

文章编号:1673-2049(2016)02-0048-08

# 开口肋加劲板屈曲模态与临界屈曲应力分析

赵 秋, 翟战胜

(福州大学 土木工程学院, 福建 福州 350108)

**摘要:**为更好掌握开口肋加劲板的设计计算方法,采用弹性稳定分析方法,对无纵向和横向加劲肋的四边简支板、纵向加劲肋等间距布置的四边简支加劲板、纵向和横向加劲肋等间距布置的加劲板进行屈曲模态和临界屈曲应力分析。结果表明:对于四边简支板或四边简支加劲板,临界屈曲应力与板宽、板长和板厚均有关,减小板宽和板长以及增大板厚可提高临界屈曲应力;随着加劲肋刚度比的变化,四边简支加劲板一般表现出 3 种屈曲模态,模态 1 为加劲肋与被加劲板共同发生整体屈曲,模态 2 为在加劲肋处形成波节,加劲肋与被加劲板发生屈曲,模态 3 为加劲肋为刚性加劲肋,不会发生失稳,只有被加劲板发生局部失稳;临界屈曲应力随加劲肋刚度比的增大而增大,模态 1 增大幅度最大,模态 2 次之,模态 3 逐步趋于定值。

**关键词:**开口肋加劲板;弹性稳定;屈曲模态;临界屈曲应力;加劲肋;临界刚度比

中图分类号:TU311

文献标志码:A

## Analysis of Buckling Modes and Critical Buckling Stress of Open-rib Stiffened Plate

ZHAO Qiu, ZHAI Zhan-sheng

(School of Civil Engineering, Fuzhou University, Fuzhou 350108, Fujian, China)

**Abstract:** In order to master the design and calculation method of open-rib stiffened plate better, the buckling modes and critical buckling stress of four-side simply-supported plate without longitudinal and transverse stiffening ribs, four-side simply-supported stiffened plate with longitudinal stiffening ribs arranged by equal distance, stiffened plate with longitudinal and transverse stiffening ribs arranged by equal distance, were analyzed by elastic stability theory. The results show that critical buckling stress is related to plate width, plate length and plate thickness for four-side simply-supported plate or four-side simply-supported stiffened plate. Critical buckling stress can be improved with the decrease of plate width and plate length, and with the increase of thickness of plate. There are 3 kinds of buckling modes of four-side simply-supported stiffened plate with changes of stiffness ratios of stiffening ribs. Stiffening ribs and stiffened plate are overall buckling in mode 1. Wave nodes are formed on stiffening ribs, stiffening ribs and stiffened plate are buckling in mode 2. Stiffening ribs will not appear instable, only stiffened plate is buckling in mode 3. Critical buckling stress increases with the increase of stiffness ratio of the stiffening rib, the increase range is maximal in mode 1, and comes second in mode 2. Critical buckling stress tends to be constant value in mode 3.

**Key words:** open-rib stiffened plate; elastic stability; buckling mode; critical buckling stress;

收稿日期:2015-07-27

基金项目:国家自然科学基金项目(51478120, 51108087)

作者简介:赵 秋(1976-),男,吉林通榆人,副教授,工学博士, E-mail:zhaoqiu@fzu.edu.cn.

stiffening rib; critical stiffness ratio

## 0 引 言

对于受压加劲板来说,稳定问题和强度问题同样重要<sup>[1-2]</sup>。受压加劲板的弹性稳定分析在稳定问题中属于第 1 类稳定问题,即平衡分岔失稳问题,这是一种理想化的情况,当达到某荷载时,结构除了可能存在原来的平衡状态外,会出现第 2 个平衡状态,而在数学处理上是求解特征值问题,故又称为特征值屈曲分析,其目的是求解临界荷载值<sup>[3-5]</sup>。虽然受压加劲板弹性稳定计算比较简单,但它是稳定承载力分析的基础。当受压加劲板发生屈曲时,其变形形状经常被称为屈曲模态<sup>[6-10]</sup>。由于受压结构不同的屈曲模态将导致不同的稳定承载力,对于受压加劲板来说,由于组成结构各部分刚度的改变,失稳将有较多的屈曲模态<sup>[11-14]</sup>。因此,本文采用理论分析和有限元分析相结合的方法对受压弹性稳定和屈曲模态进行分析,加深对新规范的理解,并为受压加劲板稳定承载力计算提供参考。

## 1 理论与有限元分析方法

### 1.1 受压板和受压加劲板稳定计算

对于四边简支的受压板来说,其弹性翘曲失稳临界应力  $\sigma_{cr}$  可用以下公式计算<sup>[15]</sup>,即

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \frac{K}{(b/t)^2} \quad (1)$$

式中: $K$  为弹性翘曲稳定系数; $E$  为弹性模量; $\nu$  为泊松比; $b$  为板宽度; $t$  为板厚度。

#### 1.1.1 无纵向和横向加劲肋的四边简支板

对于无纵向和横向加劲肋的四边简支板来说,其弹性翘曲稳定系数  $K$  可以由下式计算,即

$$K = \begin{cases} (\alpha + \frac{1}{\alpha})^2 & \alpha \leq 1 \\ 4 & \alpha > 1 \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\alpha$  为四边简支板或四边简支加劲板的长宽比。

