

文章编号:1673-2049(2016)04-0069-07

# 不同桩基模拟方法对液化场地桥梁地震响应的影响

祝 兵,王冲冲,王 晶

(西南交通大学 土木工程学院,四川 成都 610031)

**摘要:**为了考察桩-土相互作用以及桩基土液化对桥梁结构地震响应的影响,针对处于可液化场地的某座铁路三跨预应力连续梁-拱组合桥,利用 ANSYS 有限元计算软件建立墩底固结模型Ⅰ及基于  $m$  值法和  $P$ - $Y$  曲线法的全桩模型Ⅱ和模型Ⅲ,并对各模型进行振动特性计算分析和时程计算分析。结果表明:3个有限元模型的基本振型相同,均为面外横向侧弯;全桩模型Ⅱ和模型Ⅲ前5阶振型分布特点一致,验证了模型对比分析方式和  $P$ - $Y$  曲线法的合理性;模型Ⅰ,Ⅱ,Ⅲ的一阶频率分别为 0.836 69,0.518 95,0.502 78 Hz,拱顶横向位移时程计算值分别为 0.005 13,0.020 3,0.022 1 m;考虑桩-土相互作用及液化土非线性后,结构关键位置位移响应值进一步增大;所得结论可为今后可液化场地的桥梁进行抗震分析提供参考。

**关键词:**桥梁抗震;地震响应; $P$ - $Y$ 曲线法;梁-拱组合桥;时程计算;液化场地

中图分类号:U441

文献标志码:A

## Influence of Different Pile Foundation Simulation Methods on Seismic Response of Bridge in Liquefiable Ground

ZHU Bing, WANG Chong-chong, WANG Jing

(School of Civil Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, Sichuan, China)

**Abstract:** In order to investigate the influence of pile-soil interaction and pile foundation soil liquefaction on seismic response of bridge structure, model I for the bottom of pier consolidation, whole pile model II and model III based on  $m$ -value method and  $P$ - $Y$  curve method for a railway bridge with three-span prestressed and continuous beam-arch combination structure in liquefiable site were established by finite element analysis software ANSYS. The vibration characteristics and time history of models were calculated. The results show that the basic modes of the three finite element models are same, and lateral bending is the basic mode of the bridge. The whole pile model II and model III have the same first 5 modes, which shows that the model analysis of contrast method and application of  $P$ - $Y$  curve method were reasonable. The first order frequencies of model I, II and III were 0.836 69, 0.518 95, 0.502 78 Hz. The calculation values of lateral displacement of vault were 0.005 13, 0.020 3, 0.022 1 m. The displacement response values of key locations of structure increase while considering the pile-liquefied soil interaction and liquefied soil nonlinear. The method can provide a reference for the analysis of bridge seismic liquefiable ground in the future.

**Key words:** bridge seismic; seismic response;  $P$ - $Y$  curve method; beam-arch composite bridge; time history calculation; liquefied site

收稿日期:2016-03-10

基金项目:教育部“春晖计划”项目(Z2014034);中央高校基本科研业务费专项资金项目(2682013BR015EM)

作者简介:祝 兵(1965-),男,江苏无锡人,教授,博士研究生导师,工学博士,E-mail:zhubing126@126.com。

0 引言

震害调查数据表明,场地液化是桥梁及房屋等建筑物震害的主要原因之一<sup>[1-3]</sup>。因此,如何准确模拟液化场地桩-土相互作用、液化土的本构关系及液化土强度弱化是桥梁地震响应分析计算的难点和重点。现在人们针对处在非液化场地桥梁抗震已做了大量的分析和研究工作,但对于处在液化场地的大跨度桥梁的抗震分析还未形成统一的认识。针对这一问题,各国普遍采用的方法是  $m$  值法和  $P$ - $Y$  曲线法<sup>[4-10]</sup>。为了考察桩-土相互作用及桩基土液化对结构地震响应的影响,本文针对处于可液化场地的某铁路三跨连续梁-拱组合桥,利用 ANSYS 有限元计算软件,分别建立墩底固结模型Ⅰ及基于  $m$  值法和  $P$ - $Y$  曲线法的全桩模型Ⅱ和模型Ⅲ,并对各模型进行振动特性计算分析、地震反应谱分析和时程计算分析,对比分析不同桩基的模拟形式对结构振动特性及地震响应的影响。

