

文章编号:1673-2049(2016)06-0014-10

基于广义塑性铰线法的压弯钢构件 极限承载力计算

陈以一,何雅雯

(同济大学 土木工程学院,上海 200092)

摘要:采用广义塑性铰线法对H形截面钢构件绕强轴压弯区段板件组的极限状态进行了分析,并选用合理假定求解受压翼缘屈曲后达到的极限承载力;分析了表征极限状态截面的应力分布,并研究了周边板件约束与受压翼缘板件厚实程度对屈曲翼缘发展塑性的影响;采用考虑板件屈曲相关的等效荷载法分析了构件截面极限状态应力分布,针对广义塑性铰线法相对于传统塑性铰线法的适用性拓展及其应用现状,分析其存在的问题并做出解答;将计算结果与试验结果及有限元结果进行了对比。结果表明:基于广义塑性铰线法可准确预判构件绕强轴压弯的极限承载力。

关键词:广义塑性铰线法;H形截面;压弯钢构件;局部失稳;板件相关作用;极限承载力

中图分类号:TU391

文献标志码:A

Calculation of Ultimate Bearing Capacity of Steel Beam-columns Based on Generalized Yield Line Method

CHEN Yi-yi, HE Ya-wen

(College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: The limit state of plate group bending about strong axis of H-section steel beam-columns was investigated based on generalized yield line method. Reasonable assumptions were chosen to solve the ultimate bearing capacity of the compression flange after buckling. The stress distribution of the cross section under the limit state and influences on plastic status of buckling flange derived from the constraint of circumjacent plates and compactness of the compression flange were discussed. A method denoted as “equivalent load method” was proposed describing the stress distribution of the cross section under the limit state considering interactive effect of buckling plates. On the basis of the review on extended applicability of generalized yield line method compared to classical yield line theory, the existing problems of generalized yield line method were analyzed and feasible solutions were proposed. The calculation results were compared with test results and finite element analysis results. Results show that the ultimate bearing capacity of beam-columns bending about strong axis can be accurately predicted based on generalized yield line method.

Key words: generalized yield line method; H-section; beam-column; local buckling; interactive effect of plate; ultimate bearing capacity

收稿日期:2016-07-11

基金项目:国家自然科学基金项目(51578403)

作者简介:陈以一(1955-),男,浙江天台人,教授,博士研究生导师,工学博士,E-mail: yiyichen@tongji.edu.cn。

0 引言

存在弯矩作用的钢构件其极限状态之一就是构件的部分区段形成具有一定转动能力的铰区。对于厚实截面构件,其铰区可以全面发展塑性,形成塑性铰;对于薄柔截面构件,其铰区受板件屈曲控制,形成屈曲铰^[1]。线型单元计算简图将铰区简化为集中于一个截面的理想铰,以该种特征截面代表铰区区段。文献[2],[3]研究了 H 形截面压弯钢构件承载力极限状态,以有效宽度法求解极限承载力。对于极限状态发生板件屈曲的构件,考察其破坏的变形模式,发现铰区范围的板件形成若干塑性集中于条状的机构;简单以特征截面代表区段不能反映塑性变形沿区段长度方向分布的特点,也难以了解构件中受到相互约束板件的应力状态。

依据板件承载力极限状态的内力分布特征,可用塑性铰线法(屈服线理论)的空间机构模型求解板件组的极限荷载。传统塑性铰线法用于求解垂直作用于板面的荷载,且所求结果仅针对特定的一个极限状态,而无法求得荷载与位移的关系。20 世纪 80 年代以来,已有研究者探索将传统塑性铰线法的应用拓展为一种广义的塑性铰线分析^[4-5],即所求荷载含有平行于板面的分量,并使所求荷载与板件面外位移关联。本文将这种对于传统塑性铰线法的拓展称为广义塑性铰线法。既有文献基于广义塑性铰线法求解板件及构件区段极限状态指标时其研究对象均为轴压或纯弯构件,尚未见到对 H 形截面钢构件压弯承载力极限状态的解答。本文首先简述广义塑性铰线法对于板件屈曲模式和承载力分析的适用性,以及广义塑性铰线法的应用现状,进而给出一种基于广义塑性铰线法求解 H 形截面钢构件绕强轴压弯时铰区极限承载力的方法。

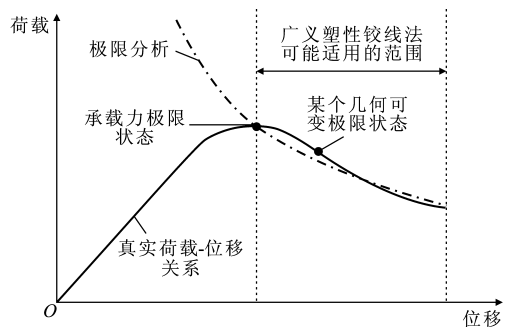
H 形截面钢构件绕强轴压弯时铰区达到承载力极限可能发生 2 种破坏形式,即翼缘腹板弯曲失稳破坏与腹板剪切失稳破坏^[2]。文献[2]认为腹板剪切失稳后对应的极限承载力较低,不建议在设计中采用,并给出了腹板剪切失稳的翼缘宽厚比上限值 R_s 。因此,本文仅研究并提出翼缘腹板发生弯曲失稳破坏的 H 形截面钢构件压弯铰区抗弯极限承载力的计算方法。

1 广义塑性铰线法

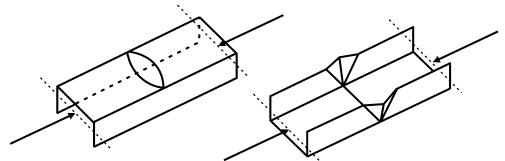
1.1 基本假定及关键问题

广义塑性铰线法适用于处于几何可变极限状态

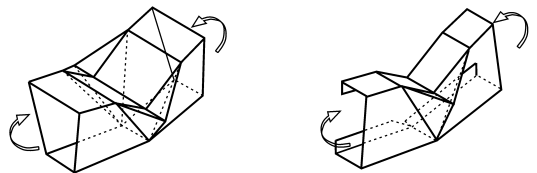
的板件[图 1(a)],研究对象(包括板件、构成区段的板件组)受荷载过程中真实荷载的最大值为其极限承载力,该状态为承载力极限状态。本文所述的几何可变极限状态(后文简称极限状态)对于板件而言,指板件形成机构处于塑性铰线上的板件厚度全范围均发展塑性变形,该状态在荷载-位移关系上为承载力极限状态或荷载达到极限承载力之后的某一状态;对于构成区段的板件组而言,指板件组中存在处于几何可变极限状态的板件。处于几何可变极限状态的研究对象受到的作用力均称为极限荷载。研究对象达到极限承载力之后的特性称为极限后行为^[6]。



