叠加得到,如图 3 所示,其中, T' 为弦向拉力。

在求得支承反力分量 H 和 V 之后,损伤拉索的弦向应力 σ' 可表示为

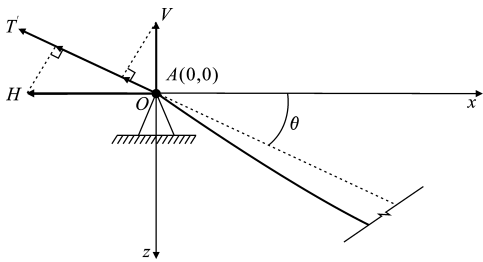


图3 拉索的弦向拉力

Fig. 3 Chordwise Tension of Cable

$$\sigma = \frac{T'}{A_0} = \frac{H \cos(\theta) + V \sin(\theta)}{A_0} \quad (11)$$

式中： A_0 为拉索截面面积。

若拉索索体未出现损伤，则其弦向拉力与弦向应力可分别记为 T 和 σ 。

3 损伤拉索垂度效应的参数影响分析

在实际工程中，服役若干年后的斜拉索均带有不同程度的索体损伤^[6]。通常在测得锚固端索力之后，根据已有相关公式计算拉索的垂度，所得结果为近似值。本文将依据式(1)~(11)计算的精确值与之进行比较，以确定误差的大小。对于索体可能存在多段损伤的情况，笔者已经做了推广，限于篇幅，本文中仅对存在单段广义损伤区域的拉索进行拉索垂度效应的精确分析。

3.1 损伤参数的限定

本文中参考了南京长江第三大桥主桥斜拉索技术参数^[9-10]，对求解所需要的拉索相关参数取值限定为：拉索材料弹性模量 $E=200 \text{ GPa}$ ；拉索横截面面积 $A_0=6\,000 \text{ mm}^2$ ；拉索重度 $\gamma_{cb}=80 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-3}$ 。当拉索弦向长度 L_c 为 100, 200, 300, 400, 500 m 时，挠曲系数 $\rho=4.0 \times 10^{-5}, 8.2 \times 10^{-5}, 1.2 \times 10^{-4}, 1.6 \times 10^{-5}, 2.1 \times 10^{-5}$ 。

考虑到计算所得到的索力与实际工程相近，本文中对损伤参数做出限定：损伤程度 η 的取值区间为 $[0.1, 0.5]$ ，其代表值取 0.2；损伤位置 α 的取值区间为 $[0.2, 0.8]$ ，其代表值取 0.55；损伤范围 δ 的取值区间为 $[0.05, 0.25]$ ，其代表值取 0.1。限定参数代表值的目的是在分析某一参数的影响时，尽量降低其他参数对结果产生影响的可能性。

3.2 纵横比对垂度的影响

3.2.1 垂度

仅考虑自重荷载，拉索的精确线形为悬链线。对于紧绷索，其自重近似弦向均布，则跨中垂直于弦的垂度计算公式为

$$K_c = \frac{\gamma_{cb} L_c^2}{8\sigma} \cos(\theta) \quad (12)$$

式中： K_c 为跨中垂度。

如果将损伤后拉索的应力 σ' 代入式(12)，则得到损伤拉索的跨中垂度 K_c ，该方法计算方便，但是必然存在误差。若运用式(1)~(11)，可得到精确计算的跨中垂度 K_c ，该方法计算结果精确，但是计算复杂。以下参数分析中给出两者的误差，便于实际应用中根据不同目的在两者中选用适当的方法。

3.2.2 纵横比和弦向长度对垂度的影响

无应力索长 L_0 与弦向长度 L_c 之比称为拉索的纵横比 γ ，即 $\gamma=L_0/L_c$ ，是反映拉索锚固时是否受到预张力作用的特征参数，以 $\gamma=1$ 为界，在其两侧附近，拉索的性能差异明显。