1 工程概况

本文所选取的特大桥为三跨连续预应力变截面箱梁和钢管混凝土拱的组合梁桥(图 1),桥跨布置为 63.4 m+136 m+63.4 m。该桥主梁为单箱双室截面,按双线直梁设计。中跨设加劲拱,两拱肋采用钢管混凝土结构,每片拱肋由 2 根上下弦钢管和 2 块钢板焊接成哑铃型断面(图 2)。拱肋横向中心距为 12.9 m,两拱肋间设 9 道横撑,全桥共设 14 对吊杆。

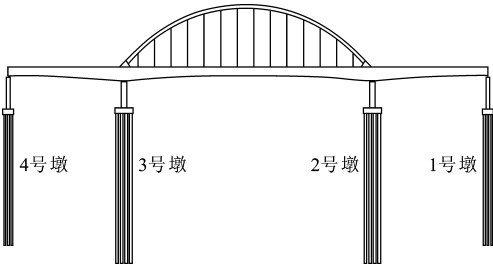


图 1 全桥平面示意

Fig. 1 Schematic Diagram of Whole Bridge

全联箱梁均设了防落梁措施。中墩 3 号墩和 2 号墩分别为固定墩和活动墩,两墩的墩身截面均采用矩形截面,基础采用 18 根直径 1.80 m 的钻孔灌注桩。边墩 1 号和 4 号墩采用圆形截面实体墩,纵向不设预偏心,基础采用 8 根直径 1.50 m 的钻孔灌注桩。

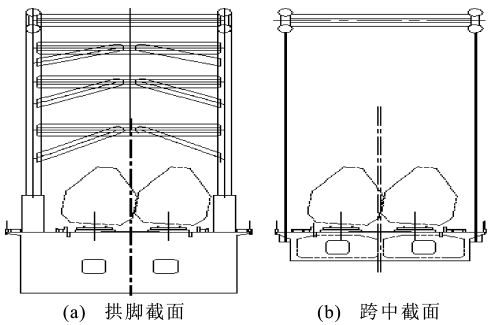


图 2 桥梁结构横断面

Fig. 2 Cross Sections of Bridge Structure

2 可液化场地桩-土相互作用的分析方法

目前一般采用  $m$  值法和  $P$ - $Y$  曲线法来进行桩-土相互作用的模拟分析。模型建立时,桩-土相互作用通过液化土层各分层等代“土弹簧”和分层中心点与桩相同位置处对应节点的耦合来实现,“土弹簧”用 ANSYS 弹簧单元 Combin39 来模拟<sup>[11-12]</sup>。土的本构关系通过定义 Combin39 单元实常数(定义力和位移相对应的坐标点 $[p,y]$ )来实现。

2.1  $m$  值折减法

本文参照中国现行的《铁路工程抗震设计规范》(GB 50111—2006)<sup>[13]</sup>规定的液化土力学指标折减系数来考虑地基土液化的影响, $m$  取值如表 1 所示。非液化土层取表 1 所示的  $m$  值;液化土层按折减系数 0.33 予以考虑。

表 1 参照《铁路工程抗震设计规范》的  $m$  取值  
Tab. 1 Values of  $m$  Referring to Code for Seismic Design of Railway Engineering

序号	土层名称	$m/(\text{kN} \cdot \text{m}^{-4})$
1	松散填土	10 000
2	粉质粘土	25 000
3	细沙	15 000
4	中砂	20 000
5	粗砂	25 000
6	砾砂	60 000

注: $m$  为土水平抗力系数的比例系数。

结构各墩底桩基土不同深度处“土弹簧”的等效刚度  $k$  随深度  $z$  变化。同一土层  $m$  取值相同,等效刚度随深度线性增加。考虑液化土时给予  $m$  值一折减系数,这一基于线弹性的计算方法不能反映液化土非线性的特征。为了考虑液化土非线性的特征,计算分析液化土非线性对结构地震响应的影响,本文又采用  $P$ - $Y$  曲线法分析了桩-土相互作用及液

化土非线性对桥梁结构地震响应的影响。

2.2 P-Y 曲线法

P-Y 曲线法的基本原理是把土层中的桩简化为非线性 Winkler 地基梁,通过分析非线性弹簧的 P-Y 关系描述桩-土之间的相互作用<sup>[14-18]</sup>。目前,这种方法被广泛地应用到高层建筑和海洋平台结构桩基的分析当中,其主要原因是 P-Y 曲线法考虑了土的非线性,并且引入了土的强度参数<sup>[19-22]</sup>。该方法中液化土的极限抗力与土体的有效重度、计算点所在深度、桩径和土的内摩擦角有关,土层基本计算参数