(a) 广义塑性铰线法适用范围



(b) 轴压短柱的 2 种机构形式



(c) 梯形薄壁截面区段纯弯机构 (d) 卷边槽形截面区段纯弯机构

图 1 广义塑性铰线法适用范围与典型机构

Fig. 1 Application Scope of Generalized Yield Line Method and Typical Mechanisms

塑性铰线法根据塑性铰线所在截面内力与外力的平衡关系求得施加荷载,结合极限分析求解符合真值的 3 个条件^[7]。广义塑性铰线模型求解与真值是否一致取决于假定与板件几何可变极限状态等是否相符,主要包括:

- (1) 塑性铰线上截面的内力假定是否符合塑性铰线上截面的全截面屈服条件^[7]。
- (2) 假定的塑性铰线所形成机构状态是否成立。
- (3) 在满足平衡条件的基础上,假定求解荷载分布形式与实际是否相符。

通过广义塑性铰线法求解的关键问题包括设定塑性铰线上的内力、假定机构位形、假定荷载分布形式及极限荷载的求解方式。既有文献及后文求解方法阐述均围绕上述问题展开。

对于塑性铰线上的内力,需依据所求荷载形式选择合适的屈服条件假定^[7]。例如沿塑性铰线上的极限弯矩需考虑是否计及轴力影响^[8]或包括轴力与剪力影响^[9],从而选择合适的内力假定。当塑性铰线与板面内的轴力方向成一定夹角时,其为倾斜塑性铰线。对于需考虑轴力影响的极限弯矩,既有文献提出 2 类求解方法,一是将倾斜塑性铰线分解为垂直塑性铰线与平行塑性铰线的计算^[10],二是直接求解。文献[6],[11]总结了部分文献提出的倾斜塑性铰线上极限弯矩的求解方法。文献[11]总结了求解这类极限弯矩的计算公式,认为大部分公式计算复杂繁琐,且适用范围存在局限性。

假定板件的机构位形是为了得出与实际相近的力平衡关系,故假定机构并非与实际完全一致,且应尽量简单便于计算。文献[6],[12]汇总了构成区段的板件组中单板可能出现的机构位形及对应的荷载-位移关系,并给出了多种形状截面构件在某种荷载作用下区段的机构位形。

极限荷载的求解方式有 2 种,即力的平衡与功的平衡。力的平衡如板带平衡法^[6],即取板件中一个微小宽度的板带进行分析,根据力的平衡关系求得微段的极限荷载,通过对组成板件的微段积分求得板件的极限荷载^[8]。功的平衡如能量法^[6],以虚功原理求解。文献[13]比较了 2 种方式的计算结果,得出力的平衡计算结果较有限元与功的平衡计算结果偏小,应依具体情况选择合适的求解方式。

1.2 适用性

当所构造的几何可变极限状态符合广义塑性铰线法求解真值的判定条件时,可求解该状态的极限荷载,即求解状态量;当该状态的荷载为加载过程中的最大值时,可求解极限承载力。当假定与多个几何可变极限状态相符,所求荷载的最终表达式为位移的函数时可描述由多个极限状态组成的过程,即求解过程量。相比传统塑性铰线法,广义塑性铰线法拓展了其适用性,可求解含有平行于板面的荷载分量,并可求解包括承载力极限状态在内的一系列几何可变极限状态,即可求解状态量与过程量。

1.3 实际应用

1.3.1 应用现状

广义塑性铰线法求解状态量是指求解几何可变

极限状态的性能指标(荷载、能量或其他指标),例如求解极限承载力;求解过程量即求解性能指标与位移函数的关系,例如求解极限后行为。

关于极限承载力求解,典型应用例如文献[8]基于上限法假定,考虑轴力对极限弯矩的影响,不考虑材料强化,以力的平衡形式求解受压板件的极限荷载,进而求解轴压薄壁槽形截面钢构件的极限荷载。通过描述极限状态的荷载-位移关系,采用 2 种形式的板件机构[图 1(b)],对 4 个轴压短柱的试验结果进行了验证。其他文献基于广义塑性铰线法求解构件极限承载力的例子包括焊接与栓接管节点^[6]、箱形截面梁的局部承压与受弯^[6]、四边形薄壁截面与卷边槽形截面的区段纯弯^[14][图 1(c),(d)]、CFRP(碳纤维增强复合材料)加强 H 形截面构件集中力加载受弯^[15]等。

关于过程量求解,部分文献基于塑性铰线模型对荷载-位移关系进行概念分析,例如 H 形截面梁受压翼缘所受轴力与其机构位移函数关系的定性分析^[16]、纯弯作用下三角形薄壁截面构件铰区弯矩-转角关系的理论解释^[17]、结构中 H 形截面梁铰区极限后弯矩-转角关系的描述^[18-20]。文献[6]概述了部分文献中不同形状截面构件极限后耗能指标^[21]的求解。

1.3.2 应用评述

结合文献中 H 形截面钢梁横向荷载作用下区段机构模型的汇总^[22]可知,某些情况下构件达到承载力极限状态时铰区虽然处于几何可变极限状态^[19-20,22-26],但并非铰区中的所有板件均形成机构^[22,25],对于该种情况需补充其他条件进行求解,采用广义塑性铰线法无法求解所有板件内力。部分文献采用广义塑性铰线法求解板件组中所有板件内力^[26-27]并不能适用于所有构件的一般情况。

当所求极限荷载含有平行于板面的分量时,极限荷载为关于位移的函数,故可以求解荷载-位移关系的过程量。求解时一般涉及多个几何参数与物理量计算,求解过程复杂^[26]。若要预判极限承载力或极限后行为,就需给出该状态对应的位移函数取值,而多数文献未说明位移函数中几何参数在对应的极限状态如何取值^[26-27]。

