

文章编号:1673-2049(2014)03-0112-06

# 基于能量法的简支钢梁损伤识别试验及有限元分析

薛 刚,王崇阁

(内蒙古科技大学 建筑与土木工程学院,内蒙古 包头 014010)

**摘要:**针对目前梁式结构损伤识别中识别精度和实际应用方面存在的不足,以能量耗散理论为基础,对简支工字形钢梁的损伤识别进行了数值分析及试验研究。通过结构损伤时每一单元的模态应变能耗散率与损伤前、后模态应变能变化之间的关系,推导出单元损伤变量的表达形式。研究结果表明:单元损伤变量只需要利用结构损伤前、后的模态振型即可算得,在实际应用中可通过模态扩阶技术解决实测自由度与理论自由度不匹配问题;该方法可准确识别出简支钢梁损伤单元的位置,并在一定程度上表征损伤程度。

**关键词:**能量耗散;简支钢梁;多位置损伤;损伤识别;模态扩阶;有限元分析

**中图分类号:**TU317 **文献标志码:**A

## Damage Identification Test and Finite Element Analysis of Simply Supported Steel Beam Based on Energy Dissipation Method

XUE Gang, WANG Chong-ge

(School of Architecture and Civil Engineering, Inner Mongolia University of Science and Technology,  
Baotou 014010, Inner Mongolia, China)

**Abstract:** To solve the problems of identifiable accuracy and practical applications existing in present beam structure damage identification, on the basis of energy dissipation, numerical analysis and test research of the simply supported I-beam were carried out. According to the relationship between the modal strain energy dissipation ratio and the change of modal strain energy in each element before and after damage of structures, the formula of damage variable of each element was deduced. The study results indicate that the calculation of damage variable only needs modal shape of damage and undamaged structure. In practical application, the problem of mismatching between the degrees of freedoms of the measurement model and those of the finite element model can be solved by means of modal expansion algorithms. The damage identification method can successfully detect the damage position of the simply supported steel beam and describe the damage degree to some extent.

**Key words:** energy dissipation; simply supported steel beam; multi-position damage; damage identification; modal expansion; finite element analysis

收稿日期:2014-04-20

基金项目:内蒙古自治区自然科学基金项目(2010MS0718)

作者简介:薛 刚(1968-),男,内蒙古包头人,教授,工学博士,E-mail:xuegang-2008@126.com。

## 0 引言

服役期间的土木工程结构在荷载及自然环境的作用下,将不可避免地产生损伤累积和抗力衰减,局部损伤的发展不仅会影响结构的使用寿命,还可能引起结构倒塌等突发性事故,严重威胁人们的生命财产安全<sup>[1-2]</sup>。基于结构振动特性的损伤识别方法因具有不影响结构的正常使用、检测费用低等特点而成为各国学者的研究热点,该方法的核心问题是选取一个容易获得且对结构损伤敏感的指标,所选取的损伤指标应该具备2个基本条件<sup>[3-4]</sup>:①对局部损伤敏感;②是位置坐标的函数。目前比较常用的损伤指标主要有固有频率、模态振型、曲率模态、模态应变能等。

本文中所用的损伤识别方法基于能量耗散理论,以损伤变量作为每个单元的损伤指标,通过建立模态应变能耗散率和结构损伤前、后相应模态应变能变化之间的关系,得到单元损伤变量的表达形式,进而计算出每一单元相应的损伤变量数值,以此来确定结构的损伤并在一定程度上表征其损伤程度。刘晖等<sup>[5]</sup>将该方法运用到一个两端固接梁的损伤识别中,通过数值模拟方法研究了梁中存在一处或两处损伤时的损伤位置及损伤程度识别问题,没有探讨不同的损伤位置对于识别结果的影响,并且在识别过程中选取结构损伤前、后的前11阶模态计算单元损伤变量,这在实际工程测量中不易实现。针对该方法在梁式结构中的研究现状,本文中以简支工字形钢梁为研究对象,分别通过数值分析和试验研究探讨了该方法对简支钢梁单位位置损伤和多位置损伤的识别效果。