图 4 为当 $\eta=0.2, \alpha=0.55, \delta=0.1$ 时纵横比对拉索跨中垂度的影响。由图 4 可以看出，各曲线为上凹曲线衔接上凸曲线，过渡点在 1 附近。在 $\gamma \in [0.995, 0.999]$ 区间内，垂度值较小，且随 γ 增加的增速也很小；当 $\gamma \in [0.999, 1.001]$ 时，垂度值随 γ 增加迅速增加(上凹)；之后，这种增速又有所减缓(上凸)。这说明当拉索的纵横比在 1 附近时，其垂度对纵横比的敏感性相对较高。事实上，就小垂度拉索问题而言，纵横比应当取较小值，只有 γ 取值在代表值 0.997 附近时，计算所得的索应力才与实际工程中斜拉索索力接近。以 $L_c=300 \text{ m}, \rho=1.2 \times 10^{-4}$ 的拉索为例，其弦向应力与纵横比的对应如表 1 所示。

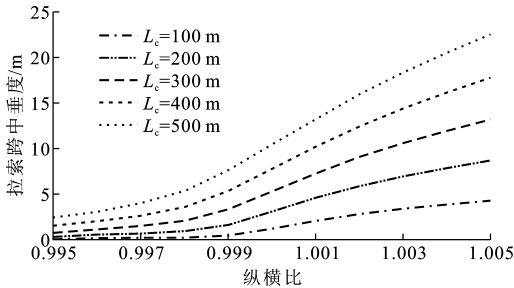


图4 纵横比对拉索跨中垂度的影响

Fig. 4 Influences of Aspect Ratio on Sag at Mid-span

拉索弦向长度 L_c 取不同值时，图 4 中损伤拉索的曲线与完好拉索的曲线几乎重合。由此可见，损伤参数取代表值的损伤状态对跨中垂度的影响并不显著，这是符合实际情况的。

表 2 为 $\theta, \eta, \alpha, \delta, \rho$ 均取代表值时拉索发生损伤前后的跨中垂度及其增长幅度。由表 2 可知，拉索越松弛，损伤对其垂度的影响就越不明显，表现为跨中垂度增长幅度依次减小。曲线斜率由左侧的 0.224

表 1 $L_c=300\text{ m}$ 时不同纵横比下的拉索弦向应力

Tab. 1 Chord Stress of Cable Under Different Aspect Ratios when $L_c=300\text{ m}$

| 拉索纵横比 | 0.995 | 0.996 | 0.997 | 0.998 | 0.999 | 1.000 | 1.001 | 1.002 | 1.003 | 1.004 | 1.005 |
|--------------|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 损伤拉索弦向应力/MPa | 985.6 | 791.5 | 600.6 | 418.9 | 264.8 | 169.5 | 123.5 | 99.3 | 85.0 | 75.2 | 68.0 |
| 完好拉索弦向应力/MPa | 1 010.0 | 810.9 | 615.0 | 428.1 | 269.2 | 170.9 | 124.0 | 99.5 | 85.2 | 75.3 | 68.1 |

表 2 $L_c=300\text{ m}$ 时拉索损伤前后跨中垂度及其增长幅度

Tab. 2 Sag at Mid-span Before and After Damage of Cable and Increment Amplitude of Sag when $L_c=300\text{ m}$

| 拉索纵横比 | 0.995 | 0.996 | 0.997 | 0.998 | 0.999 | 1.000 | 1.001 | 1.002 | 1.003 | 1.004 | 1.005 |
|---------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|
| 损伤拉索跨中垂度/m | 0.913 | 1.137 | 1.498 | 2.149 | 3.398 | 5.310 | 7.286 | 9.061 | 10.584 | 11.968 | 13.226 |
| 完好拉索跨中垂度/m | 0.891 | 1.110 | 1.463 | 2.102 | 3.343 | 5.268 | 7.257 | 9.041 | 10.568 | 11.955 | 13.216 |
| 损伤前后垂度增长幅度/% | 2.475 | 2.452 | 2.395 | 2.209 | 1.640 | 0.802 | 0.401 | 0.217 | 0.148 | 0.104 | 0.079 |
| 跨中垂度- γ 曲线斜率 | | 0.224 | 0.361 | 0.651 | 1.249 | 1.912 | 1.976 | 1.785 | 1.523 | 1.384 | 1.258 |

