

文章编号:1673-2049(2016)06-0037-07

改进的多目标启发式粒子群算法及其在桁架结构设计中的应用

李丽娟,梁靖昌

(广东工业大学 土木与交通工程学院,广东 广州 510006)

摘要:针对工程结构多目标优化设计中出现的约束条件处理能力差、编程复杂,计算效率低且收敛精度差等问题,对启发式粒子群算法(HPSO)进行改进,提出了多目标启发式粒子群算法(MOHPSO),并与多目标粒子群算法(MOPSO)和改进的多目标群搜索算法(IMGSO)进行比较。通过对15杆平面桁架、40杆平面桁架和72杆空间桁架3个经典算例的计算,证明了所提出的MOHPSO算法的有效性。结果表明:MOHPSO算法具有收敛精度高、约束处理能力强、全局最优解选取更合理、非劣解集维护效率高等特点。

关键词:桁架结构;启发式粒子群;多目标优化;约束改进;收敛精度

中图分类号:TU318

文献标志码:A

Improved Multi-objective Heuristic Particle Swarm Optimizer and Its Application in Truss Structural Design

LI Li-juan, LIANG Jing-chang

(School of Civil and Transportation Engineering, Guangdong University of Technology,
Guangzhou 510006, Guangdong, China)

Abstract: According to the common problems in the multi-objective optimization of engineering structures, such as difficulties in dealing with the constraints, the complexity of programming, low calculating efficiency and bad convergence precision, a multi-objective heuristic particle swarm optimizer (MOHPSO) was proposed by improving the heuristic particle swarm optimizer (HPSO). Then the MOHPSO was compared with multi-objective particle swarm optimizer (MOPSO) and improved multi-objective group search optimizer (IMGSO). Through three classic examples of 15-bar plane truss, 40-bar plane truss and 72-bar spatial truss structure, the validity of MOHPSO was proved. The results show that the MOHPSO has better convergence accuracy, constraint handling is powerful, the global optimal solution selection is more reasonable and the maintenance efficiency of the non-inferior-solution set is much higher.

Key words: truss structure; heuristic particle swarm optimizer; multi-objective optimization; improved constraint handling; convergence accuracy

收稿日期:2016-03-10

基金项目:国家自然科学基金项目(51178121);广东省自然科学基金项目(S2012020011082)

作者简介:李丽娟(1966-),女,山西霍州人,教授,博士研究生导师,工学博士,E-mail:lij@gdut.edu.cn。

0 引言

优化问题按目标函数数量可划分为单目标优化和多目标优化^[1], 尽管近 60% 的研究是有关单目标优化问题^[1-2], 但实际工程绝大多数是多目标优化^[3]。结构优化设计一般包括尺寸优化^[4-6]、形状优化^[7-8]和拓扑优化^[9-10]等。对多目标优化问题, 经典的处理方式是将其以加权的方式转化为单目标优化问题进行求解^[11], 由于加权因子难以精确确定, 研究者一直在寻求更合理的多目标优化问题求解方法, 其中基于 Pareto 最优解思想的方法得到广泛关注^[12], 包括基于群智能的多目标遗传算法^[12]、多目标粒子群算法^[13]、改进的多目标群搜索算法^[14]等。

本文在启发式粒子群算法 (HPSO)^[7] 的基础上, 结合 Pareto 最优解理论、自适应网格机制^[13]和过度可行域^[14], 提出了一种适用于结构多目标优化设计的实用算法, 即多目标启发式粒子群算法 (MOHPSO), 并将其应用到桁架结构优化中, 试验结果表明, 该算法的收敛精度优于目前性能优异的多目标粒子群算法 (MOPSO) 和改进的群搜索算法 (IMGSO), 具有较好的应用前景。