## 1 基本原理

损伤变量的概念最初来自于材料领域,对于一般的弹塑性材料,定义其沿时间轴向的损伤度为<sup>[6]</sup>

$$D(t) = 1 - E(t)/E \quad (1)$$

式中: $D(t)$ 为 $t$ 时刻的损伤变量; $E, E(t)$ 分别为材料初始状态和 $t$ 时刻的有效弹性模量。

对于各向同性材料,将其损伤的产生假定为一个连续的时间过程,根据应变等效原理,得到结构单元在 $t$ 时刻的应变能耗散率 $\phi(t)$ 为

$$\phi(t) = \frac{-\dot{D}(t)}{[1 - D(t)]^2} \int_v (\boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\varepsilon}) dv \quad (2)$$

式中: $\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\varepsilon}$ 分别为单元内部某点的应力向量和应变向量; $v$ 为单元的体积。

结构的损伤通常表现为局部刚度的缺失,而与质量无关,因此,定义结构损伤前、后第 $j$ 个单元关于前 $n$ 阶模态的模态应变能分别为<sup>[7]</sup>

$$\left. \begin{aligned} E_j^u &= \sum_{i=1}^n \boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{K}_j \boldsymbol{\varphi}_i \\ E_j^d &= \sum_{i=1}^n (\boldsymbol{\varphi}_i^d)^T \mathbf{K}_j \boldsymbol{\varphi}_i^d \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中: $E_j^u, E_j^d$ 分别为结构损伤前、后第 $j$ 个单元关于前 $n$ 阶模态的模态应变能; $\mathbf{K}_j$ 为第 $j$ 个单元的刚度矩阵; $\boldsymbol{\varphi}_i, \boldsymbol{\varphi}_i^d$ 分别为结构损伤前、后第 $i$ 阶模态振型。

若把结构单元的损伤过程考虑为无损伤状态模态应变能的耗散过程,则结构第 $j$ 个单元的模态应变能耗散率 $\phi_j(t)$ 为

$$\phi_j(t) = \frac{-\dot{D}_j(t)}{[1 - D_j(t)]^2} E_j^u \quad (4)$$

式中: $D_j(t)$ 为第 $j$ 个单元在 $t$ 时刻的损伤变量。

从式(4)可以看出,当 $t=0$ 时, $D_j(0)=0$ ,此时结构处于无损伤状态。对于脆性材料破坏过程,设 $D_j(t)$ 与 $t$ 呈线性关系,则 $\dot{D}_j(t)$ 为一常数。当 $t=t^d$ 时,第 $j$ 个单元的模态应变能变化量为

$$\int_0^{t^d} \phi_j(t) dt = E_j^u \int_0^{t^d} \frac{-\dot{D}_j(t)}{[1 - D_j(t)]^2} dt = E_j^u \int_0^{D_j(t^d)} \frac{-1}{[1 - D_j(t)]^2} d[D_j(t)] \quad (5)$$

又因为

$$\left| \int_0^{t^d} \phi_j(t) dt \right| = |E_j^d - E_j^u| \quad (6)$$

因此,联立式(5)和式(6)有

$$|E_j^d - E_j^u| = E_j^u \left| \int_0^{D_j(t^d)} \frac{-1}{[1 - D_j(t)]^2} d[D_j(t)] \right| \quad (7)$$

由此可以得到第 $j$ 个单元在 $t^d$ 时刻的损伤变量 $D_j(t^d)$ 为

$$D_j(t^d) = \frac{|E_j^d - E_j^u|}{|E_j^d - E_j^u| + E_j^u} \quad (8)$$

通过单元损伤变量 $D_j(t)$ 的大小即可定位损伤,同一单元损伤变量值的大小还可表征该单元的损伤程度,损伤变量的值越大,损伤就越严重。由于结构或构件的损伤会导致其刚度降低、柔度增加,故按式(3)计算得到的损伤单元的模态应变能应大于无损伤单元。因此,可去掉式(8)分子中的绝对值符号,这样就可以同时利用损伤变量值的符号和大小来判别单元的损伤状况<sup>[8]</sup>,即

$$D_j(t^d) = \frac{E_j^d - E_j^u}{|E_j^d - E_j^u| + E_j^u} \quad (9)$$

2 有限元分析

以简支工字形钢梁为数值模拟对象,梁长  $l=2\,800\text{ mm}$ ,截面面积  $A=9.589\times 10^{-4}\text{ m}^2$ ,惯性矩  $I_x=1.701\times 10^{-6}\text{ m}^4$ ,材料弹性模量  $E=206\text{ GPa}$ ,密度  $\rho=7\,850\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ 。将该梁等长划分为 28 个单元,单元长度为  $100\text{ mm}$ ,简支梁有限元模型及节点编号如图 1 所示。