结合前述文献内容,对于广义塑性铰线法应用总结如下:

(1)部分文献仅基于广义塑性铰线法作理论解释或以较少试验个例来检验,其普适性有待验证。

(2)对于求解极限承载力或极限后行为,多数文

献没有给出位移函数的取值方法,即无法预判极限承载力或极限后行为。

(3)部分构件的极限状态并非等同于板件组中所有板件均形成机构,需补充其他条件进行求解,合理考虑广义塑性铰线法的适用性,不宜采用该法求解所有板件内力。

(4)广义塑性铰线法求解过程多涉及复杂的位移函数与物理量计算,流程繁琐。

2 求解压弯构件极限承载力的基本假定与思路

2.1 铰区截面极限状态假定

局部失稳区段为铰区,求解铰区区段承载力极限状态首先需知组成区段的板件组中各板件的内力状态。由于压弯承载力极限状态下并非所有构件铰区的板件均形成机构,需补充其他条件进行求解。可采用广义塑性铰线法求出对应于形成机构板件的荷载,再通过补充条件求解其余板件的内力,从而得到作用于铰区的等效荷载。本文先判断构件承载力极限状态铰区各板件的内力状态,给出该状态的假定(包括补充条件),在后文中给出求解形成机构板件的假定,提供求解的前提。

假定轴压力 N 作用下绕强轴压弯的 H 形截面压弯构件铰区某一截面弯矩为 M ,设 M_1 为状态 1 的截面弯矩, M_2 为状态 2 的截面弯矩,设力的符号以压为正,两翼缘中所受轴力的较大值为 F_{fc} ,本文中受压翼缘特指受轴力 F_{fc} 作用的翼缘,腹板及另一翼缘组成的倒 T 形截面所受轴力为 F_{rs} 。设截面从受力状态 1 至受力状态 2(图 2), F_{fc} 的增量为 ΔF_{fc} ,作用点 P_1 的平面坐标为 $(0, h_1)$, F_{rs} 的增量为 $-\Delta F_{fc}$,作用点 P_2 的平面坐标为 $(0, h_2)$ 。设 F_{fc} 与 ΔF_{fc} 同号,可得

$$M_2 - M_1 = \Delta F_{fc}(h_1 - h_2) \quad (1)$$

由图 2 可知 $h_1 - h_2 > 0$,则当 F_{fc} 达到最大值 F_{fcmax} 时,截面弯矩 M 达到最大值,即铰区截面弯矩达到极限承载力时, F_{fc} 达到最大值 F_{fcmax} ,受压翼缘形成机构,其余板件不一定形成机构,故以受压翼缘 F_{fc} 达到最大值 F_{fcmax} 的极限状态作为铰区承载力极限状态的判定标志。 F_{fcmax} 为受压翼缘达到的极限承载力,可用广义塑性铰线法求解。

确定其余板件的内力状态需补充条件。根据不同轴压比 n ($0 \leq n \leq 0.4$)、翼缘宽厚比 r_f ($9 \leq r_f \leq 30$) 与腹板宽厚比 r_w ($45 \leq r_w \leq 120$) 组配的有限元截面应力分布数据^[2]可知,当铰区达到承载力极限时,其

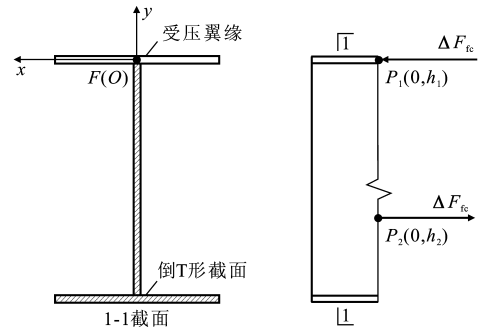


图 2 ΔF_{fc} 示意

Fig. 2 Schematic Diagram of ΔF_{fc}

余板件组成的倒 T 形截面可视作在该极限状态满足平截面假定,翼缘与腹板保持一致的应变梯度。

对于定轴压力 N 作用下绕强轴压弯的 H 形截面构件,铰区截面应力分布采用以下假定:

(1)受压翼缘所受轴力 F_{fc} 达到极限承载力 F_{fcmax} 。

(2)铰区区段的倒 T 形截面满足平截面假定,取翼缘形心 F (图 2)与倒 T 形截面保持一致的应变梯度,计算时以应力梯度 β 表征该特征。求解翼缘截面弯矩时,为了方便一般性描述与计算,假定翼缘沿厚度方向应力梯度也为 β 。

此外,允许翼缘与腹板采用不同强度等级钢材,不考虑腹板受压区材料强化,允许腹板受拉区及翼缘材料强化。

2.2 板件极限状态假定

采用广义塑性铰线法计算受压翼缘的极限承载力,选用如下假定:

(1)沿塑性铰线上单位长度的极限弯矩为常量 m_{p0} ,不考虑塑性铰线上的扭转变形与剪切变形。

(2)变形足够小,变形前后都能使用同一个平衡方程。

假定(1)本适用于仅受横向荷载作用的等厚度板件,而考虑轴力对极限弯矩的影响后,对于塑性铰线上单位长度轴压比为 n 的板件微段,当轴向荷载作用方向垂直于塑性铰线时,部分文献采用的极限弯矩 m_p ^[8]如式(2)所示,即

$$m_p = (1 - n^2) m_{p0} = \left[1 - \left(\frac{\sigma_m}{f_y} \right)^2 \right] \frac{t^2}{4} f_y \quad (2)$$

式中: σ_m 为塑性铰线上截面的平均应力; f_y 为板件屈服强度; t 为板件厚度; m_{p0} 为不考虑轴向力影响的单位长度板件截面极限弯矩。

如不考虑轴力影响,塑性铰线上的极限弯矩为 m_{p0} ,考虑轴力影响可采用 m_p ,但由于材料强化作用,实际极限弯矩会高于 m_p ,受压翼缘在达到承载力极限的过程中材料强化作用不可忽略。本文采用