#### 1.1.2 纵向加劲肋等间距布置的简支加劲板

对于纵向加劲肋等间距布置的加劲板弹性翘曲稳定系数  $K$ ,可由式(4)~(6)计算:

(1)当纵向加劲肋的相对刚度  $r_1 \geq r_1^*$  ( $r_1^*$  为刚性加劲肋的最小刚度)时

$$K = 4n^2 \quad (3)$$

(2)当  $r_1 < r_1^*$  时

$$K = \begin{cases} \frac{(1+\alpha^2)^2 + nr_1}{\alpha^2 + 1 + n\delta_1} & \alpha \leq \alpha_0 \\ \frac{2(1+\sqrt{1+nr_1})}{1+n\delta_1} & \alpha > \alpha_0 \end{cases} \quad (4)$$

式中: $\alpha_0 = \sqrt[4]{1+nr_1}$ ,  $n$  为受压板被纵向加劲肋分割的子板元数; $\delta_1$  为单根纵向加劲肋截面面积与被加劲板的面积比。

刚性加劲肋的最小刚度  $r_1^*$  的计算公式为:

(1)当  $\alpha \leq \alpha_0$  时

$$r_1^* = \frac{1}{n} [4n^2(1+n\delta_1)\alpha^2 - (\alpha^2 + 1)^2] \quad (5)$$

(2)当  $\alpha > \alpha_0$  时

$$r_1^* = \frac{1}{n} \{ [2n^2(1+n\delta_1) - 1]^2 - 1 \} \quad (6)$$

#### 1.1.3 纵向和横向加劲肋等间距布置的加劲板

横向加劲肋满足式(7)要求时,即

$$r_t \geq \frac{1+nr_1^*}{4(a_t/b)^3} \quad (7)$$

式中: $r_t$  为横向加劲肋的相对刚度; $a_t$  为横向加劲肋的间距。

横向加劲肋可以作为简支边,弹性翘曲稳定系数按照仅设置纵向加劲肋的四边简支板来计算,其中加劲板的长度按照横向加劲肋的间距  $a_t$  计算。

横向加劲肋不满足式(7)要求时,弹性翘曲稳定系数可以由式(8),(9)确定:

(1)当  $\alpha \leq \alpha_0$  时

$$K \geq \frac{(1+\alpha^2)^2 + nr_1 + \alpha^4(n_t+1)r_t}{\alpha^2(1+n\delta_1)} \quad (8)$$

(2)当  $\alpha > \alpha_0$  时

$$K \geq \frac{2\{1 + \sqrt{(1+nr_1)[1+(n_t+1)r_t]}\}}{1+n\delta_1} \quad (9)$$

$$\alpha_0 = \sqrt[4]{(1+nr_1)/[1+(n_t+1)r_t]} \quad (10)$$

式中: $n_t$  为等间距布置的横向加劲肋数量。

### 1.2 有限元模型

有限元模型采用考虑大变形的 Shell181 壳单元,弹性模量为  $2.06 \times 10^5$  MPa,泊松比为 0.3,模型的边界条件为四边均约束  $z$  方向的位移,其中平行于  $x$  轴的  $a/2$  处两节点约束  $y$  方向位移( $a$  为加劲板长度),平行于  $y$  轴的  $b/2$  处两边中点约束  $x$  方向位移。有限元模型如图 1 所示。

## 2 无纵向和横向加劲肋的四边简支板屈曲模态和临界屈曲应力

当具有纵向和横向加劲肋的四边简支加劲板的

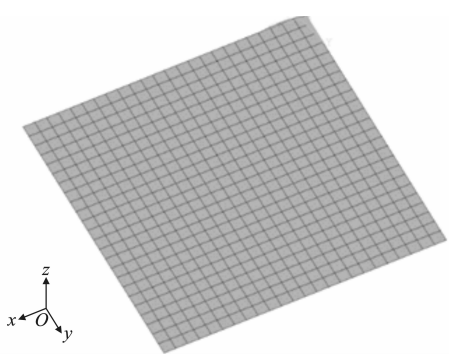


图 1 有限元模型

Fig. 1 Finite Element Model

纵向和横向加劲肋刚度同时比较大时,由加劲肋所围起的板单元发生屈曲,加劲肋处形成波节,并保持直线线形,其屈曲模态如图 2(a)所示。为简化计算,可以将纵向和横向加劲肋处理成简支边,所围起的板单元为四边简支板,无纵向和横向加劲肋的四边简支板屈曲模态如图 2(b)所示。为了分析长宽比、宽厚比对四边简支板屈曲性能的影响,现以长 2 400 mm,宽 2 400 mm,厚度为 16 mm 的平板为标准试件,通过变化四边简支板的长度和宽度改变其长宽比,通过变化板厚改变其宽厚比,有限元分析结果与新规范计算结果对比如图 3,4 所示。