增大到最大峰值 1.976,然后减小到 1.258,表明影响特性在纵横比为 1 附近发生重要转折。

3.2.3 纵横比与弦向长度对垂度公式精度的影响

当拉索存在一段损伤区域时,其跨中垂度的实际值可以从精确的线形分析而得到。损伤拉索垂度公式的相对误差定义如下

$$e=\frac{|\theta_1-\theta_2|}{\theta_2}\times 100\%$$

(13)

式中: e 为损伤拉索垂度公式的相对误差; θ_1 为损伤拉索垂度公式计算值; θ_2 为损伤拉索垂度精确值。

图 5 为纵横比对垂度公式精度的影响。总体而言,垂度公式的相对误差随着 γ 的增加而增大,但是保持在较低水平。拉索弦向长度 L_c 越小,相对误差在 $\gamma\in[0.995,0.999]$ 区间内越小,而在 $\gamma\in(1.001,1.005]$ 区间内越大,在 $\gamma\in[0.999,1.001]$ 区间内对 γ 的敏感性越强。相对误差随 γ 的变化规律还与挠曲系数 ρ 有一定关系,可以推断,若拉索过度紧绷($\gamma\ll 1$)或过度松弛($\gamma\gg 1$)时,相对误差将趋近于定值,且该定值不再受拉索挠曲系数的影响,即与索长无关。在小垂度范围内,损伤拉索跨中垂度的理论值与实际值之间相差甚微,以 $\gamma=0.997,L_c=500\text{ m}$ 的拉索为例,此时相对误差为 0.268%,对应的理论值与实际值之差仅为 0.011 m。可以认为,在 $\gamma\in[0.995,0.999]$ 区间内,损伤拉索的垂度公式(12)具有较高计算精度。

3.3 损伤参数的影响

研究不同损伤状态下拉索跨中垂度的变化规律,以倾角 $\theta=0^\circ,L_c=300\text{ m}$ (挠曲系数 $\rho=1.2\times 10^{-4}$) 的拉索为分析对象,选取纵横比 $\gamma=0.997$ 和 $\gamma=1.003$ 两种状态,逐一分析各个损伤参数的影响本质。

3.3.1 损伤参数对垂度的影响

图 6 为当 $L_2=300\text{ m},\rho=1.2\times 10^{-4},\theta=0^\circ,\delta=$

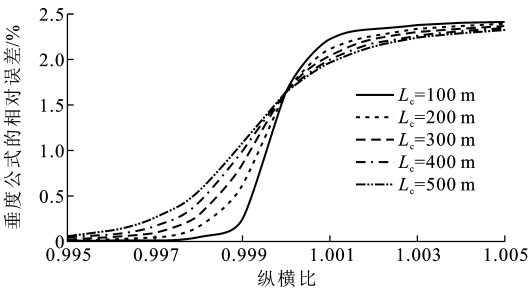


图 5 纵横比对垂度公式计算精度的影响

Fig. 5 Influences of Aspect Ratio on Computational Accuracy of Sag Formulas

0.1 时损伤参数对垂度增量及公式计算精度的影响。由图 6 可以看出, η 越大,损伤前后拉索跨中垂度的增量就越大。当 $\gamma=0.997$ 或 $\gamma=1.003$ 时,完好拉索的垂度值是固定的,分别为 1.463 m 和 10.568 m。损伤发生后, $\gamma=0.997$ 的拉索垂度增量及其对 η 的变化率均要大于 $\gamma=1.003$ 的拉索相应值,且垂度增长幅度也有相同的特点,如表 3 所示。这说明拉索经预先张拉而具有较高紧绷程度时,损伤对其跨中垂度值的影响较大,且这种影响对损伤程度 η 较为敏感,但是若拉索锚固时未受预应力作用而处于松弛状态($\gamma>1$),则其跨中垂度受损伤的影响很有限,对 η 的敏感性也较低。对于紧绷的拉索而言,因损伤而导致的跨中垂度增幅是很可观,如当 $\eta=0.5$ 时, $L_c=300\text{ m}$ 的拉索($\gamma=1.003$)损伤前后垂度增长幅度可达到 9.524%。