的取值如表 2 所示。

砂土的 P-Y 曲线用下式表示

$$P=AP_U\tanh(\frac{KXy}{AP_U})$$
 (1)

式中:P 为土的抗力;K 为初始模量,以内摩擦角  $\varphi$  为参数;X 为计算点的深度;P<sub>U</sub> 为深度 X 处土的极限抗力;A 为考虑循环荷载或短期静载状态的系数,对于循环荷载 A=0.9,对于短期静载 A≥0.9;y 为桩侧位移。

在用 P-Y 曲线法计算“土弹簧” Combin39 单元

表 2 土层基本计算参数取值  
Tab. 2 Value of Basic Calculation Parameters of Soil Layer

土层名称	计算参数							X <sub>r</sub> /m	
	φ/(°)	γ/(kN·m <sup>-3</sup> )	c <sub>1</sub>	c <sub>2</sub>	c <sub>3</sub>	K <sub>u</sub> /(kN·m <sup>-3</sup> )	K <sub>d</sub> /(kN·m <sup>-3</sup> )	d=1.5 m	d=1.8 m
细沙	25	14	1.2	2.0	15	4 497.5	6 179.375	16.25	19.500
中沙	30	15	1.9	2.6	28	12 596.0	9 995.200	19.97	23.968
粗砂	35	16	3.0	3.4	55	37 005.5	21 647.975	25.80	30.960
砾砂	35	16	3.0	3.4	55	37 005.5	21 647.975	25.80	30.960

注:φ 为土的内摩擦角;γ 为土体有效重度;c<sub>1</sub>,c<sub>2</sub>,c<sub>3</sub> 均为系数,由土体内摩擦角确定;K<sub>u</sub>,K<sub>d</sub> 分别为水上、水下初始模量;X<sub>r</sub> 为临界深度;d 为桩径。

实常数时,非液化土层用 m 值法进行计算,考虑液化土层的影响,给予非液化土层 m 值进行 1/3 折减,液化土层则按照 P-Y 曲线法介绍的公式计算其土抗力和变形的对应关系。P-Y 曲线法计算的“土弹簧”典型的抗力-位移关系如图 3 所示。不同基础的有限元模型见图 4。

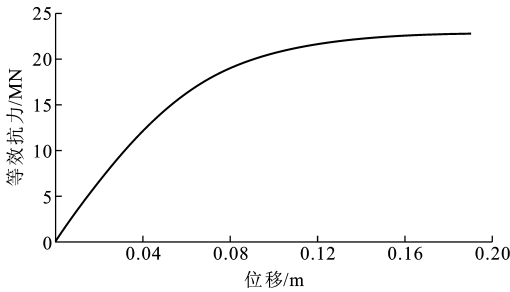


图 3 “土弹簧”等效 P-Y 曲线  
Fig. 3 Equivalent P-Y Curve of “Soil Spring”

3 结构自振特性分析

对 3 个有限元模型进行振动特性分析,计算结果如表 3 所示,各模型第 1 阶振型见图 5。

模型 I、模型 II 及模型 III 的第 1 阶与第 2 阶振型均为主拱的面外侧向振动,说明该振型是该桥梁的基本振型。对比模型 I 和模型 II,考虑液化场地桩-土相互作用后,结构基频由 0.836 69 Hz 减至 0.518 95 Hz,结构变柔,抗弯刚度减小。对比模型

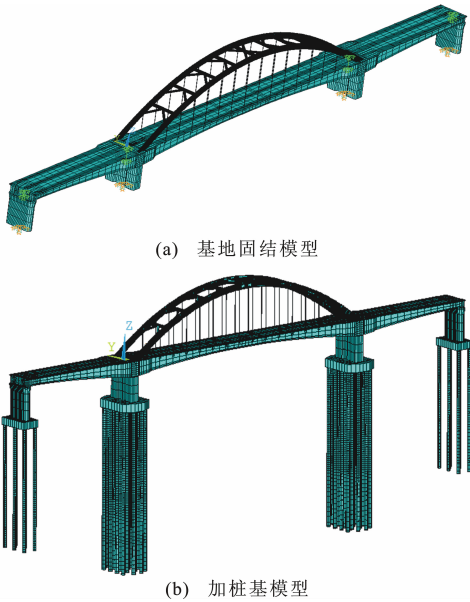


图 4 不同基础的有限元模型

Fig. 4 Finite Element Model of Different Foundation  
II 和模型 III,进一步考虑液化土后,基频由 0.518 95 Hz 减至 0.502 78 Hz,结构进一步变柔,即面外刚度减小,但减少的幅度明显小于模型 I 和模型 II 的差。各模型的基本振型以侧弯为主,在做地震响应分析时,侧向面外振动依然是考虑的重点。