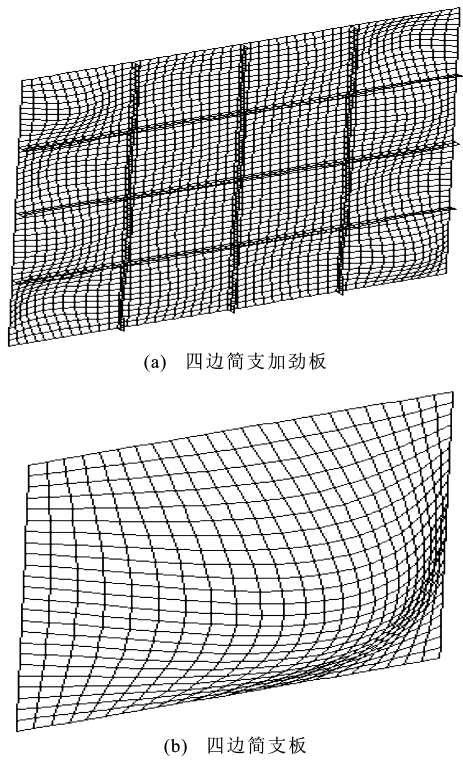


图 2 四边简支加劲板和四边简支板的屈曲模态

Fig. 2 Buckling Modes of Four-side Simply-supported Stiffened Plate and Four-side Simply-supported Plate

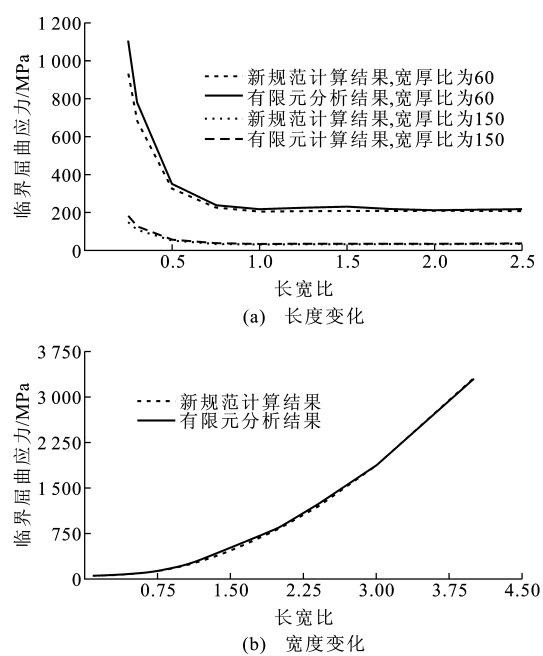


图 3 四边简支板临界屈曲应力随长宽比变化曲线

Fig. 3 Change Curves of Critical Buckling Stress with Length to Width Ratio of Four-side Simply-supported Plate

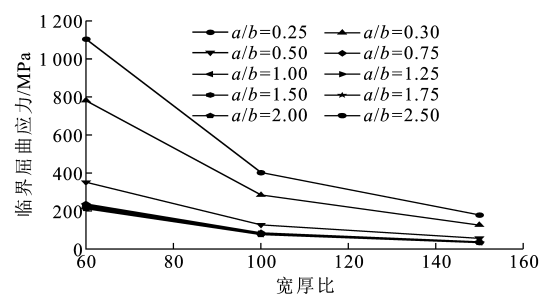


图 4 四边简支板临界屈曲应力随宽厚比变化曲线

Fig. 4 Change Curves of Critical Buckling Stress with Width to Thickness Ratio of Four-side Simply-supported Plate

从图 3(a)可以看出:由长度变化引起的长宽比小于 1 时,四边简支板的临界屈曲应力随着长宽比的增大而下降,长宽比小于 0.5 时更明显;长宽比大于 1 时,临界屈曲应力基本没有变化。从图 3(b)可以看出,由宽度变化引起的长宽比大于 0.75 时,四边简支板的临界屈曲应力变化较大,随着长宽比的增大而增大,长宽比小于 0.75 时,临界屈曲应力基本没有变化。从图 4 可以看出,临界屈曲应力随着宽厚比增大而减小,并随着长宽比减小其递减趋势更加明显。以上分析说明了减小四边简支板的长度、宽度和宽厚比可以提高临界屈曲应力,而四边简支板的宽度增大到一定程度后,长度方向的简支边对其临界屈曲应力影响减弱。

### 3 纵向加劲肋等间距布置的四边简支加劲板屈曲模态和临界屈曲应力

对于纵向加劲肋等间距布置的四边简支加劲板的分析模型,首先要保证纵向加劲肋和被加劲板都不能先发生失稳,也就是需要保证纵向加劲肋与被加劲板同时发生失稳。加劲板布置与尺寸如图 5 所示,其中  $b_1$  为加劲肋中心之间的距离,  $t_p$  为被加劲板厚度,  $t_s$  为加劲肋厚度,  $h_s$  为加劲肋高度。参考第 2 节四边简支板设定尺寸,确定分析的加劲板参数为  $a=2\ 400\text{ mm}$ ,  $b=2\ 400\text{ mm}$ ,  $b_1=600\text{ mm}$ ,  $t_p=16\text{ mm}$ ,  $t_s=10\text{ mm}$ ,  $h_s=100\text{ mm}$ , 此时加劲肋刚度比为 3.70, 小于临界刚度比 16.67, 承受纵向均匀压力。