3.3.2 损伤参数对垂度公式精度的影响

由图 6 可知,对于松弛的拉索($\gamma=1.003$),其垂度公式的相对误差较大,且随 η 的增大其增幅及增速也较大,如当 $\eta=0.5$ 时,相对误差接近 10%,但是对于紧绷的拉索($\gamma=0.997$),其垂度公式相对误差不仅总体保持在很低的水平(相对误差小于 0.435%),而且对 η 的敏感性也很小,垂度增量实际

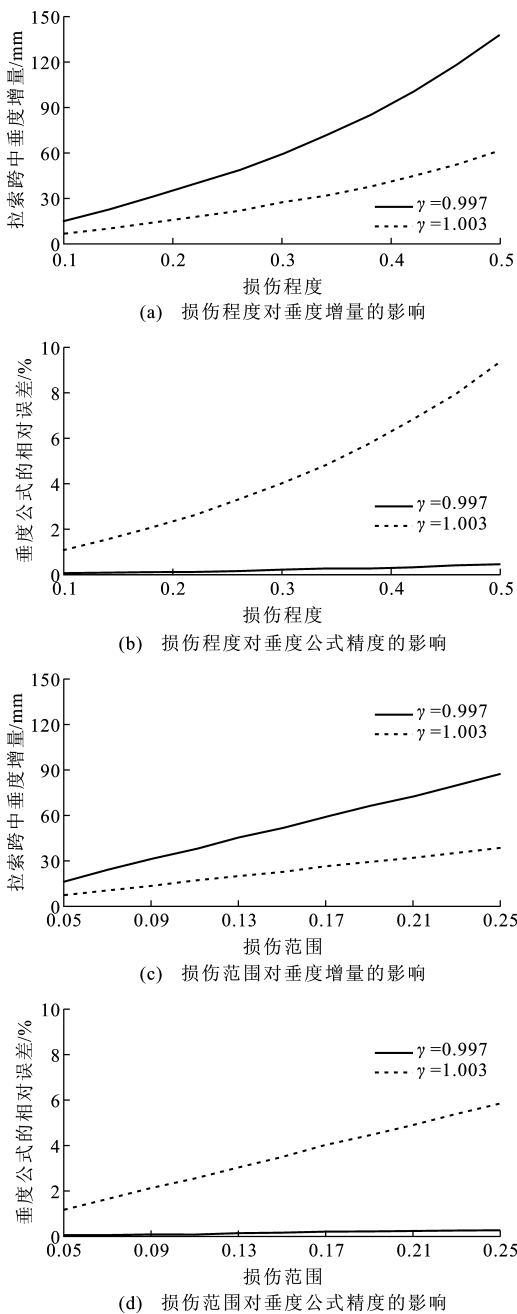


图 6 损伤参数对垂度增量及公式计算精度的影响

Fig. 6 Influences of Damage Parameter on Sag Increment and Formulas Computational Accuracy

值和相对误差两者之间的增长规律恰恰相反。

由图 6 还可以看出, δ 对拉索垂度增量、增幅及公式精度的影响规律与参数 η 相类似, 但是从影响程度和敏感性角度而言, δ 的影响要弱得多, 在此不

再赘述。

利用 MATLAB 软件绘制三维数值图, 可直观地描述损伤参数组合对垂度的非线性影响效果。若忽略 δ 的影响, 则拉索 ($L_c=300\text{ m}$, $\gamma=0.997$) 垂度增量及公式相对误差随 η 与 δ 的变化规律如图 7, 8 所示。可见, 垂度增量小于 0.35 m , 同时相对误差小于 1.2% 。