4 地震响应时程分析

反应谱分析方法仅能计算出结构各振型叠加的

表 3 模型振动特性对比

Tab.3 Comparison of Vibration Characteristics of Models

阶次	频率/Hz			振型		
	模型 I	模型 II	模型 III	模型 I	模型 II	模型 III
1	0.836 69	0.518 95	0.502 78	主拱一阶对称侧弯	拱一阶对称侧弯	拱一阶对称侧弯
2	1.650 20	0.792 74	0.772 59	主拱一阶反对称侧弯	拱一阶反对称侧弯	拱一阶反对称侧弯
3	2.061 10	0.949 63	0.940 93	主梁一阶对称竖弯	拱+主梁一阶对称侧弯	拱+梁一阶对称侧弯
4	2.279 40	1.264 90	1.255 20	主梁一阶反对称竖弯	拱+主梁一阶反对称侧弯	拱+梁一阶反对称侧弯
5	2.503 50	1.336 70	1.308 50	主拱+主梁一阶对称侧弯	主梁一阶反对称竖弯	梁一阶反对称竖弯
6	2.824 40	1.659 30	1.658 60	主拱二阶对称侧弯	拱扭转	主拱扭转
7	3.188 00	2.158 60	2.153 40	主拱一阶竖弯+中墩纵弯	主梁一阶对称竖弯	拱扭转+梁反对称侧弯
8	3.712 00	2.169 40	2.156 30	主拱二阶反对称侧弯	二阶反对称侧弯	拱+主梁对称竖弯
9	4.129 70	2.554 50	2.540 30	主拱纵弯+边墩纵弯	拱+主梁反对称竖弯	拱+主梁反对称竖弯
10	4.154 90	2.811 40	2.811 10	主拱二阶对称竖弯	拱二阶反对称侧弯	拱二阶反对称侧弯

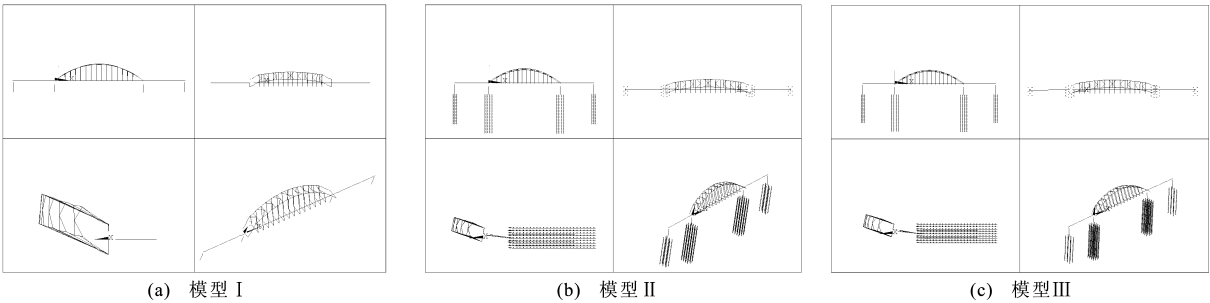


图 5 各模型第 1 阶振型

Fig.5 The First Order Vibration Mode of Each Model

最大值,不能反映出结构地震响应的时间历程信息。为了进一步了解该桥在地震动作用下的抗震性能,并考虑其非线性的影响,采用时程计算方法对 3 个有限元模型作进一步的计算分析,得出不同桩基模拟形式对结构位移和内力的影响。

4.1 地震加速度时程的选定

对空间有限元模型进行地震响应时程分析时,首要问题是选择合适的地震动激励输入。参照该连续梁-拱组合特大桥桥址处地质资料和《铁路工程抗震设计规范》(GB 50111—2006)<sup>[13]</sup>,该地区属于Ⅲ类场地一区,地震基本烈度为 7 度,按 8 度抗震设防。采用常用的 El Centro 波,做相应的修正后对该大桥 3 个有限元模型进行时程计算分析。修正后的 El Centro 波以加速度时程的形式给出,地震动时程曲线如图 6 所示。