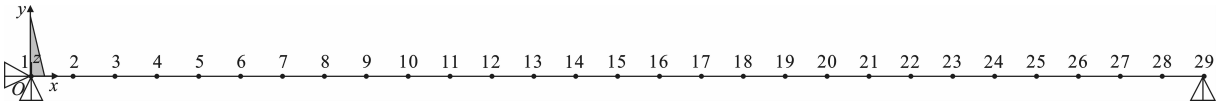


图 1 简支梁有限元模型及节点编号

Fig. 1 Finite Element Model and Joint Numbers of Simply Supported Beam

表 1 简支梁损伤工况

Tab. 1 Damage Cases of Simply Supported Beam

工况编号	损伤类型	损伤位置及损伤程度
1	单位置损伤	单元 14 刚度 $EI$ 降低 5%,10%,20%,30%
2	单位置损伤	单元 21 刚度 $EI$ 降低 5%,10%,20%,30%
3	对称位置损伤	单元 8 刚度 $EI$ 降低 10%,单元 21 刚度 $EI$ 降低 25%
4	对称位置损伤	单元 8 和单元 21 刚度 $EI$ 均降低 25%
5	非对称位置损伤	单元 14 刚度 $EI$ 降低 25%,单元 21 刚度 $EI$ 降低 10%
6	非对称位置损伤	单元 14 和单元 21 刚度 $EI$ 均降低 25%

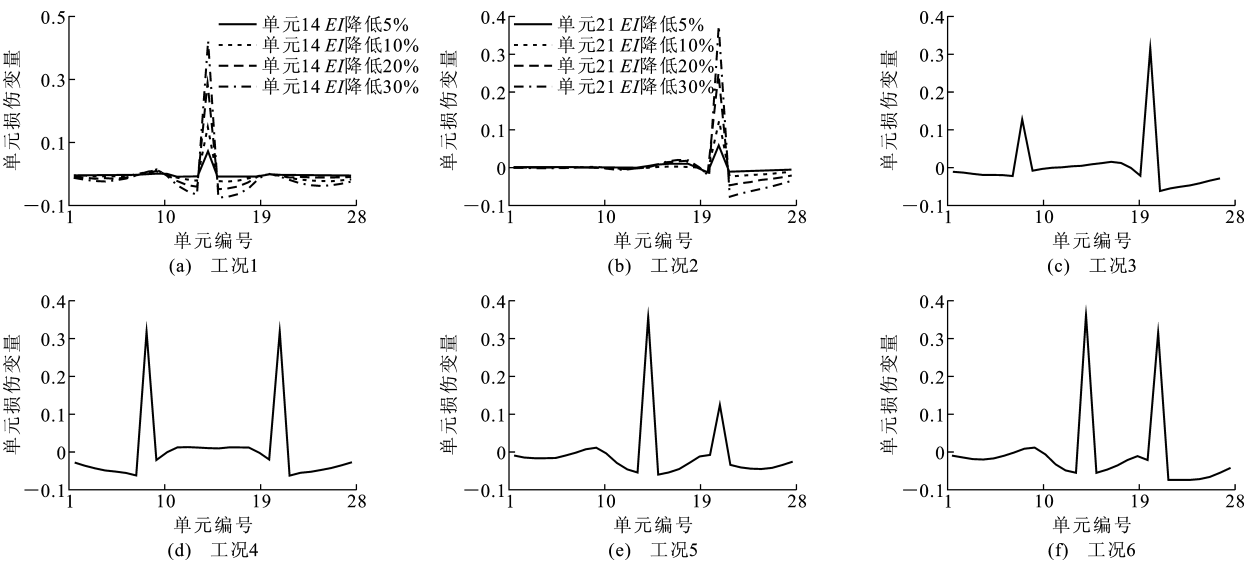


图 2 各工况下损伤识别结果

Fig. 2 Damage Identification Results Under Different Cases

从图 2(a),(b)可以看出:对于单元 14 和单元 21 的单位置损伤,本文方法均能准确识别出损伤位置,包括 5% 的小损伤,并且随着损伤程度的增加,受损单元的损伤变量值随之增大,但是具体数值与实际刚度降低值并不完全相同,说明本文方法只可在一定程度上相对表征单元的损伤程度,若要依据某一单元的损伤变量值具体判断其损伤程度,需要