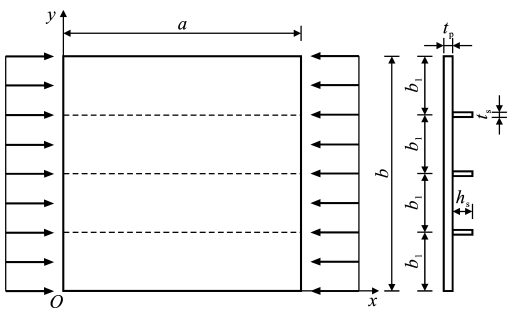


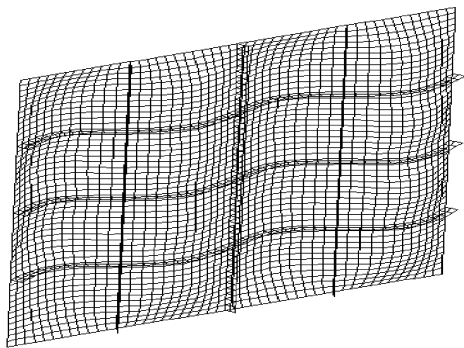
图 5 设置纵向加劲肋的加劲板尺寸

Fig. 5 Size of Stiffened Plate with Longitudinal Stiffening Ribs

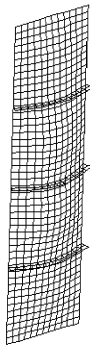
当具有纵向和横向加劲肋的四边简支加劲板的横向加劲肋刚度比较大而纵向加劲肋刚度比较小时,由横向加劲肋所围起的四边简支加劲板发生屈曲,在横向加劲肋处形成波节,并保持直线线形,其屈曲模态如图 6(a)所示。这时横向加劲肋可以处理成简支边,所围起的加劲板为纵向加劲肋等间距布置的四边简支加劲板,其屈曲模态如图 6(b)所示。

保持高厚比不变,取加劲肋高度为 50, 70, 100 mm 三种情况,相应的加劲肋刚度比分别为 0.28, 0.89, 3.70, 均小于其临界刚度比 15.42, 15.82, 16.67, 通过改变加劲肋纵向长度、宽度来改变加劲板的长宽比,分析不同长宽比加劲板的临界屈曲应力,如图 7 所示。保持加劲板长宽比等于 1 不变,同时变化长度和宽度,计算结果如图 8 所示。

从图 7(a)可以看出,长度变化的加劲板临界屈曲应力随着加劲板长宽比的增大先急剧下降,在长宽比大于 1.5 之后趋于稳定。从图 7(b)可以看出,宽度变化的加劲板临界屈曲应力随着加劲板长宽比的增大而逐渐增大,长宽比小于 0.5 时增长较缓慢,



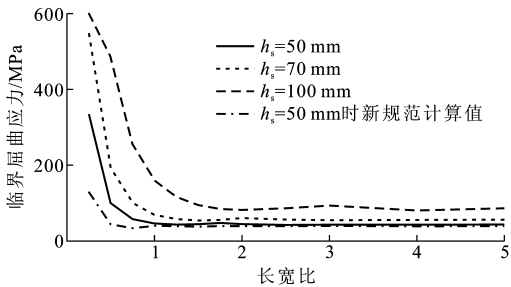
(a) 刚性横向加劲肋四边简支加劲板



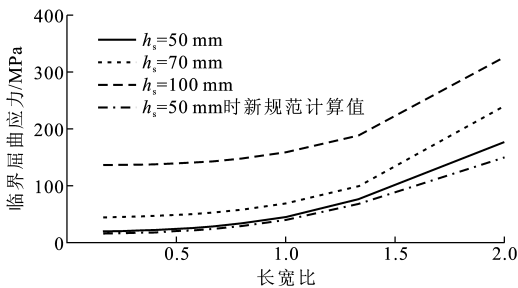
(b) 无横向加劲肋四边简支加劲板

图 6 纵向加劲肋加劲板的屈曲模态

Fig. 6 Buckling Modes of Stiffened Plate with Longitudinal Stiffening Ribs



(a) 长度变化



(b) 宽度变化

图 7 临界屈曲应力随加劲板长宽比变化曲线 I

Fig. 7 Change Curves I of Critical Buckling Stress with Length to Width Ratio of Stiffened Plate

大于 0.5 之后增长较快。从图 8 可以看出,同时变化长度和宽度的加劲板临界屈曲应力随长度的增大而降低,降低幅度由大到小,最后趋于稳定。上述分析中新规范计算结果和有限元分析结果吻合较好。