简化屈服条件,以 m_{p0} 代替 m_p ,用材料强化作用引起的极限弯矩增量抵消轴力作用引起的极限弯矩下降。

本文选用以功的平衡形式求解极限荷载,如式(3)所示,即

$$\delta U = \delta W \quad (3)$$

式中: δU 为假定机构在产生微小变形过程中内力所做虚功; δW 为微小变形过程中外力所做虚功。

2.3 求解思路

极限承载力的求解思路如图 3 所示。根据构件极限状态受压翼缘达到承载力极值的前提,可用广义塑性铰线法求解受压翼缘截面应力分布集度参数,包括受压翼缘平均应力 p_m 与受压翼缘形心应力集度 p_f 。根据补充条件即构件截面极限状态一致应变梯度假定和力的平衡关系[式(14)]与 p_f ,可求得截面应力分布,从而求得极限承载力。本文将依据前述假定所求的截面应力视作铰区截面的等效荷载,以等效荷载法计算构件的极限承载力。

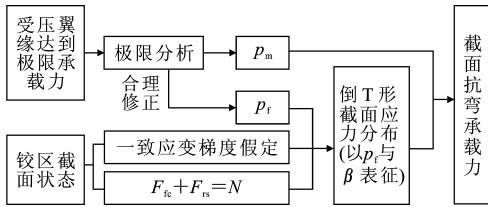


图3 求解思路

Fig. 3 Solution Thinking

3 模型建立与计算过程

3.1 受压翼缘模型建立与计算过程

3.1.1 受压翼缘模型建立与参数设定

对于几何可变极限状态的受压翼缘,假定其机构位形如图 4 所示,其中, l 为铰区原长的 $1/2$, τ 为剪应力, b_f 为本文设定的翼缘外伸宽度, Δ_h 为承载力极限状态形成机构板件 x 方向任一板带水平位移, Δ_v 为板带竖向位移, Δ_{h0} 为极限状态边缘板带 a 的水平位移, Δ_{v0} 为极限状态边缘板带 a 的竖向位移, θ_{u0} 为极限状态边缘板带 a 与 z 轴夹角。图 4(a) 坐标原点 O 为铰区边缘截面未变形时受压翼缘截面形心。图 4(b) 为一个微小宽度板带 a 的计算简图。如图 4(a) 所示,对于无剪力作用的区段,受压翼缘两端荷载大小分布相同;对于本文分析的破坏模式,可近似认为 $\tau=0$,即假定受压翼缘两端荷载大小分布相同。极限状态时受压翼缘沿板件宽度方向(x 轴方向)的应力并非均布,受压翼缘截面应力分布不均程度与翼缘宽厚比 r_f 和腹板宽厚比 r_w 的比

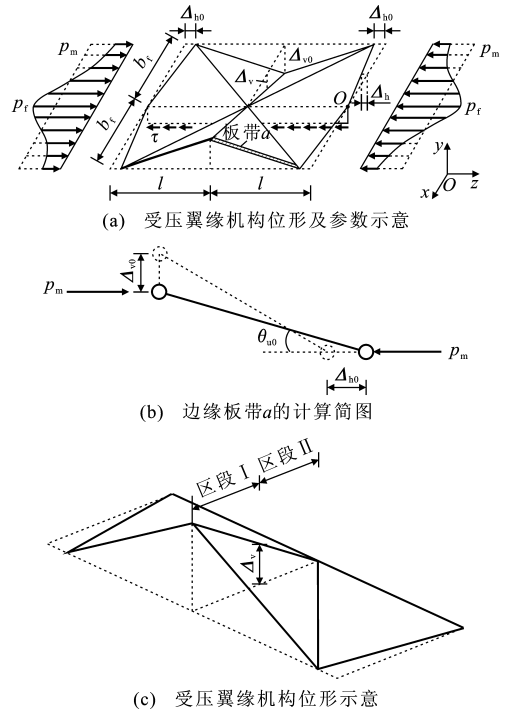


图4 受压翼缘极限状态的机构位形及参数示意

Fig. 4 Mechanism Configuration and Parameters of Ultimate State of Compression Flange

值 r_f/r_w 相关。直接假定近似真实分布的荷载形式求解需增加较难界定的待定参数并使计算繁琐,故先假定荷载为均匀分布的 p_m ,在求得的 p_m 基础上依据周边板件的约束程度修正荷载分布集度,从而求得等效荷载,使得公式简洁,待定参数便于确定。

3.1.2 受压翼缘模型计算过程

根据虚功原理,本文选择一种便于求解内力功极值的表达形式,依据如图 4 所示几何关系,求解过程如下

$$\Delta_{h0} = \Delta_{v0} \tan(\theta_{u0}), \Delta_h = (x/b_f) \Delta_{h0}, \Delta_v = (x/b_f) \Delta_{v0},$$

$$b_f = b/2, r_w = \frac{h_w}{t_w} \sqrt{\frac{f_{yw}}{235}}, r_f = \frac{b_f}{t_f} \sqrt{\frac{f_{yf}}{235}} \quad (4)$$

$$\delta U = \sum M_{u0} \delta \theta = \sum (M_{ux} \delta \theta_x + M_{uy} \delta \theta_y) =$$

$$2m_{p0} \left(\frac{4b_f}{l} + \frac{2l}{b_f} \right) \Delta_{v0} = \frac{t_f^2}{2} f_{yf} \left(\frac{4b_f}{l} + \frac{2l}{b_f} \right) \Delta_{v0} \quad (5)$$

$$\delta W = 4 \int_0^{b_f} p_m t_f \Delta_h dx = 4 \int_0^{b_f} p_m t_f \Delta_{h0} \frac{x}{b_f} dx =$$

$$4 \int_0^{b_f} p_m t_f \Delta_{v0} \tan(\theta_{u0}) \frac{x}{b_f} dx = 2 p_m b_f t_f \Delta_{v0} \quad (6)$$

式中: M_{u0} 为各条塑性铰线上的弯矩,可分解为 x 方向的弯矩 M_{ux} 与 y 方向的弯矩 M_{uy} ; $\delta \theta$ 为各条塑性铰线上的转角虚位移,可分解为 x 方向的转角虚位移 $\delta \theta_x$ 与 y 方向的转角虚位移 $\delta \theta_y$; b 为受压翼缘宽度; f_{yw} 为腹板材料屈服强度; f_{yf} 为翼缘材料屈服强