本文中采取折减单元弹性模量的方式表示梁刚度  $EI$  的降低,简支梁具体损伤工况设定如表 1 所示。应用有限元分析软件 ANSYS 建立无损及损伤梁模型,并进行模态分析,由于低阶模态较易获得且相对准确,因此本文中只提取简支梁损伤前、后的前 3 阶模态振型,然后应用 MATLAB 软件编制程序计算每个单元相应的损伤变量。各工况下简支梁的损伤识别结果如图 2 所示。

预先分析结构不同单元的损伤变量值与实际刚度降低值之间的关系,以便得到更准确的损伤识别结果。从图 2(c),(d)可以看出:对于不同及相同损伤程度下的对称位置损伤,本文方法均可准确识别出损伤位置,并相对表征受损单元的损伤程度。从图 2(e),(f)可以看出:对于不同及相同损伤程度下的非对称位置损伤,本文方法均可准确识别

出损伤位置,并相对表征受损单元的损伤程度。但是相同损伤程度下 2 个位置的损伤变量值有所不同,说明单元损伤变量对不同位置损伤的敏感度不同,本文方法只在一定程度上相对表征单元的损伤程度,若要依据识别结果同时判断多个单元的损伤程度,需要预先分析结构不同单元的损伤变量值与实际刚度降低值之间的关系,以便得到更准确的识别结果。

### 3 试验研究

#### 3.1 简支梁动力试验

为研究本文方法对实际结构的损伤识别效果,在内蒙古科技大学结构工程实验室对 2 根简支工字形钢梁进行了动力试验研究,测得无损状态和损伤状态下试验梁的模态振型,计算响应的损伤变量,从而对预设损伤进行识别。

试验梁采用与数值研究相同参数的简支工字形钢梁,梁总长为 3 m,支座采用规格为 M12 的螺栓将试验梁下翼缘与支撑件固定,以近似表示试验梁的简支支撑条件,支座中心线距离为 2.8 m,螺栓孔中心距试验梁下翼缘外边缘 15 mm。

试验采用的仪器设备主要有 INV306D(F)智能信号处理分析仪、多功能滤波放大器、压电式加速度传感器、高弹性聚能力锤等。试验装置及支座示意如图 3 所示。



(a) 试验装置



(b) 支座

图 3 试验装置及支座示意

Fig. 3 Schematic Diagram of Test Installation and Mount

本次试验采用多点激励单点响应的模态分析方法,由于试验梁的跨度远大于横截面高度,可以简化为杆件,故只在试验梁长度方向布置若干击振点,试验中将试验梁等分为 28 份,共 27 个测点,支座处不

作为击振点,同时将响应点选在 6<sup>#</sup> 测点处。

试验梁的损伤通过在梁下翼缘用角磨机切割裂缝人为设定,角磨片宽度为 2 mm,因此裂缝宽度始终为 2 mm,通过改变裂缝的位置和深度模拟不同的损伤工况,具体实施方案见表 2。

表 2 试验梁损伤工况

Tab. 2 Damage Cases of Test Beam

试验梁编号	工况编号	裂缝位置	裂缝宽度/mm	裂缝深度/mm
1 <sup>#</sup>	1	距梁右端支座 750 mm 处	2	2
	2	距梁右端支座 750 mm 处	2	4
	3	距梁左端支座 750 mm 处	2	2
	4	距梁左端支座 750 mm 处	2	4
2 <sup>#</sup>	1	距梁左端支座 1 350 mm 处	2	2
	2	距梁左端支座 1 350 mm 处	2	4
	3	距梁右端支座 750 mm 处	2	2
	4	距梁右端支座 750 mm 处	2	4