1 启发式粒子群算法

启发式粒子群算法是在粒子群算法 (PSO)^[15] 的基础上改进并提出的单目标优化算法。迭代过程中, 种群中的个体因为自身飞行的惯性而前进, 同时向着该个体的历史最优解 P_i 和整个种群的最优解 P_g 靠拢, 并且个体会随机模仿种群中的其他成员位置 R_i 来找到最优解^[16], 其中第 i 个个体位置 X 更新公式如下

$$V_i^{k+1} = \omega V_i^k + c_1 r_1 (P_i^k - X_i^k) + c_2 r_2 (P_g^k - X_i^k) + c_3 r_3 (R_i^k - X_i^k) \quad 1 \leq i \leq n \quad (1)$$

$$X_i^{k+1} = X_i^k + V_i^{k+1} \quad 1 \leq i \leq n \quad (2)$$

式中: k 表示第 k 次迭代; ω 为惯性因子; c_1, c_2, c_3 为正常数, 分别为学习因子、加速因子和被动群集系数; r_1, r_2, r_3 均为 $[0, 1]$ 间均匀分布的随机数; V 为飞行速度; n 为种群规模。

2 多目标启发式粒子群算法

鉴于启发式粒子群算法在单目标优化中具有良好的收敛速度和精度, 同时也考虑到基于粒子群算法的多目标优化算法^[13]在多目标优化中的广泛应用, 本文在 HPSO 的主程序上引入在 MOPSO 中应用的 Pareto 最优解集合处理方法——自适应网格

机制, 以实现基于 HPSO 的多目标优化算法。

2.1 全局最优解的选取

自适应网格技术^[13]是应用在 MOPSO 中处理非劣解集的方法, 相对于拥挤度计算机制, 自适应网格的管理更为合理, 主要体现在其收集的非劣解分布均匀, 同时可有效地选取全局最优解。本文在采用自适应网格选取全局最优解时加入禁忌表^[14]进行改进, 其计算规则如下:

(1) 非劣解集的维护与更新: ①当非劣解集中为空时, 新解直接放进非劣解集中; ②若新解被非劣解集中的解支配, 丢弃新解; ③若新解支配非劣解集中的解, 加入新解, 并去掉被支配的解; ④当新解与非劣解集中解互为非支配关系时, 加入新解; ⑤对于加入新解的情况, 若加入的时候非劣解集已经达到容量最大值, 且其值在当前网格范围内, 则加入前含有个体数目最大的网格将等概率地被选中一个, 然后对该网格中的个体随机删除一个; ⑥若加入新解的时候, 新解不在目前网格的范围内, 则重新划分网格。

(2) 整体最优解 P_g^k 的选取: 对于包含个体的网格, 以赌罗盘^[13]的方式选中一个, 其中包含个体数越大的网格在罗盘中占的比例越小, 当网格被选中以后, 再随机选取网格中的一个个体作为全局最优 P_g^k 。此时, 该个体被记录到禁忌表中, 如果新个体与禁忌表中的个体重复, 那么 P_g^k 将再一次通过赌罗盘的方式重新选择, 直至其与禁忌表中个体不重复为止。禁忌表的引入可以有效地避开出现相同的 P_g^k , 因此能加强种群的多样性。

2.2 变异算子

多目标粒子群算法是一个收敛速度相当快的算法, 当处于迭代前期时, 该算法有较大可能陷入局部最优解, 带来的是收敛精度不高。因此 Coello 等^[13]在 MOPSO 中加入被广泛用于遗传算法中的变异算子, 其计算公式如下

$$r < (1 - I/I_{\max})^{5/R} \quad (3)$$

$$x_j^i = x_j^i + m(1 - I/I_{\max})^{5/R} \left\{ \begin{array}{ll} 1 & r > 0.5 \\ -1 & r \leq 0.5 \end{array} \right. \quad (4)$$