度; t_w 为翼缘厚度; h_w 为腹板高度。

将式(5), (6)分别代入式(3)两边得

$$\frac{f_{yf}[b_f/l+l/(2b_f)]}{\tan(\theta_{u0})b_f/t_f} = p_m \quad (7)$$

根据最小势能原理求解式(7)中的 p_m , 即求等式左边函数的极小值, 该函数中 f_{yf} , b_f , $\tan(\theta_{u0})$ 均为常数, 极限状态对应的 l 根据最小势能原理确定, 可以由式(7)等式左边函数的极小值确定。影响 $\tan(\theta_{u0})$ 的因素有周边板件约束和受压翼缘板件厚实程度决定的受压翼缘鼓曲段面外位移 Δ_v 沿翼缘宽度方向(x 方向)的分布特征, 以及受压翼缘在该约束条件下发展塑性的程度。根据这些影响因素, 以与其相关的参数轴压比 n 、腹板宽厚比 r_w 及翼缘宽厚比 r_f 构造函数表征 $\tan(\theta_{u0})$, 如式(8)所示, 即

$$\tan(\theta_{u0}) = k_t \left[\frac{r_w(1+n)}{r_f} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (8)$$

式中: k_t 为常数。

至此, $\tan(\theta_{u0})$ 函数形式已知, 式(7)等式左边为仅关于 l 的函数, 可求得该函数的极小值, 即为所求的 p_m , 再根据试验^[28-30]取 $k_t = 2/43$ 。整理所得结果, 极限状态时受压翼缘平均应力 p_m 表达式如式(9)所示, 即

$$p_m = \min \left\{ \frac{\sqrt{2}f_{yf}}{\tan(\theta_{u0})b_f/t_f}, 1.4f_{yf} \right\} \quad (9)$$

考虑到不同翼缘腹板宽厚比组配引起受压翼缘截面应力分布不均, 对受压翼缘形心应力集度 p_f 进行修正。

$$\text{若 } p_m = \frac{\sqrt{2}f_{yf}}{\tan(\theta_{u0})b_f/t_f}, \text{ 则}$$

$$p_f = p_m + p_m \left(\frac{r_f}{r_w} \right)^2 \quad (10)$$

若 $p_m = 1.4f_{yf}$, 则

$$p_f = p_m \quad (11)$$

受压翼缘截面沿厚度平均正应力 $p(x)$ 可表示为

$$p(x) = p_m + (p_f - p_m) \cos\left(\frac{x}{b_f}\pi\right) \quad (12)$$

3.2 承载力模型建立与计算过程

根据第2.1节所述假定, 采用如图5所示的参数可以得到各参数表达式与力的平衡关系(力的符号以压为正), 即

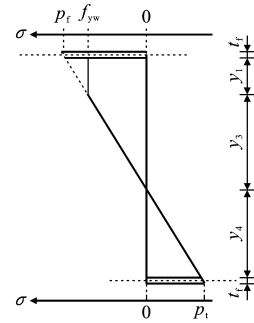
$$y_1 = (p_f - f_{yw})/\beta - t_f/2, y_0 = p_f/\beta - t_f/2,$$

$$y_2 = h_w - y_1, y_3 = y_0 - y_1, y_4 = h_w - y_0,$$

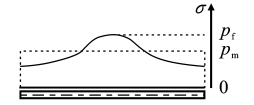
$$p_t = p_f - \beta(h - t_f) \quad (13)$$

$$F_{fc} + F_{rs} = N \quad (14)$$

式中: $y_0 \sim y_4$ 均为应力分布长度; p_t 为与 p_f 对应的



(a) 某种宽厚比组配的倒T形截面应力分布



(b) 受压翼缘沿翼缘截面形心正应力分布

图5 截面应力分布

Fig. 5 Stress Distribution of Section

另一翼缘形心应力集度。

将式(12)各参数代入平衡关系式(13), 可求得

β 的表达式如下

$$\beta_1 = \frac{-\beta + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}, \beta_2 = \frac{-\beta - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (15)$$

$$A = t_w(h_w + \frac{t_f}{2})^2 + b_{tf}(h_w + h) \quad (16)$$

$$B = 2[N - b_{tf}(p_m + p_f) - p_f h_w t_w] + t_f t_w (f_{yw} - p_f) \quad (17)$$

$$C = f_{yw} t_w (p_f - f_{yw})^2 \quad (18)$$

$$\beta_0 = \frac{2(p_f - N/A_0)}{h - t_f}, \beta_t = \max\{\beta_1, \beta_2\},$$

$$y_1 = \max\{(p_f - f_{yw})/\beta_t - t_f/2, 0\} \quad (19)$$

式中: $A, B, C, \beta_1, \beta_2, \beta_0, \beta_t$ 均为计算过程的中间参数; A_0 为构件全截面面积。

当 $y_1 = 0$ 时, $\beta = \beta_0$; 当 $y_1 > 0$ 时, $\beta = \beta_t$ 。构件绕强轴压弯铰区极限抗弯承载力 M_u 的表达式为

$$M_u = \frac{1}{2} b_{tf} (p_m - p_t) (h - t_f) + \frac{1}{6} \beta b t_f^3 + \frac{1}{2} f_{yw} t_w y_1 \cdot (h_w - y_1) + \frac{1}{2} t_w [\beta y_3^2 (\frac{1}{2} h_w - y_1 - \frac{1}{3} y_3) + \beta y_4^2 (\frac{1}{2} h_w - \frac{1}{3} y_4)] \quad (20)$$

3.3 等效荷载法计算流程

等效荷载法计算流程如下:

(1) 输入截面高度 h 、截面宽度 b , t_f , t_w , f_{yw} , f_{yf} , N 。

(2) 根据式(8), (9)计算 p_m , 根据式(10)计算 p_f , 根据式(19)计算 β 。

(3) 根据式(20)计算 M_u 。

4 模型计算结果

4.1 等效荷载法计算结果与试验结果对比

用等效荷载法计算绕强轴压弯试件的极限抗弯承载力 M_u 来检验该法的适用性。用于校验的试验对象^[28-30]为低多层框架的 H 形截面梁柱构件,试验采用悬臂构件的加载模式,得出梁柱构件形成铰区的极限承载力。等效荷载法计算结果 $M_{u,ELM}$ 与试验结果 $M_{u,test}$ 比较如表 1 所示。由表 1 可知,等效荷载法计算结果与试验结果吻合良好,能够较为准确地预判极限承载力。