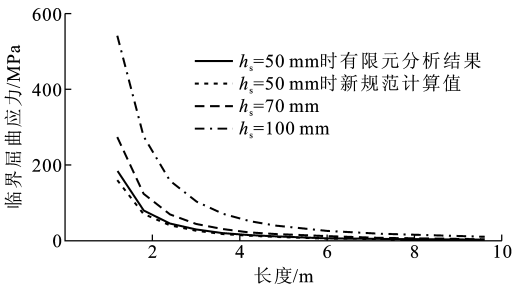


图 8 长宽比不变时加劲板临界屈曲应力变化曲线 I  
Fig. 8 Change Curves I of Critical Buckling Stress of Stiffened Plate when Length to Width Ratio Is Constant

4 纵向和横向加劲肋等间距布置的加劲板屈曲模态和临界屈曲应力

当加劲板的纵向和横向加劲肋的刚度比较小,加劲板发生屈曲时,纵向和横向加劲肋与被加劲板一同变形,其屈曲模态如图 9 所示。按照第 3 节中设计的加劲肋为例,保持高厚比不变,取加劲肋高度为 50,70,100 mm,相应的加劲肋刚度比为 0.28,0.89,3.7,均小于相应临界刚度比 15.42,5.82,16.67,通过改变加劲肋纵向长度和宽度来改变加劲板的长宽比,分析不同长宽比加劲板的临界屈曲应力,如图 10 所示。保持加劲板长宽比等于 1 不变,同时变化长度和宽度,计算结果如图 11 所示。

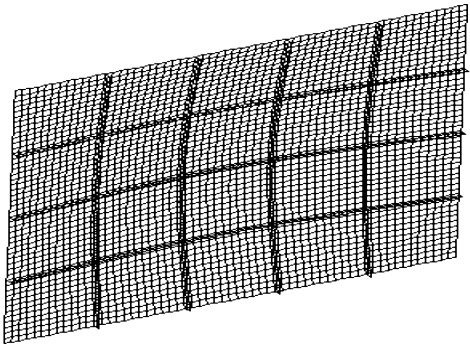


图 9 纵向和横向加劲肋等间距布置的加劲板屈曲模态  
Fig. 9 Buckling Modes of Stiffened Plate with Longitudinal and Transverse Stiffening Ribs Arranged by Equal Distance

从图 10(a)可以看出,长度变化的加劲板临界屈曲应力随加劲板长宽比的增大先急剧下降,在长宽比大于 1 后趋于稳定。从图 10(b)可以看出,宽度变化的加劲板临界屈曲应力随着加劲板长宽比的增大而逐渐增大,长宽比小于 0.5 时增长较缓慢,大于 0.5 后增长较快。从图 11 可以看出,同时变化长度和宽度的加劲板临界屈曲应力随着长度的增加而

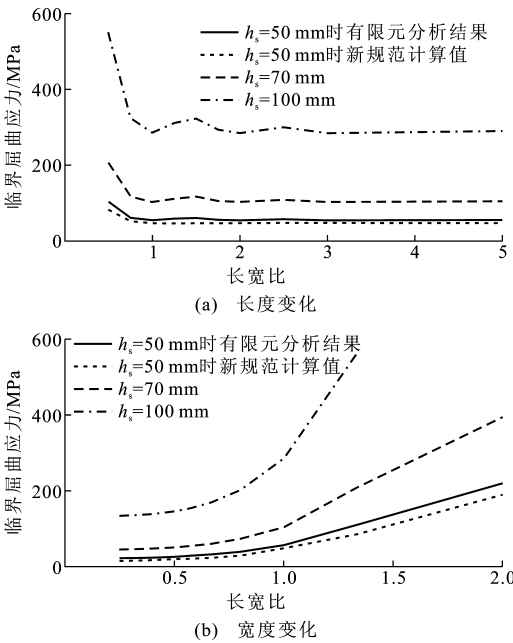


图 10 临界屈曲应力随加劲板长宽比变化曲线 II  
Fig. 10 Change Curves II of Critical Buckling Stress with Length to Width Ratio of Stiffened Plate

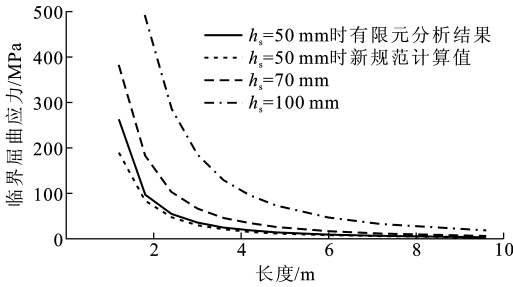


图 11 长宽比不变时加劲板临界屈曲应力变化曲线 II  
Fig. 11 Change Curves II of Critical Buckling Stress of Stiffened Plate when Length to Width Ratio Is Constant