4.2 液化土对结构地震响应的影响

提取结构关键部位时程计算结果的位移值和内力值,通过模型 I、模型 II 和模型 III 数据的比较,分析液化土以及其非线性对结构地震响应的影响。

由于数据量较大仅仅取一些关键部位进行比较分析。这些关键控制部位和激励方向相同的响应值

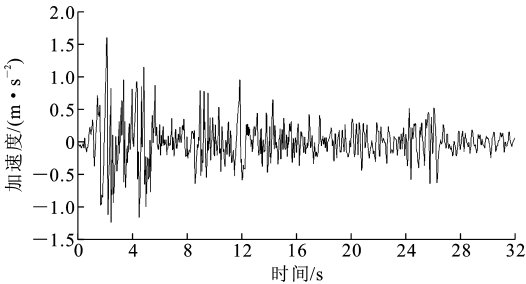


图 6 修正后的 El Centro 波地震动时程曲线

Fig.6 Time History Curve of Modified El Centro Wave

明显大于其他方向,故只取和激励方向相同的激励值做比较分析。

4.2.1 液化土对结构位移响应的影响

分别取 1/4 拱和拱顶横向位移作为控制位移。位移响应值如表 4 所示,相对应的时程曲线见图 7。

由表 4 及图 7 可以看出:

(1)模型 II 相对模型 I 控制部位的位移有比较大的增加,说明液化土对结构位移的影响较大;模型 II 和模型 III 相比较,考虑液化土非线性后该桥梁结构的位移值进一步增加。由于结构横向刚度较小,可以得到液化场地桩-土相互作用和液化土非线性对该结构横向位移的影响较为显著,对结构纵向位

表 4 地震激励作用下的位移响应值

Tab. 4 Displacement Response Values Under Seismic Excitation

位置	横桥向输入时的位移响应/m		
	模型 I	模型 II	模型 III
拱顶	$5.13\times10^{-2}$	$2.03\times10^{-1}$	$2.21\times10^{-1}$
1/4 拱	$4.10\times10^{-2}$	$1.64\times10^{-1}$	$1.77\times10^{-1}$
左跨跨中	$1.39\times10^{-3}$	$7.50\times10^{-2}$	$9.07\times10^{-2}$
中跨跨中	$5.58\times10^{-3}$	$7.11\times10^{-2}$	$8.17\times10^{-2}$
右跨跨中	$1.42\times10^{-3}$	$7.80\times10^{-2}$	$9.46\times10^{-2}$
1 号墩顶	$3.28\times10^{-4}$	$8.01\times10^{-2}$	$9.77\times10^{-2}$
2 号墩顶	$3.73\times10^{-4}$	$8.06\times10^{-2}$	$9.63\times10^{-2}$
3 号墩顶	$3.46\times10^{-4}$	$7.80\times10^{-2}$	$9.30\times10^{-2}$
4 号墩顶	$3.27\times10^{-4}$	$7.72\times10^{-2}$	$9.36\times10^{-2}$