式中: r 为区间 $[0, 1]$ 内一均匀分布的随机数; I 为迭代次数; I_{\max} 为最大迭代次数; R 为变异率。

当随机数的值满足式 (3), 对应的个体将再次产生一个随机数, 并运行公式 (4) 的变异操作; 文献^[13]建议变异率 R 取值为 0.5。由于在迭代后期, 过渡可行域的范围和变异率的值都不大, 当达到一

定的迭代次数后,两者的取值都归零,本文建议的迭代次数为 $\text{int}(I_{\max}/3)$, int 为取整函数。

2.3 过渡可行域

过渡可行域允许一些违反约束条件的个体当作可行解,由于这些伪可行解可能具有较好的适应度值,因此能帮助种群找到最优解,同时利用了原本被丢弃的不可行解,提高了优化的效率。在改进的多目标群搜索算法^[14]中,为了避免不可行解对最终优化结果的可行性造成影响,在迭代过程中每经过 k 次迭代后过滤掉不可行解, k 的取值为 $0.3I_{\max}$ 。

受 IMGSO 的启发,本文在 MOHPSO 中引入过渡可行域,并对其进行改进。为了简化过渡可行域的操作,首先对约束条件进行量纲一化处理,即

$$C_i = \begin{cases} \frac{c_{\text{real}} - 1}{c_{\text{allow}}} - 1 > 0 \\ 0 & \frac{c_{\text{real}}}{c_{\text{allow}}} - 1 \leq 0 \end{cases} \quad (5)$$

式中: C_i 为第 i 个约束条件, $i=1, 2, \dots, n$; c_{real} 为约束函数的计算值; c_{allow} 为约束函数的允许值。

通过公式(5)对约束条件量纲一化,可以对过渡可行域进行简单的控制。在 MOHPSO 的迭代前期引入过渡可行域,加强算法的全局搜索能力,过渡可行域范围 F_{space} 的计算公式如下

$$F_{\text{space}} = F_{\text{initial}} - F_{\text{initial}} \frac{I}{I_s} \quad (6)$$

式中: F_{initial} 的建议取值范围为 $[0, 1, 1]$; I_s 为人为设定的参数,经过大量的试算,建议取值为 $\text{int}(2I_{\max}/3)$ 。

过渡可行域如图 1 所示,其中, f_1 为结构质量的目标函数, f_2 为结构节点位移的目标函数,区域 A 为可行域,即该区域内的个体均为可行解;区域 B 为过渡可行域;区域 C 为不可行域,即该区域内的个体均为不可行解,其中不可行解违反约束的程度小于 $F_{\text{space}} \sum_{i=1}^n C_i$, 这些解在迭代过程中不丢弃,而作为可行解参与迭代,从公式(6)可以看出,随着迭代次数的增加, F_{space} 会逐渐变小,直到最后为 0,目的是为了加强迭代后期的局部寻优。

3 MOHPSO 算法流程

MOHPSO 算法流程如下:

(1)随机地初始化粒子群的位置、速度。

(2)对种群中所有粒子计算适应度值,并检查每个粒子是否处于过渡可行域,若不处于过渡可行域,则重新初始化,至所有粒子都在过渡可行域内为止。

(3)由步骤(2)得到在过渡可行域内的初代粒子

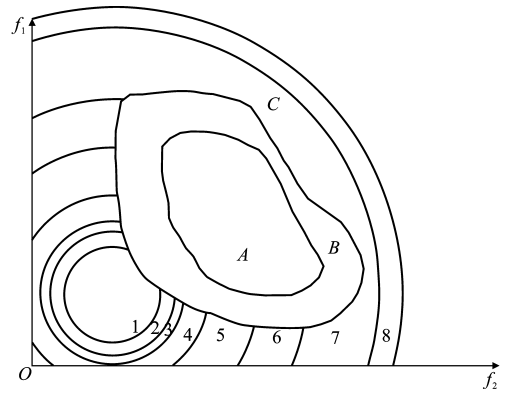


图 1 过渡可行域

Fig. 1 Transition-feasible Region

群初始化 P_{best} , 同时根据自适应网格技术生成外部精英集,并从中选取个体作为 P_g 。

(4)按公式(1),(2)更新粒子群的速度与位置,其后执行变异算子,对超出位置向量的任一维分量(如第 j 维)许可范围的粒子取该边界值,如大于上边界时,取上边界值,小于下边界时,取下边界值(拉回自变量边界)。