逐渐下降,下降速度越来越缓慢,最后趋于稳定。

5 加劲肋刚度对加劲板屈曲性能的影响

5.1 纵向加劲肋刚度的影响

保持纵向加劲肋高厚比不变,应用板壳有限元法分析加劲肋刚度对加劲板临界屈曲应力的影响,并将所得结果和新规范进行对比,如图 12 所示。

从图 12 可以看出,当加劲肋与加劲板刚度比在 0~18.75 (此时加劲肋厚度  $t_s = 15$  mm,高度  $h_s = 150$  mm) 范围内时,运用 2 种方法计算得到的加劲板 1 阶屈曲临界应力随着刚度比的增大均呈线性增长,2 种方法计算结果最大相差 13% 左右,这时加劲板纵向和横向均发生正弦半波形式的变形,加

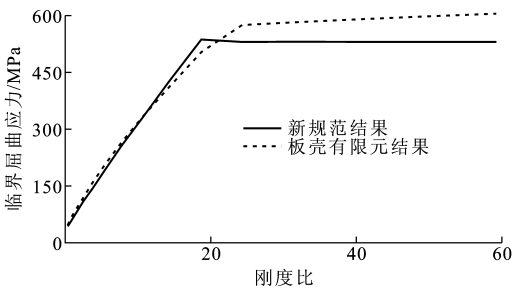


图 12 高厚比不变时加劲板临界屈曲应力随纵向加劲肋刚度比的变化曲线

Fig. 12 Change Curves of Critical Buckling Stress of Stiffened Plate with Stiffness Ratio of Longitudinal Stiffening Rib when Height to Thickness Ratio Is Constant

劲板屈曲模态如图 13(a) 所示。当刚度比大于 18.75 时,新规范计算的临界屈曲应力为定值,有限元计算结果显示,当刚度比大于 18.75 时,加劲板 1 阶屈曲临界应力增加缓慢,加劲板发生如图 13(b) 所示的变形,加劲肋与被加劲板均发生局部屈曲,这也是新规范与有限元分析结果的差异所在。

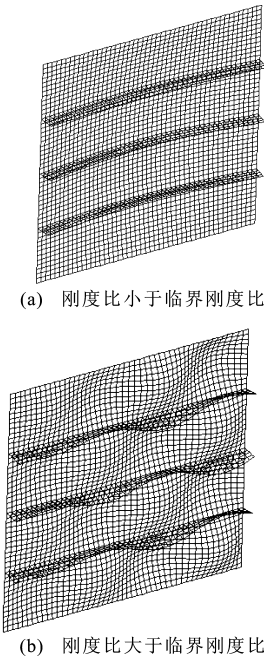


图 13 不同纵向加劲肋刚度比的加劲板屈曲模态

Fig. 13 Buckling Modes of Stiffened Plate with Different Stiffness Ratios of Longitudinal Stiffening Rib

保持加劲肋高度为 150 mm 不变,变化加劲肋厚度,应用板壳有限元法分析改变加劲肋厚度导致加劲肋刚度变化而对加劲肋临界屈曲应力的影响,并将所得结果和新规范进行对比。加劲板临界屈曲应力随纵向加劲肋刚度比变化曲线如图 14 所示,加劲板屈曲模态随加劲肋刚度比的变化如图 15 所示。

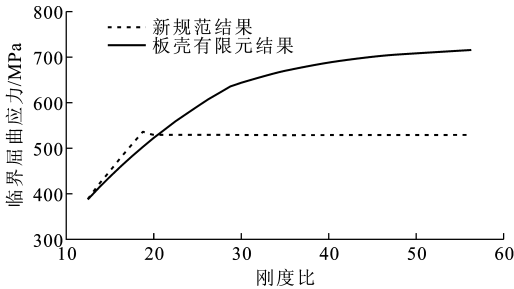
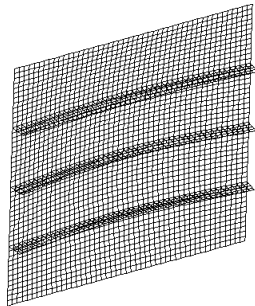
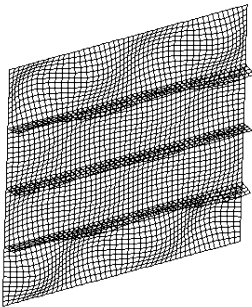


图 14 高度不变时加劲板临界屈曲应力随纵向加劲肋刚度比的变化曲线

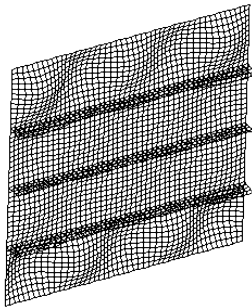
Fig. 14 Change Curves of Critical Buckling Stress of Stiffened Plate with Stiffness Ratio of Stiffening Rib when Height Is Constant



(a) 模式1:整体屈曲



(b) 模式2:加劲肋与被加劲板均发生局部屈曲



(c) 模式3:被加劲板发生局部屈曲

图 15 加劲板屈曲模态随纵向加劲肋刚度比的变化

Fig. 15 Changes of Buckling Modes of Stiffened Plate with Stiffness Ratios of Longitudinal Stiffening Rib