3.4 垂度公式值、理论值与有限元值的对比

选取 $\gamma=0.997$, $L_c=200\text{ m}$, $\theta=0^\circ$ 的拉索为分析对象, 将垂度的本文理论值、已有公式值与有限元值进行对比, 以进一步检验采用式 (12) 计算损伤拉索垂度所产生的误差大小。

表 4 为垂度的公式值、理论值与有限元值的对比。从表 4 可以看出, 垂度的本文理论值与有限元值基本相等。若拉索完好 (损伤参数取 0), 则垂度的公式值与本文理论值及有限元值较接近; 当索体存在不同状态的损伤时, 垂度的公式值较本文理论值及有限元值偏小, 相对误差约为 2.5% 。

4 结 语

- (1) 垂度和纵横比曲线在纵横比 $\gamma < 1$ 时, 为上凹曲线, 在 $\gamma > 1$ 时, 为上凸曲线, 过渡点在 1 附近, 因此垂度随 γ 变化的敏感区间为 $\gamma \in [0.997, 1.003]$ 。在 $\gamma \in [0.995, 1.005]$ 区间内, 损伤拉索跨中垂度逐渐增大, 但是损伤前后垂度增长幅度逐渐降低。
- (2) 纵横比和拉索弦向长度 L_c 的取值对垂度公式的计算精度有一定的影响。在 $\gamma \in [0.995, 0.999]$ 区间内, 纵横比越大, 误差越大, 同一纵横比下, 弦向长度 L_c 越大, 则采用现有公式计算损伤拉索所产生的相对误差就越大; 若拉索过度紧绷 ($\gamma \ll 1$) 或过度松弛 ($\gamma \gg 1$), 则该相对误差将趋近于定值, 且不再受弦向长度的影响。

(3) 对损伤参数进行了单因素和双因素分析, 验证了 $L_c=300\text{ m}$, $\gamma=0.997$ 的拉索垂度增量小于 0.35 m , 同时, 相对误差小于 1.2% , 表明现有公式具有较高精度。

(4) 有限元计算结果表明, 拉索垂度的本文理论值与有限元值基本相等。若拉索完好 (损伤参数取

表 3 损伤前后垂度增长幅度随 η 的变化关系

Tab. 3 Variations of Sag Increment Amplitude with η Before and After Damage

| η | | 0.10 | 0.14 | 0.18 | 0.22 | 0.26 | 0.30 | 0.34 | 0.38 | 0.42 | 0.46 | 0.50 |
|----------------|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 垂度增长 幅度 / % | $\gamma=0.997$ | 1.065 | 1.560 | 2.103 | 2.701 | 3.363 | 4.099 | 4.924 | 5.853 | 6.910 | 8.121 | 9.524 |
| | $\gamma=1.003$ | 0.066 | 0.096 | 0.130 | 0.166 | 0.207 | 0.253 | 0.303 | 0.361 | 0.426 | 0.500 | 0.587 |

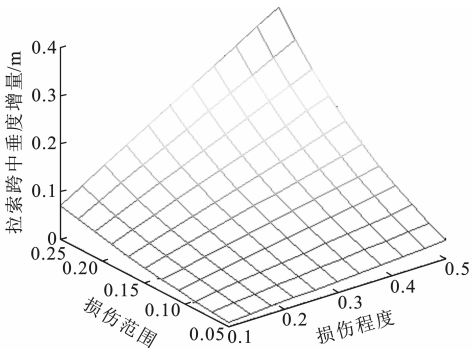


图 7 损伤参数对跨中垂度增量的影响
Fig. 7 Influence of Damage Parameters on Sag Increment at Mid-span

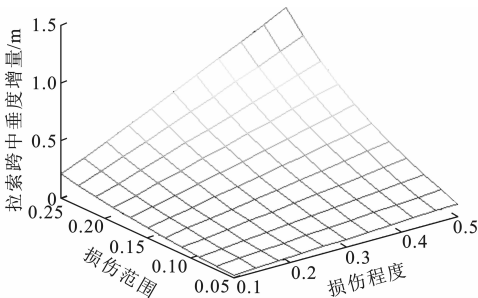


图 8 损伤参数对垂度公式计算精度的影响
Fig. 8 Influence of Damage Parameters on Computational Accuracy of Sag Formula