(5)计算新一代粒子群的适应度值。

(6)检查每个粒子的位置是否违反了约束条件,若粒子飞出了约束条件边界,则采用“回飞技术”^[7]使其返回原来的位置。

(7)更新 P_{best} 和 P_g , 收集非支配解,根据自适应网格技术更新和维护外部精英集,然后采用自适应网格技术从中选取个体作为 P_g 。

(8)若满足终止条件,结束优化,否则返回步骤(4)进行迭代。

4 算例分析

3 个算例算法参数设置如下:种群大小为 300,迭代次数为 300,非劣解集的容量大小为 50;MOHPSO 与 MOPSO 变异率为 0.5,各维网格划分数为 30;MOHPSO 和 IMGSO 过渡可行域的范围分别取 0.5 倍和 0.1 倍的位移、应力允许值。

4.1 15 杆平面桁架

15 杆平面桁架结构如图 2 所示,其中, P_1, P_2, P_3 均为荷载。材料密度和弹性模量分别为 $7800 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ 和 200 GPa ;各杆件的应力允许值为 $\pm 120 \text{ MPa}$;节点位移在横向和竖向上的允许值为 $\pm 10 \text{ mm}$;15 个截面变量的取值来自截面库 $D=[113.2, 143.2, 145.9, 174.9, 185.9, 235.9, 265.9, 297.1, 308.6, 334.3, 497.8, 507.6, 736.7, 791.2, 1063.7] \text{ (mm}^2\text{)}$,考虑 3 种荷载组合(组合 1: $P_1 = 35 \text{ kN}$,

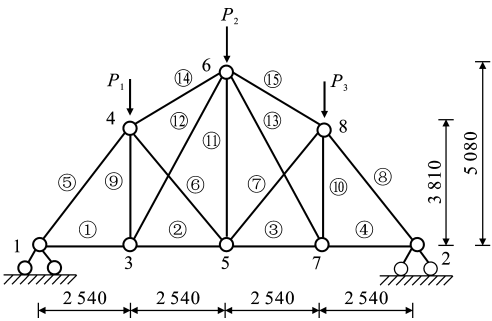


图 2 15 杆平面桁架(单位:mm)

Fig. 2 15-bar Plane Truss Structure (Unit:mm)

$P_2=35\text{ kN}$, $P_3=35\text{ kN}$ 。组合 2: $P_1=35\text{ kN}$, $P_2=0\text{ kN}$, $P_3=35\text{ kN}$ 。组合 3: $P_1=35\text{ kN}$, $P_2=35\text{ kN}$, $P_3=0\text{ kN}$ 。目标函数为总质量最小值及各节点位移最小值。各算法收敛效果如图 3~5 所示,最好的 Pareto 前端对比如图 6 所示。

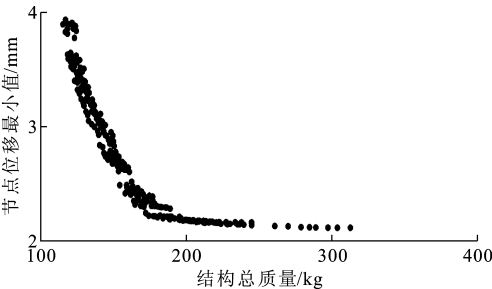


图 3 15 杆平面桁架 IMGSO 独立运行 5 次的优化结果

Fig. 3 Optimization Results After Five Independent Runs of IMGSO of 15-bar Plane Truss