5.2 横向加劲肋刚度的影响

为分析横向加劲肋刚度对加劲板屈曲性能的影响,设纵向加劲肋  $h_s=50\text{ mm}$ ,  $t_s=5\text{ mm}$ ,保持横向加劲肋高厚比不变,应用板壳有限元法计算加劲板

的临界屈曲应力,并将计算结果与新规范计算结果进行对比,其中弹性翘曲稳定系数  $K$  按照式(10), (11)计算。图 16 为加劲板临界屈曲应力随横向加劲肋刚度比变化曲线。

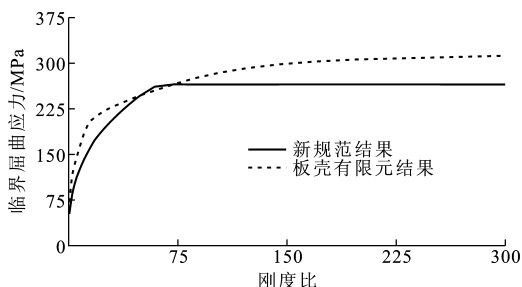


图 16 加劲板临界屈曲应力随横向加劲肋刚度比变化曲线

Fig. 16 Change Curves of Critical Buckling Stress of Stiffened Plate with Stiffness Ratio of Transverse Stiffening Ribs

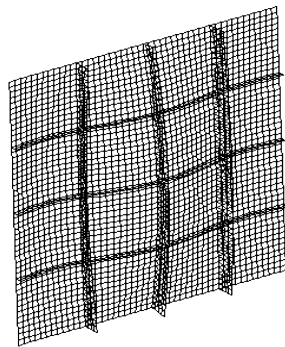
从图 16 可以看出,当横向加劲肋刚度比小于 59.24 时,2 种方法计算的临界屈曲应力变化趋势相同,均为临界屈曲应力随着刚度比的增大而增大,加劲板屈曲模态如图 17(a)所示,屈曲模态为加劲板纵向和横向均发生正弦半波形式的翘曲。当横向加劲肋刚度大于 59.24 时,有限元计算结果和新规范计算结果的差距逐渐拉大,理论计算结果为定值,而有限元计算结果有缓慢上升趋势,加劲板屈曲模态如图 17(b)所示,横向加劲肋处形成波节,被加劲板发生屈曲。

## 6 结 语

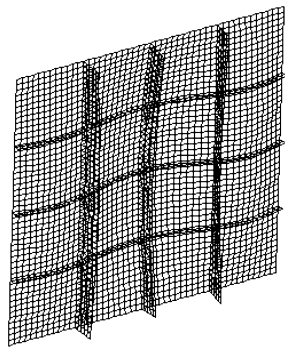
(1)对于四边简支板或四边简支加劲板,临界屈曲应力随板长改变的长宽比增大初始阶段急剧减小,而后趋于稳定;临界屈曲应力随板宽改变的长宽比增大初始阶段保持不变,而后增大;当同时改变长度和宽度并保证长宽比不变时,加劲板的临界屈曲应力随着宽厚比的增大而减小,之后趋于稳定。

(2)保持纵向加劲肋高厚比不变,同时变化其高度与厚度,加劲肋的刚度比小于临界刚度比时,加劲板临界屈曲应力随着加劲肋刚度比的增加而呈线性增大,大于临界刚度比时,加劲板发生局部失稳,有限元法计算的加劲板临界屈曲应力随加劲肋刚度比的增大略微增大,与新规范计算的临界屈曲应力保持定值略有不同。

(3)保持纵向加劲肋高度不变,变化加劲肋厚度,新规范与有限元法计算的临界屈曲应力相差较大,有限元法分析表明,加劲肋并不是由柔性加劲肋直接过渡到刚性加劲肋,而是在两者间出现加劲肋



(a) 小于临界刚度比1阶屈曲模态



(b) 大于临界刚度比1阶屈曲模态

图 17 加劲板屈曲模态随横向加劲肋刚度比的变化

Fig. 17 Changes of Buckling Modes of Stiffened Plate with Stiffness Ratios of Transverse Stiffening Rib

失稳情况,但临界屈曲应力仍随着加劲肋刚度比的增加而增大,一直达到刚性加劲肋时,临界屈曲应力趋于不变。

(4)保持横向加劲肋高厚比不变,同时变化其高度与厚度时,加劲板的临界屈曲应力随横向加劲肋刚度比增大非线性增大,屈曲模态为带纵向和横向加劲肋的加劲板整体发生正弦半波形式的变形;横向加劲肋刚度比达到临界刚度比后,临界屈曲应力曲线保持平缓。屈曲模态为横向加劲肋处形成波节,带纵向加劲肋的加劲板发生整体失稳。

## 参考文献:

## References:

- [1] 武晓东,宋 波. 抗弯刚度比对加劲板屈曲性能的影响[J]. 北京科技大学学报,2012,34(11):1352-1357.  
WU Xiao-dong, SONG Bo. Influence of Flexural Stiffness Ratio on the Buckling Behavior of a Stiffened Plate[J]. Journal of University of Science and Technology Beijing, 2012, 34(11): 1352-1357.
- [2] 张 麒,方淑君,戴公连. 钢箱梁受压翼缘局部稳定分析[J]. 钢结构,2002,17(3):25-27.  
ZHANG Qi, FANG Shu-jun, DAI Gong-lian. Local Stability Analysis on Steel Box Girder Subjected to Pressure[J]. Steel Construction, 2002, 17(3): 25-27.