每根试验梁分别在无损损伤和表 2 中的损伤工况下进行动态测试(采集加速度信号,然后进行模态分析),得到试验梁在各工况下的动力特性,与有限元模型相结合,计算各单元的损伤变量,对简支梁预设损伤进行识别。动态测试系统及测点布置见图 4。

#### 3.2 模态扩阶方法

在实际的工程问题中,由于受各种测试条件的限制,实测自由度数目往往小于理论模型的自由度数目,使得测试数据不完备。目前解决这一问题的方法通常有 2 种<sup>[9]</sup>:模型缩聚方法;模态扩阶方法。下面主要介绍模态扩阶方法。

模态扩阶方法的基本思路是<sup>[10]</sup>:借助原始系统的模态信息,由已经测得的模态数据对未测得的模态数据进行计算,从而获得实际测试中无法测得的模态振型分量。模态扩阶的方法很多,本文中选用 Kidder 动态扩阶方法进行模态振型的扩阶计算。

将系统特征方程按测试自由度 b 和未测自由度 e 划分为以下形式

$$\left( \begin{bmatrix} K_{bb} & K_{be} \\ K_{eb} & K_{ee} \end{bmatrix} - \lambda_i \begin{bmatrix} M_{bb} & M_{be} \\ M_{eb} & M_{ee} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varphi}_{b,i} \\ \boldsymbol{\varphi}_{e,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中: $\lambda_i$  为系统特征方程的特征值, $\lambda_i = \omega_i^2$ , $\omega_i$  为结构第  $i$  阶自振频率; $\boldsymbol{\varphi}_{b,i}$ , $\boldsymbol{\varphi}_{e,i}$  分别为结构已测自由度和未测自由度上的振型向量; $K_{bb}$ , $K_{be}$ , $K_{eb}$ , $K_{ee}$  分别为结构刚度矩阵按测试自由度 b 和未测自由度 e 划分的刚度矩阵系数; $M_{bb}$ , $M_{be}$ , $M_{eb}$ , $M_{ee}$  分别为结构质量矩阵按测试自由度 b 和未测自由度 e 划分的质量矩阵系数。

式(10)有 3 种不同的展开形式,相应可以得到

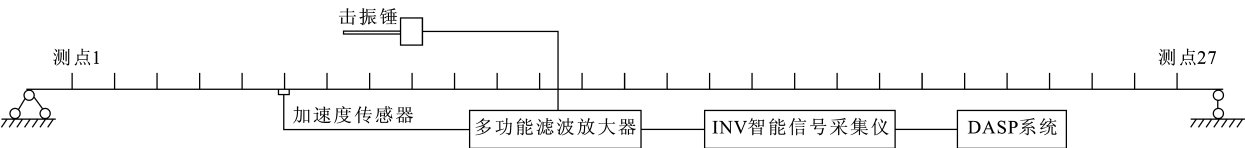


图 4 动态测试系统及测点布置

Fig. 4 Dynamic Test System and Arrangement of Survey Points

$\varphi_{e,i}$  的 3 种不同解。

本文将式(10)的第 2 行展开,则有

$$(K_{eb}-\lambda_i M_{eb})\varphi_{b,i}+(K_{ee}-\lambda_i M_{ee})\varphi_{e,i}=\mathbf{0} \quad (11)$$

由此可得到扩展自由度振型向量的表达式为

$$\varphi_{e,i}=-(K_{ee}-\lambda_i M_{ee})^{-1}(K_{eb}-\lambda_i M_{eb})\varphi_{b,i} \quad (12)$$

3.3 结果分析

2 根试验梁无损伤时模态频率的理论计算值为 43.18 Hz,试验实测值分别为 46.74,47.34 Hz,产生上述现象的原因主要有以下 3 个方面:①试验梁的几何尺寸在测量过程中存在误差;②模态测试过程中,环境和噪声对测试结果有影响;③试验梁的支座形式不是理想的简支支承。1<sup>#</sup> 试验梁的振型相关矩阵校验图和校验数如图 5 和表 3 所示。