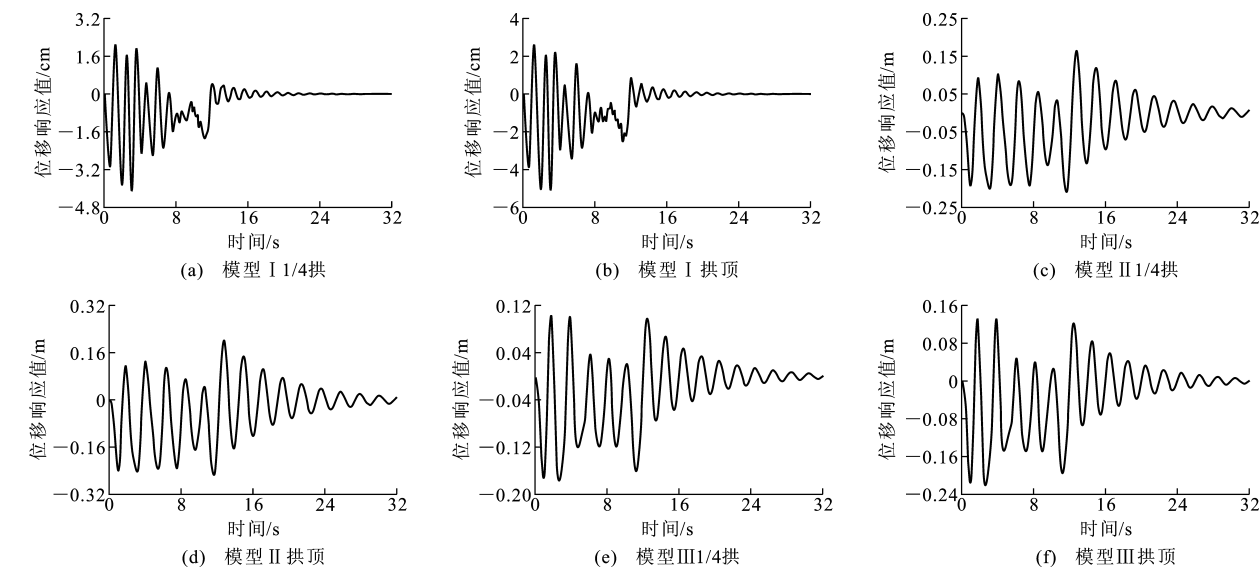


图 7 横向激励下模型 1/4 拱及拱顶横向位移时程曲线

Fig. 7 Lateral Displacement Time History Curves of 1/4 and Vault Under Lateral Excitation

较明显,故在抗震设计或者后期加固时,应注意局部刚度的加强以防止局部破坏。

4.2.2 液化土对结构内力响应的影响

取每个桥墩墩底及拱脚的弯矩和剪力来比较分析不同的基础模拟,研究液化土及其非线性对结构内力响应的影响。墩底剪力响应值和拱脚弯矩响应值分别列于表 5 和表 6。

表 5 模型地震激励作用下剪力响应值

Tab. 5 Shear Response Values of Model Under Seismic Excitation

位置	剪力响应值/N		
	模型 I	模型 II	模型 III
1 号墩底	$3.57\times10^6$	$1.86\times10^6$	$2.07\times10^6$
2 号墩底	$2.25\times10^6$	$1.05\times10^6$	$1.12\times10^7$
3 号墩底	$1.18\times10^7$	$1.08\times10^7$	$1.15\times10^7$
4 号墩底	$3.58\times10^6$	$1.69\times10^6$	$1.96\times10^6$

移影响相对较小一些。

(2)结构的位移由拱顶至桥墩逐渐减小。这说明整个体系的刚度较大,整个结构越靠上摆动的幅度越大。模型 II 的拱顶时程值为 0.203 m;1/4 拱时程计算值为 0.164 m。由于  $P$ - $Y$  曲线法考虑了液化土的非线性,规范介绍的  $m$  值折减法是基于线弹性假设,在考虑桩-液化土相互作用时, $m$  值折减法相对于  $P$ - $Y$  曲线法计算的位移响应值要小,这是由于结构柔度变大导致的。

(3)在横向地震动激励作用下,结构主要为拱肋的横向振动,由表 4 也可以得到 1/4 拱和拱顶位置的横向位移响应值最大。因此在抗震设计时,这 2 个关键位置在横向地震激励作用下振型耦合特征比

表 6 模型地震激励作用下弯矩响应值

Tab. 6 Moment Response Values of Model Under Seismic Excitation

位置	弯矩响应值/(N·m)		
	模型 I	模型 II	模型 III
拱脚	$3.10\times10^6$	$4.42\times10^6$	$5.15\times10^6$
1 号墩底	$4.44\times10^7$	$2.27\times10^7$	$1.53\times10^7$
2 号墩底	$1.27\times10^8$	$6.82\times10^7$	$4.20\times10^7$
3 号墩底	$1.21\times10^8$	$6.51\times10^7$	$4.02\times10^7$
4 号墩底	$4.44\times10^7$	$2.27\times10^7$	$1.50\times10^7$

对比模型 I 和模型 II 可以看出,考虑桩基土液化后结构横向剪力和弯矩相应减小,对比模型 II 和模型 III 横向内力响应值,考虑液化土及其非线性对该结构横向内力时程值的影响较小;模型 II 和模型 III 的 3 号墩底横向剪力时程计算值分别为  $1.08\times10^7$  N 和  $1.15\times10^7$  N;拱脚的弯矩时程值分别为

$4.42 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}$  和  $5.15 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}$ ; 模型 II 弯矩和剪力较模型 III 略有增加, 液化土对结构的横向位移和纵向内力影响较大, 液化土非线性对纵向内力影响显著, 对横向内力的影响则较弱。