- [3] 陈 骥. 钢结构稳定:理论与设计[M]. 北京:科学出版社,2001.  
CHEN Ji. Stability of Steel Structures: Theory and Design[M]. Beijing: Science Press, 2001.
- [4] 陈绍蕃. 钢结构稳定设计指南[M]. 3版. 北京:中国建筑工业出版社,2013.  
CHEN Shao-fan. Guidelines for Stability Design of Steel Structures[M]. 3rd ed. Beijing: China Architecture & Building Press, 2013.
- [5] 项海帆. 高等桥梁结构理论[M]. 2版. 北京:人民交通出版社,2013.  
XIANG Hai-fan. Advanced Theory of Bridge Structures[M]. 2nd ed. Beijing: China Communications Press, 2013.
- [6] 李立峰,邵旭东. 扁平钢箱梁闭口U形肋加劲板屈曲特性理论分析[J]. 公路交通科技, 2009, 25(3): 88-92.  
LI Li-feng, SHAO Xu-dong. Theoretical Analysis on Stability Property of U-rib Stiffened Plate of Flat Steel Box Girder[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2009, 25(3): 88-92.
- [7] 陈子星,黄 志,王飞娅,等. 折线形钢箱柱特征值屈曲分析及横向加劲肋设计[J]. 四川建筑, 2011, 31(4): 166-167, 169.  
CHEN Zi-xing, HUANG Zhi, WANG Fei-ya, et al. Characteristic Value Buckling Analysis of Broken-line Steel Box Column and Design of Transverse Stiffening Rib[J]. Sichuan Architecture, 2011, 31(4): 166-167, 169.
- [8] 程 斌,赵金城,肖汝诚. 基于等稳定水准的中厚板加劲肋优化设计[J]. 上海交通大学学报, 2011, 45(4): 528-533.  
CHENG Bin, ZHAO Jin-cheng, XIAO Ru-cheng. Equal-stability Level Based Optimal Stiffener Design for Moderately Thick Plates[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2011, 45(4): 528-533.
- [9] 姚行友,郭彦利. 轴心受压部分加劲板件稳定系数计算方法研究[J]. 宁夏大学学报:自然科学版, 2014, 35(2): 136-140.  
YAO Xing-you, GUO Yan-li. Calculated Method for Stability Coefficient of Partially Stiffened Element Under Axial Compression[J]. Journal of Ningxia University: Natural Science Edition, 2014, 35(2): 136-140.
- [10] 姚行友,李元奇. 冷弯薄壁型钢卷边槽形截面构件畸变屈曲承载力计算方法研究[J]. 工程力学, 2014, 31(9): 174-181.  
YAO Xing-you, LI Yuan-qi. Distortional Buckling Strength of Cold-formed Thin-walled Steel Members with Lipped Channel Section[J]. Engineering Mechanics, 2014, 31(9): 174-181.
- [11] 许醇义. 具有加劲肋的四边简支矩形板的稳定性研究[J]. 苏州城建环保学院学报, 1994, 7(3): 21-27.  
XU Chun-yi. Study of the Stability of a Simple Rectangular Plate with a Ribbed Stiffener [J]. Journal of Suzhou Institute of Urban Construction and Environmental Protection, 1994, 7(3): 21-27.
- [12] 邵旭东,张 欣,李立峰. 开口加劲板稳定极限承载力分析[J]. 公路, 2005(7): 1-4.  
SHAO Xu-dong, ZHANG Xin, LI Li-feng. Stability Analysis of Ultimate Bearing Capacity of Open Stiffened Plates[J]. Highway, 2005(7): 1-4.
- [13] 宋恒扬. 开口加劲肋板稳定极限承载力分析[J]. 山西建筑, 2007, 33(15): 314-316.  
SONG Heng-yang. Analysis on the Stability Limit Bearing of Split Crosses of Steel Box-beams of the Bridge[J]. Shanxi Architecture, 2007, 33(15): 314-316.
- [14] 王欣南,徐莲净. 受压开口肋加劲板稳定承载力数值模拟[J]. 中外公路, 2014, 34(6): 168-170.  
WANG Xin-nan, XU Lian-jing. Numerical Simulation of the Stability Bearing Capacity of Stiffened Plate with Open Stiffened Plates [J]. Journal of China & Foreign Highway, 2014, 34(6): 168-170.
- [15] JTG D64—2015, 公路钢结构桥梁设计规范[S].  
JTG D64—2015, Specifications for Design of Highway Steel Bridge[S].