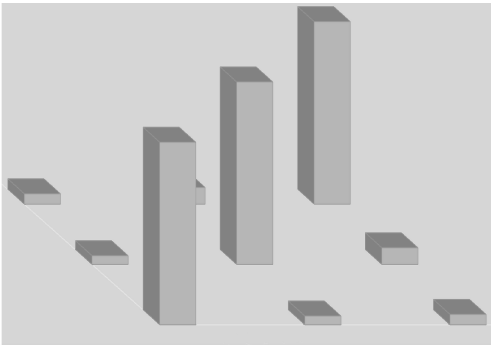


图 5 振型相关矩阵校验图

Fig. 5 Checking Figure of Modal Correlation Matrix

表 3 振型相关矩阵校验数

Tab. 3 Checking Number of Modal Correlation Matrix

阶次	1	2	3
1	0.06	0.09	1.00
2	0.05	1.00	0.09
3	1.00	0.05	0.06

从图 5 和表 3 可以看出,振型相关矩阵的主对角线元素都为 1,其他元素非常小,相关矩阵正交性很好,模态拟合结果比较满意,同时也说明试验模态分析结果比较理想。1<sup>#</sup> 试验梁各工况下的损伤识别结果如图 6 所示。

从图 6 可以看出:对于 1<sup>#</sup> 试验梁各工况下的损伤,本文方法均可识别出损伤位置,并相对表征损伤

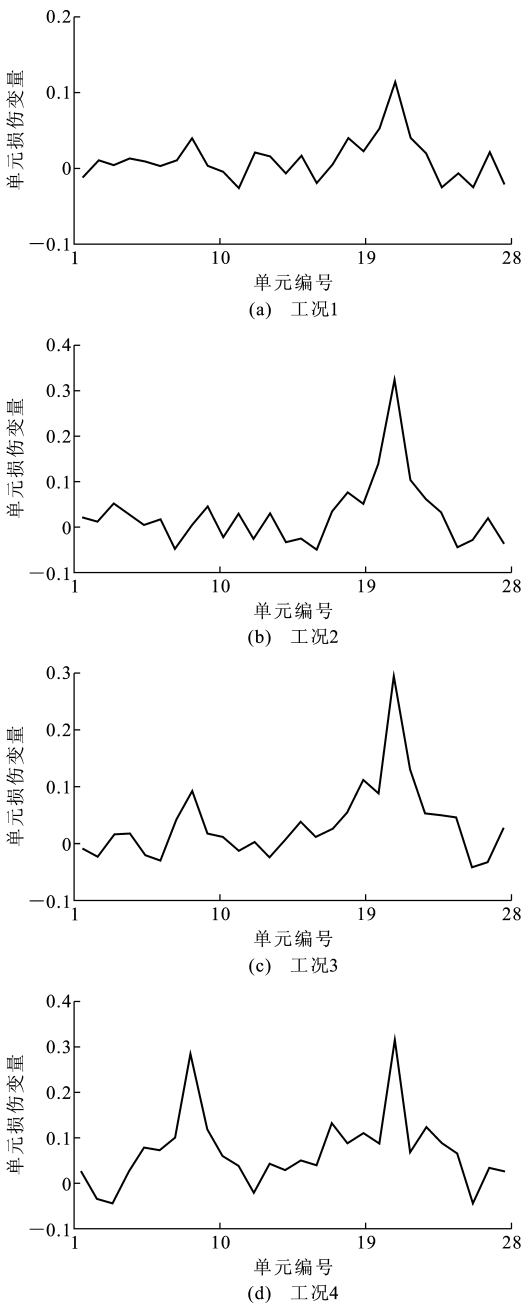


图 6 1<sup>#</sup> 试验梁各工况下的损伤识别结果

Fig. 6 Damage Identification Results of 1<sup>#</sup> Test Beam Under Different Cases

程度。但是由于模态试验中测量噪声及模型误差等因素的影响,使得本文方法对于小损伤的识别效果不是很好,容易与无损单元混淆,而对于较大损伤则

识别效果良好。2<sup>#</sup> 试验梁的损伤识别结果与 1<sup>#</sup> 梁类似,在此不再赘述。

## 4 结 语

(1)通过数值分析对简支梁不同损伤位置的识别敏感度及多位置损伤识别进行了深入探讨,计算时提取了结构损伤前、后的前3阶模态振型,更适于实际工程应用。研究表明,该方法对于简支梁单损伤和多损伤均可准确识别出损伤位置,包括5%的小损伤,并相对表征各损伤单元的损伤程度。