## 5 结 语

(1) 全桩模型 II 和模型 III 前 5 阶振型分布特点一致, 验证了模型对比分析方式和  $P$ - $Y$  曲线法应用的合理性。

(2) 该桥 3 个有限元模型的基本振型相同, 均为横向侧弯, 说明面外横向侧弯为该桥的基本振型, 横向侧弯振型对该桥位移和稳定起到控制作用。模型 I, II, III 的一阶频率分别为 0.836 69, 0.518 95, 0.502 78 Hz, 考虑桩-土相互作用及液化土的非线性后该桥结构频率降低。

(3) 考虑桩-土相互作用及液化土非线性后, 拱顶和 1/4 拱位置处在横向地震激励作用下横向位移较大, 可能出现位移超限, 这些位置应作为结构抗震位移控制的关键部位, 宜通过合理布置横撑数量和位置来改善结构的振动特性, 加强横向连接提高主拱横向刚度和整体稳定性。

(4) 在地震激励作用下, 中墩 3 号墩墩底和墩顶剪力明显大于结构其他部位, 说明固定墩在地震中受力较大, 应注意此处的剪力控制, 并采取相应的控制措施。从时程分析的结果来看, 该液化场地土承载力较弱, 可以考虑适当提高桥墩的刚度, 另外在桥墩可能出现塑性铰的部位应通过构造配筋, 保证塑性铰的转动能力。

(5)  $P$ - $Y$  曲线法对液化土本构关系的描述主要取决于土的内摩擦角和重度 2 个参数, 这 2 个参数容易获得, 数值稳定, 且并不严格依赖于特定的现场土工试验, 因而保证了  $P$ - $Y$  曲线法的适用性和可靠性。本文将分层土抗力  $P$ - $Y$  曲线族的构造计算和 ANSYS 有限元计算软件命令流建模方式相结合, 通过分段定义“土弹簧”抗力和变形曲线关系的方式, 实现了  $P$ - $Y$  曲线法在可液化场地大跨度桥梁地震响应分析中的实际应用。本文的分析方法和思路可为可液化场地桩基桥梁抗震计算分析提供借鉴。

## 参考文献:

## References:

[1] 刘慧珊. 桩基抗震设计探讨——日本阪神大地震的启示[J]. 工程抗震, 2000(3): 27-32.

LIU Hui-shan. Discussion on Seismic Design of Pile —

The Enlightenment of the Kobe Earthquake in Japan [J]. Earthquake Resistant Engineering, 2000(3): 27-32.

[2] 范立础. 桥梁抗震[M]. 上海: 同济大学出版社, 1997. FAN Li-chu. Bridge Seismic[M]. Shanghai: Tongji University Press, 1997.

[3] 刘恢先. 唐山大地震震害[M]. 北京: 地震出版社, 1986.

LIU Hui-xian. Tangshan Earthquake Damage [M]. Beijing: Seismological Press, 1986.

[4] 王惠初, 鲁子爱.  $P$ - $Y$  曲线法在镇江大港横向受载桩中的应用[J]. 华东水利学院学报, 1986, 14(1): 124-131.

WANG Hui-chu, LU Zi-ai. Application of  $P$ - $Y$  Curve Method in Laterally Loaded Piles at Port Dagang [J]. Journal of East China Technical University of Water Resources, 1986, 14(1): 124-131.

[5] 杨克己, 李启新, 王福元. 水平力作用下群桩性状的研究[J]. 岩土工程学报, 1990, 12(3): 42-52.

YANG Ke-ji, LI Qi-xin, WANG Fu-yuan. Study on Behavior of Pile Groups Under Lateral Load [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1990, 12(3): 42-52.

[6] 王惠初, 武冬青, 田平. 粘土中横向静载桩的  $P$ - $Y$  曲线的一种新的统一法[J]. 河海大学学报, 1991, 19(1): 9-17.

WANG Hui-chu, WU Dong-qing, TIAN Ping. A New Unified Method of  $P$ - $Y$  Curves of Laterally Loaded Piles in Clay [J]. Journal of Hohai University, 1991, 19(1): 9-17.

[7] 章连洋, 陈竹昌. 粘性土中侧向受载桩的模型试验研究[J]. 岩土工程学报, 1990, 12(5): 40-50.

ZHANG Lian-yang, CHEN Zhu-chang. Study on the Model Test of Laterally Loaded Pile in Cohesive Soils [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1990, 12(5): 40-50.