表 1 等效荷载法计算结果与试验结果比较

Tab. 1 Comparison of Calculated Results of Equivalent Load Method and Experimental Results

数据来源	试件编号	$M_{u,test}/$ (kN·m)	$M_{u,ELM}/$ (kN·m)	$\frac{M_{u,ELM}}{M_{u,test}}$
文献[28]	S-H1-0.2	128.68	137.08	1.065
	S-H2-0.2	125.94	127.47	1.012
	S-H3-0.2	111.92	121.25	1.083
	S-H4-0.2	141.67	128.23	0.905
	S-H5-0.2	114.62	115.02	1.003
	S-H5-0.4	64.20	80.73	1.257
文献[29]	Z-H2-0.2	121.68	123.70	1.017
	Z-H3-0.2	129.75	111.97	0.863
	Z-H3-0.4	112.90	91.90	0.814
	Z-H4-0.2	139.88	116.35	0.832
	LH27-X2	82.00	95.61	1.166
文献[30]	LH27-X4	78.10	80.99	1.037
	LH31-X2	70.20	78.03	1.111
	LH32-X2	125.80	113.39	0.901
	LH37-X2	132.90	129.40	0.974
	LH37-X4	107.00	105.36	0.985
平均值				1.002
标准差				0.117

4.2 等效荷载法计算结果与有限元结果对比

将不同宽厚比及轴压比下绕强轴压弯的 H 形截面构件等效荷载法计算结果 $M_{u,ELM}$ 与 ABAQUS 计算结果 $M_{u,FEM}$ 的比值进行对比(图 6)。有限元分析中钢材取双折线模型,屈服强度 $f_y=345$ MPa,弹性模量 $E=2.06\times10^5$ MPa,强度率取 1%,泊松比 0.3,加载时首先以力加载的方式施加常轴压力,然后以位移加载的方式在柱顶施加水平位移。将 ABAQUS 计算结果作为校验基准,由图 6 可知等效荷载法计算结果与 ABAQUS 计算结果吻合良好。

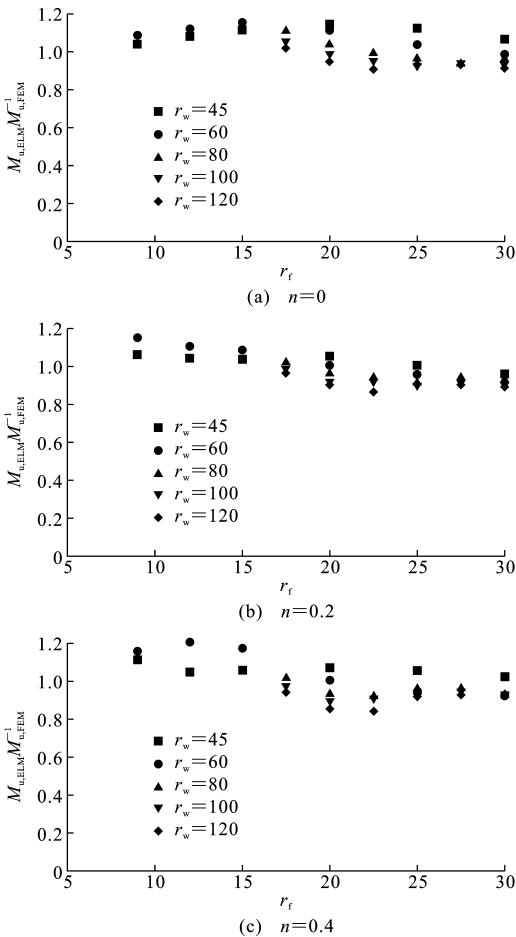


图 6 等效荷载法计算结果与有限元计算结果比较

Fig. 6 Comparisons of Calculated Results of Equivalent Load Method and Finite Element Results

5 讨论

5.1 假定的合理选用

5.1.1 倒 T 形截面等效荷载法的合理选用

定轴压力 N 作用下绕强轴压弯的 H 形截面构件铰区的承载力极限状态对应着受压翼缘的承载力极限状态,铰区的受压翼缘可以形成塑性转动机构,可以用广义塑性铰线法求解。有些宽厚比组配条件下铰区达到承载力极限状态时,腹板部分区域处于弹性状态,并未形成机构,广义塑性铰线法难以准确计算腹板应力分布。当铰区继续发展弯曲变形时,受压翼缘承载力下降,轴力作用向腹板转移,铰区抗弯承载力下降,腹板截面开始内力重分布直至近似形成机构,即腹板近似形成机构的几何可变极限状态对应铰区极限后过程中的某一状态。广义塑性铰线法适用于求解板件充分内力重分布的极限状态,但不一定适用于求解所有类型铰区承载力极限状态下的腹板应力分布。

鉴于上述问题,求解倒 T 形截面应力分布需补充其他条件。由于大部分宽厚比组配腹板在铰区承载力极限状态与普通厚实截面的应力分布相同,超薄柔腹板在该状态近似处于临界内力重分布,即等同普通截面的某一内力状态,故本文补充一致应变梯度假定,可以求解不同宽厚比组配的板件,便于计算倒 T 形截面的应力分布。

5.1.2 受压翼缘极限分析假定的合理选用

如图 4(c)所示,根据能量守恒原理,外力在 z 方向所做功转化为塑性弯曲变形势能与轴向塑性变形势能。塑性铰线法采用虚功原理求解时考虑的是外力做功与塑性弯曲变形势能的互等,适用于如图 4(c)所示区段 I 的极限荷载求解。该区段面外位移 Δ 较大,计算极限荷载是否考虑轴力影响对于计算结果而言误差很小,而对于区段 II 需考虑轴力对极限弯矩的影响。

当求解荷载含有垂直于板面的分量,且板件受到已知轴力作用时,可采用考虑轴力影响的修正极限弯矩求解承载力^[11,31-33],沿塑性铰线上单位长度极限弯矩仍为常量。当求解荷载含有平行于板面的分量,且板件所受轴力未知,板件面外位移不均匀分布时,塑性铰线上截面弯矩为关于面外位移与待求荷载的函数;极限弯矩沿塑性铰线并非均布,加之难以界定材料强化程度,采用修正极限弯矩公式难以准确描述塑性铰线上截面弯矩。在此基础上,需采用力的平衡形式求解,使得计算公式复杂^[8]。若直接考虑轴向塑性变形势能的影响^[14,34],则计算公式包含多项难以准确界定的待定参数,计算复杂,且普适性有待验证。文献[8]没有考虑材料强化,但其假定使得部分板件不满足平衡条件,使根据式(2)计算的塑性铰线上极限弯矩偏大,等同于考虑了材料强化的影响。