(2)模型试验的研究结果表明,能量耗散法可识别出试验梁的预设损伤位置,并相对表征损伤程度。但是由于测量噪声、模型误差等因素的干扰,导致小程度损伤的识别效果不是很好,无损单元易产生误判。与以往研究进行数值分析相比可知,本文中所进行的模型试验研究及得到的相关结论更有助于该方法在实际工程中的推广应用。

(3)在实际工程问题中,可通过模态扩阶方法计算动测试验中无法测得的模态振型分量,以此来解决实测自由度与理论自由度不匹配问题,本文模型试验的损伤识别结果证明了模态扩阶方法可应用于实际结构的损伤识别中。

## 参考文献:

## References:

- [1] BAGCHI A, HUMAR J, XU H, et al. Model-based Damage Identification in a Continuous Bridge Using Vibration Data[J]. Journal of Performance of Constructed Facilities, 2010, 24(2): 148-158.
- [2] 孟海平, 蔺新艳, 杨健辉. 结构损伤定位中模态应变能法的改进[J]. 广西大学学报: 自然科学版, 2013, 38(1): 23-27.  
MENG Hai-ping, LIN Xin-yan, YANG Jian-hui. Improvement of Structural Damage Localization Based on Modal Strain Energy Method [J]. Journal of Guangxi University: Natural Science Edition, 2013, 38(1): 23-27.
- [3] 杨秋伟. 基于振动的结构损伤识别方法研究进展[J]. 振动与冲击, 2007, 26(10): 86-91, 100, 190.  
YANG Qiu-wei. A Review of Vibration-based Structural Damage Identification Methods [J]. Journal of

Vibration and Shock, 2007, 26(10): 86-91, 100, 190.

- [4] 朱宏平, 余璟, 张俊兵. 结构损伤动力检测与健康监测研究现状与展望[J]. 工程力学, 2011, 28(2): 1-11, 17.  
ZHU Hong-ping, YU Jing, ZHANG Jun-bing. A Summary Review and Advantages of Vibration-based Damage Identification Methods in Structural Health Monitoring [J]. Engineering Mechanics, 2011, 28(2): 1-11, 17.
- [5] 刘晖, 瞿伟廉, 袁润章. 基于模态应变能耗散率理论的结构损伤识别方法[J]. 振动与冲击, 2004, 23(2): 118-122.  
LIU Hui, QU Wei-lian, YUAN Run-zhang. Structural Damage Detection Method Based on the Theory of Dissipation of Modal Strain Energy [J]. Journal of Vibration and Shock, 2004, 23(2): 118-122.
- [6] 吴波, 李惠, 李玉华. 结构损伤分析的力学方法[J]. 地震工程与工程振动, 1997, 17(1): 14-22.  
WU Bo, LI Hui, LI Yu-hua. The Mechanic Method for Damage Analysis of Structures [J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 1997, 17(1): 14-22.
- [7] SHI Z Y, LAW S S. Structural Damage Detection from Modal Strain Energy Change [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2000, 126(12): 1216-1223.
- [8] 张新亮. 基于完备模态空间的两阶段结构损伤识别方案[D]. 重庆: 重庆大学, 2007.  
ZHANG Xin-liang. Two-stage Structural Damage Identification Scheme Based on Complete Modal Space [D]. Chongqing: Chongqing University, 2007.
- [9] 肖烨, 陈剑毅, 易萍华. 自由度匹配技术在框架结构损伤识别中的应用研究[J]. 四川建筑科学研究, 2011, 37(2): 80-82, 94.  
XIAO Ye, CHEN Jian-yi, YI Ping-hua. The Study of Model Match Techniques Used in Damage Identification on Frame Structure [J]. Sichuan Building Science, 2011, 37(2): 80-82, 94.
- [10] 杨树高. 基于不完备实测信息的结构损伤识别研究[D]. 南京: 河海大学, 2007.  
YANG Shu-gao. Study on Damage Identification of Structures Based on Incomplete Practical Information [D]. Nanjing: Hohai University, 2007.