[8] BROWN D, MORRISON C, REESE L. Lateral Load Behavior of a Pile Group in Sand [J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1988, 114(11): 1261-1276.

[9] 杨克己. 钢管桩侧向单循环荷载模型试验研究报告[R]. 南京: 河海大学, 1994.

YANG Ke-ji. Experimental Study on Lateral Single Cycle Load Model Test of Steel Pipe Pile [R]. Nanjing: Hohai University, 1994.

[10] 刘健新. 汶川地震桥梁破坏及中外桥梁抗震设计规范对比[J]. 筑路机械与施工机械化, 2010, 27(11): 20-23.

LIU Jian-xin. Damage of Bridges in Wenchuan Earth-

- quake and Comparison of Specifications for Anti-seismic Design of Bridges[J]. Road Machinery & Construction Mechanization, 2010, 27(11): 20-23.
- [11] 王新敏. ANSYS 工程结构数值分析[M]. 北京: 人民交通出版社, 2007.  
WANG Xin-min. ANSYS Numerical Analysis of Engineering Structures[M]. Beijing: China Communications Press, 2007.
- [12] 王新敏, 李义强, 许宏伟. ANSYS 结构分析单元与应用[M]. 北京: 人民交通出版社, 2011.  
WANG Xin-min, LI Yi-qiang, XU Hong-wei. ANSYS Analysis and Application of Structural Unit[M]. Beijing: China Communications Press, 2011.
- [13] GB 50111—2006, 铁路工程抗震设计规范[S].  
GB 50111—2006, Code for Seismic Design of Railway Engineering[S].
- [14] 苏静波, 邵国建, 刘 宁. 基于  $P$ - $Y$  曲线法的水平受荷桩非线性有限元分析[J]. 岩土力学, 2006, 27(10): 1781-1785.  
SU Jing-bo, SHAO Guo-jian, LIU Ning. Nonlinear Finite Element Analysis of Piles Under Lateral Load Based on  $P$ - $Y$  Curves[J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, 27(10): 1781-1785.
- [15] 凌贤长, 唐 亮. 液化场地桩基侧向响应分析中  $p$ - $y$  曲线模型研究进展[J]. 力学进展, 2010, 40(3): 250-262.  
LING Xian-zhang, TANG Liang. Recent Advance of  $p$ - $y$  Curve to Model Lateral Response of Pile Foundation on Liquefied Ground[J]. Advances in Mechanics, 2010, 40(3): 250-262.
- [16] 冯士伦, 王建华, 郭金童. 液化土层中桩基抗震性能研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(8): 1402-1406.  
FENG Shi-lun, WANG Jian-hua, GUO Jin-tong. Seismic Resistance of Pile Foundation in Liquefaction Layer[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(8): 1402-1406.
- [17] 李雨润, 袁晓铭, 梁 艳. 桩-液化土相互作用  $p$ - $y$  曲线修正计算方法研究[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(4): 595-599.  
LI Yu-run, YUAN Xiao-ming, LIANG Yan. Modified Calculation Method of  $p$ - $y$  Curves for Liquefied Soil-pile Interaction[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, 31(4): 595-599.
- [18] 杨国平, 张志明. 对大变位条件下横向受力桩  $P$ - $Y$  曲线的研究[J]. 水运工程, 2002(7): 40-45, 71.  
YANG Guo-ping, ZHANG Zhi-ming. Research on  $P$ - $Y$  Curve of Laterally Bearing Piles Under Large Displacement[J]. Port & Waterway Engineering, 2002(7): 40-45, 71.
- [19] MATLOCK H. Correlations for Design of Laterally Loaded Piles in Soft Clay[C]//OTC. Proceedings of Offshore Technology Conference 1204. Houston: OTC, 1970: 77-94.
- [20] REESE L C, COX W R, KOOP F D. Analysis of Laterally Loaded Piles in Sand[C]//OTC. Proceedings of Offshore Technology Conference 2080. Houston: OTC, 1974: 95-105.
- [21] STEVENS J B, AUDIBERT J M E. Re-examination of  $P$ - $Y$  Curve Formulations[C]//OTC. Proceedings of Offshore Technology Conference 3402. Houston: OTC, 1979: 261-269.
- [22] API RP 2A-WSD, Recommended Practice for Planning, Designing and Constructing Fixed Offshore Platforms — Working Stress Design[S].