鉴于采用修正极限弯矩或直接考虑轴向塑性变形势能的影响均涉及多项难以准确界定的待定参数且计算复杂,本文假定极限弯矩为常量来考虑材料强化的影响,简便适用。对于区段 I [图 4(c)],可无需考虑轴力影响,对于区段 II [图 4(c)],以该假定使得材料强化作用引起的极限弯矩增量抵消轴力作用引起的极限弯矩下降,且由于轴压比较小,使得计算结果在精度允许范围内,很大程度降低了计算繁琐程度。

5.2 参数的合理界定

当求解荷载含有平行于板面的分量时,荷载为关于极限状态位移的函数,需对极限状态位形的几

何参数进行界定。部分几何参数可采取 2 种近似做法确定,一是以含有板件刚度参数的弹性或弹塑性平衡方程求解假定的极限状态位移,二是给定表达式。表达式可凭借既有研究的经验确定机构位移^[32],或以构造函数确定,根据分析假定关联参数构造函数,规避复杂的表达式。本文以简洁的形式表示极限状态位移函数[式(8)],避免了复杂的几何参数表达。

5.3 等效荷载法的评价

本文给出的基于广义塑性铰线法的等效荷载法适用于求解 $9 \leq r_f \leq 30, 45 \leq r_w \leq 120, 0 \leq n \leq 0.4, R_s \leq r_f^{[2]}$ 的 H 形截面钢构件绕强轴压弯的极限抗弯承载力。等效荷载法以简洁的形式求解板件与铰区的极限承载力,便于设计人员直观地理解极限状态屈曲翼缘发展塑性的程度和腹板对于翼缘发展塑性的约束与腹板的应力分布状态。对于腹板较为薄柔的构件,可以近似获知腹板临界屈曲的应力分布状态,具有明确的几何意义与物理意义。该法操作简便,具有较为广泛的适用性,宜于设计应用。

6 结 语

(1)广义塑性铰线法适用于求解几何可变极限状态的板件。当构件达到承载力极限状态时,并非等同于板件组中的所有板件均形成机构,对于该种情况需补充其他条件进行求解。在分析区段承载力极限状态时,需考察区段板件组的所有板件是否均形成机构,选用合理假定。本文中铰区承载力极限状态对应着受压翼缘承载力极限状态,不同宽厚比组配情况下其他板件内力状态不惟一,本文通过补充一致应变梯度条件求解极限承载力。

(2)当求解荷载含有平行于板面的分量时,荷载为关于极限状态位移的函数。预判极限状态指标仅有板件机构形状无法获知,需给出极限状态具体位移参数的取值才能求解,位移参数由周边板件的约束决定。本文以简洁的形式表示极限状态位移函数,避免了复杂的几何参数表达。

(3)若不考虑材料强化,以力的平衡方式所求极限荷载可能偏小。采用力的平衡求解表达式中待定参数一般比功的平衡求解表达式的待定参数多。采用功的平衡求解可以通过确定表达式中部分参数的极值减少待定参数数目,且该形式求解可以通过修正不变量参数和考虑其他因素影响(如材料强化),使用灵活方便。

(4)本文对 H 形截面钢构件绕强轴压弯板件组

的极限状态进行分析,以简洁的形式描述极限状态受压翼缘的内力分布,直观地表征周边板件约束对屈曲翼缘发展塑性的影响,便于认知受荷过程中各板件的内力状态变化。给出了考虑板件屈曲相关性的等效荷载法分析构件极限状态铰区截面应力分布,可准确预判构件绕强轴压弯极限承载力。

(5)鉴于广义塑性铰线法可以描述状态量,由广义塑性铰线法分析构件极限后行为将在进一步的研究中展开。

参考文献:

References:

- [1] 陈以一,吴香香,程欣.薄柔构件钢框架的承载性能特点研究[J].工程力学,2008,25(增2):62-70.
CHEN Yi-yi, WU Xiang-xiang, CHENG Xin. Capacity and Deformability of Steel Frames Composed of Members with Non-compact or Slender Elements[J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(S2): 62-70.
- [2] 程欣,陈以一.考虑板件相关作用的H形截面压弯钢构件抗弯承载力[J].工程力学,2015,32(3):41-49.
CHENG Xin, CHEN Yi-yi. Moment Resistance of H-section Steel Beam-columns Considering the Interactive Effect of Plate Elements[J]. Engineering Mechanics, 2015, 32(3): 41-49.
- [3] CHEN Y Y, CHENG X, NETHERCOT D A. An Overview Study on Cross-section Classification of Steel H-sections[J]. Journal of Constructional Steel Research, 2013, 80: 386-393.
- [4] HIRIYUR B K J, SCHAFFER B W. Yield-line Analysis of Cold-formed Steel Members[J]. International Journal of Steel Structures, 2005, 5(1): 43-54.
- [5] BAKKER M C M. Yield Line Analysis of Post-collapse Behavior of Thin-walled Steel Members[J]. Heron, 1990, 35(3): 1-50.
- [6] ZHAO X L. Yield Line Mechanism Analysis of Steel Members and Connections[J]. Progress in Structural Engineering and Materials, 2003, 5(4): 252-262.
- [7] 徐秉业,陈森灿.塑性理论简明教程[M].北京:清华大学出版社,1981.
XU Bing-ye, CHEN Sen-can. A Concise Course of Plasticity Theory[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1981.
- [8] MURRAY N W, KHOO P S. Some Basic Plastic Mechanisms in the Local Buckling of Thin-walled Steel Structures[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 1981, 23(12): 703-713.
- [9] ZHAO X L, HANCOCK G J. Experimental Verification of the Theory of Plastic-moment Capacity of an Inclined Yield Line Under Axial Force[J]. Thin-walled Structures, 1993, 15(3): 209-233.
- [10] CAO J J, PACKER J A, YANG G J. Yield Line Analysis of RHS Connections with Axial Loads[J]. Journal of Constructional Steel Research, 1998, 48(1): 1-25.
- [11] 张骥,董满生,葛斐,等.计及轴向压力的方管节点塑性铰线模型[J].固体力学学报,2006,27(2): 127-134.
ZHANG Ji, DONG Man-sheng, GE Fei, et al. Plastic Hinge Line Model of Rectangular Hollow Section Joints Under Axial Compressive Force[J]. Acta Mechanica Sinica, 2006, 27(2): 127-134.
- [12] UNGUREANU V, KOTELKO M, MANIA R J, et al. Plastic Mechanisms Database for Thin-walled Cold-formed Steel Members in Compression and Bending[J]. Thin-walled Structures, 2010, 48(10): 818-826.
- [13] KOTELKO M, UNGUREANU V, DUBINA D, et al. Plastic Strength of Thin-walled Plated Members — Alternative Solutions Review[J]. Thin-walled Structures, 2011, 49(5): 636-644.
- [14] KOTELKO M. Load-capacity Estimation and Collapse Analysis of Thin-walled Beams and Columns-recent Advances[J]. Thin-walled Structures, 2004, 42(2): 153-175.
- [15] ELCHALAKANI M, FERNANDO D. Plastic Mechanism Analysis of Unstiffened Steel I-section Beams Strengthened with CFRP Under 3-point Bending[J]. Thin-walled Structures, 2012, 53: 58-71.
- [16] 李国强,王银志,崔大光.约束组合梁抗火试验及理论研究[J].建筑结构学报,2009,30(5):177-183.
LI Guo-qiang, WANG Yin-zhi, CUI Da-guang. Experimental Investigation and Theoretical Analysis of Restrained Composite Beam Subjected to Fire[J]. Journal of Building Structures, 2009, 30(5): 177-183.
- [17] KOTELKO M, KROLAK M. Collapse Behaviour of Triangular Cross-section Girders Subject to Pure bending[J]. Thin-walled Structures, 1993, 15(2): 127-141.
- [18] PARK M S, LEE B C. Prediction of Bending Collapse Behaviours of Thin-walled Open Section Beams[J]. Thin-walled Structures, 1996, 25(3): 185-206.
- [19] GIONCU V, PETCU D. Available Rotation Capacity of Wide-flange Beams and Beam-columns Part 1. Theoretical Approaches[J]. Journal of Constructional

- Steel Research, 1997, 43(1-3): 161-217.
- [20] GIONCU V, PETCU D. Available Rotation Capacity of Wide-flange Beams and Beam-columns Part 2. Experimental and Numerical Tests[J]. Journal of Constructional Steel Research, 1997, 43(1/2/3): 219-244.
- [21] WIERZBICKI T, ABRAMOWICZ W. On the Crushing Mechanics of Thin-walled Structures[J]. Journal of Applied Mechanics, 1983, 50(4): 727-734.
- [22] GIONCU V, MAZZOLANI F. Ductility of Seismic-resistant Steel Structures[M]. Boca Raton: CRC Press, 2003.
- [23] CLIMENHAGA J J, JOHNSON R P. Moment-rotation Curves for Locally Buckling Beams[J]. Journal of the Structural Division, 1972, 98(6): 1239-1254.
- [24] TEHAMI M. Local Buckling in Class 2 Continuous Composite Beams[J]. Journal of Constructional Steel Research, 1997, 43(1): 141-159.
- [25] WIERZBICKI T, DRISCOLL J C. Crushing Damage of Web Girders Under Localized Static Loads[J]. Journal of Constructional Steel Research, 1995, 33(3): 199-235.
- [26] IVANYI M. Moment-rotation Characteristics of Locally Buckling Beams[J]. Periodica Polytechnica Civil Engineering, 1979, 23(3/4): 217-230.
- [27] BAMBACH M R, RASMUSSEN K J R, UNGUREANU V. Inelastic Behaviour and Design of Slender I-sections in Minor Axis Bending[J]. Journal of Constructional Steel Research, 2007, 63(1): 1-12.
- [28] CHENG X, CHEN Y Y, PAN L L. Experimental Study on Steel Beam-columns Composed of Slender H-sections Under Cyclic Bending[J]. Journal of Constructional Steel Research, 2013, 88: 279-288.
- [29] 周江. 焊接 H 型截面钢构件弹塑性相关屈曲试验与有限元分析[D]. 上海: 同济大学, 2012.
- ZHOU Jiang. Interactive-buckling Experiments and Finite Element Analyses of Welded H-section Steel Members[D]. Shanghai: Tongji University, 2012.
- [30] 赵静. 薄柔截面 H 形钢构件抗震性能研究[D]. 上海: 同济大学, 2004.
- ZHAO Jing. Study on Aseismic Behavior of Non-compact H-shaped Steel Members [D]. Shanghai: Tongji University, 2004.
- [31] 武振宇, 张耀春. 轴向力作用下 T 型方管节点的塑性铰线分析[J]. 土木工程学报, 2002, 35(4): 20-24.
- WU Zhen-yu, ZHANG Yao-chun. A Formula of Inclined Yield Line for T-type RHS Joints Under Axial Force[J]. China Civil Engineering Journal, 2002, 35(4): 20-24.
- [32] 武振宇, 张耀春. 弯矩作用下不等宽 T 形方管节点的塑性铰线分析[J]. 建筑结构学报, 2003, 24(4): 65-69.
- WU Zhen-yu, ZHANG Yao-chun. Yield Line Analysis of Stepped T-type Rectangular Hollow Section Joints Subjected to Bending[J]. Journal of Building Structures, 2003, 24(4): 65-69.
- [33] 武振宇, 武胜, 张耀春. 不等宽 K 型间隙方管节点承载力计算的塑性铰线法[J]. 土木工程学报, 2004, 37(5): 1-6.
- WU Zhen-yu, WU Sheng, ZHANG Yao-chun. Yield Line Method for Calculation of the Load-carrying Capacity of Stepped K-type Gapped RHS-joints[J]. China Civil Engineering Journal, 2004, 37(5): 1-6.
- [34] KOTELKO M, MANIA R J. Alternative Solution of the Problem of Load-capacity of Thin-walled Plated Structures[J]. Mechanics and Mechanical Engineering, 2008, 12(4): 323-336.