表 4 垂度的公式值、本文理论值与有限元值的对比

Tab. 4 Comparison of Computational Values, Theoretical Values in the Paper and Finite Element Values of Sag

| 编号 | η | δ | α | 垂度/m | | | R |
|----|--------|----------|----------|-------|-------|-------|-------|
| | | | | 公式值 | 本文理论值 | 有限元值 | |
| 1 | 0.0 | 0.00 | 0.0 | 0.658 | 0.661 | 0.661 | 1.005 |
| 2 | 0.2 | 0.10 | 0.5 | 0.676 | 0.691 | 0.693 | 1.025 |
| 3 | 0.5 | 0.10 | 0.5 | 0.725 | 0.743 | 0.744 | 1.026 |
| 4 | 0.2 | 0.05 | 0.5 | 0.668 | 0.683 | 0.685 | 1.025 |
| 5 | 0.2 | 0.25 | 0.5 | 0.703 | 0.721 | 0.719 | 1.023 |
| 6 | 0.2 | 0.10 | 0.2 | 0.676 | 0.691 | 0.693 | 1.025 |

注:R 为垂度有限元值与公式值的比值。

0),则垂度的公式值与本文理论值及有限元值较接近。在小垂度范围内,当索体存在不同状态的损伤时,垂度的公式值较本文理论值及有限元值偏小,但是其相对误差不大,约为 2.5%。

参考文献:

References:

[1] ERNST H J. The E-module of Rope with Considera-

tion of the Dip[J]. The Civil Engineering, 1965, 40 (1):52-55.

[2] IRVINE H M. Cable Structures[M]. Cambridge: MIT Press, 1981.

[3] GIMSING N J, GEORGAKIS C T. Cable Supported Bridges: Concept and Design[M]. New York: John Wiley & Sons, 1997.

[4] 徐 宏. 桥梁拉(吊)索损伤后力学分析及安全评价[D]. 西安:长安大学, 2008.

XU Hong. Mechanical Analysis and Safety Evaluation of Bridge Damaged Cable[D]. Xi'an: Chang'an University, 2008.

[5] 申文求. 大型斜拉、悬索桥受损索识别新理论的研究及实践[D]. 重庆:重庆大学, 2008.

SHEN Wen-qiu. Study on a Novel Theory and Its Application for Identification of Damaged Cables of Large-scale Cable-supported Bridges[D]. Chongqing: Chongqing University, 2008.

[6] 徐 俊, 陈惟珍, 刘 学. 斜拉索退化机理及钢丝力学模型[J]. 同济大学学报:自然科学版, 2008, 36(7): 911-915.

XU Jun, CHEN Wei-zhen, LIU Xue. Deterioration Mechanism of Cables and Mechanics Model of Wires [J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2008, 36(7): 911-915.

[7] LEPIDI M, GATTULLI V, VESTRONI F. Static and Dynamic Response of Elastic Suspended Cables with Damage[J]. International Journal of Solids and Structures, 2007, 44(25/26): 8194-8212.

[8] LEPIDI M, GATTULLI V. Static and Dynamic Response of Elastic Suspended Cables with Thermal Effects[J]. International Journal of Solids and Structures, 2012, 49(9): 1103-1116.

[9] 南京长江第三大桥建设指挥部. 南京长江第三大桥工程建设技术总结[M]. 北京:人民交通出版社, 2007.

The Construction Headquarter of Nanjing Third Yangtze River Bridge. Summary on Construction Technology of Nanjing Third Yangtze River Bridge[M]. Beijing: China Communications Press, 2007.

[10] 林元培. 斜拉桥[M]. 北京:人民交通出版社, 2004.

LIN Yuan-pei. Cable Stayed Bridge [M]. Beijing: China Communications Press, 2004.