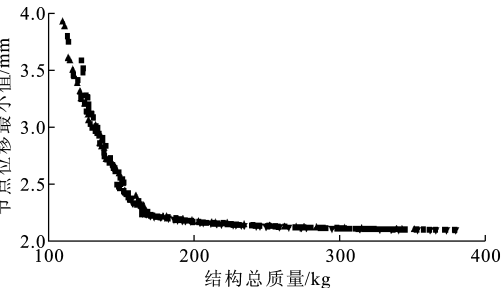


图 4 15 杆平面桁架 MOPSO 独立运行 5 次的优化结果

Fig. 4 Optimization Results After Five Independent Runs of MOPSO of 15-bar Plane Truss

从图 3~5 可以看出,IMGSO 的收敛稳定性最差,5 次独立运行均不能收敛到同一曲线上,离散性较大。从图 6 可以看出:IMGSO 的 Pareto 曲线均被 MOPSO 和 MOHPSO 的 Pareto 曲线支配;MOPSO 在 150 kg 以上收敛稳定,但在 150 kg 以内出现较为离散的收敛结果;MOHPSO 的收敛结果最为稳定,同时最优解分布均匀,比 MOPSO 和 IMGSO 都要广。从图 6 还可以看出,MOHPSO 在

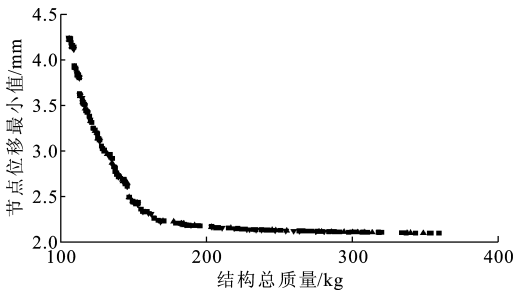


图 5 15 杆平面桁架 MOHPSO 独立运行 5 次的优化结果

Fig. 5 Optimization Results After Five Independent Runs of MOHPSO of 15-bar Plane Truss

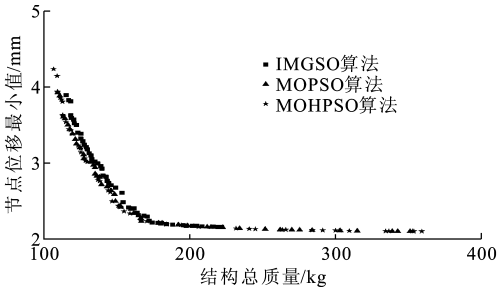


图 6 15 杆平面桁架的 Pareto 前端

Fig. 6 Pareto Fronts of 15-bar Plane Truss

150 kg 附近的最优解支配了 MOPSO,这说明 MOHPSO 的收敛精度是三者中最好的。

4.2 40 杆平面桁架

40 杆平面桁架结构如图 7 所示,以结构总质量最小值和节点位移最小值作为 2 个不同的目标函数。材料密度和弹性模量分别为 $7\,800\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ 和 $196\,130\text{ MPa}$;各杆件最大应力允许值为 $\pm 156.91\text{ MPa}$;各节点在横向和竖向上的最大位移允许值为 $\pm 0.035\text{ m}$ 。由于结构的对称性,该桁架结构可划分为 23 个设计变量,其中有 4 个连续的节点位置变量以及 19 个离散的截面面积变量。各算法收敛效果如图 8~10 所示,最好的 Pareto 前端对比如图 11 所示。

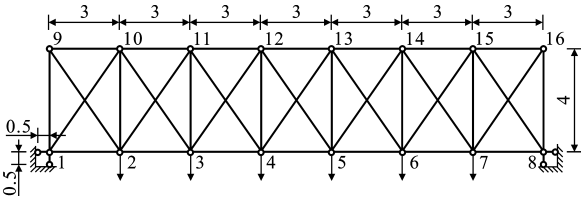


图 7 40 杆平面桁架(单位:m)

Fig. 7 40-bar Plane Truss Structure (Unit:m)

从图 8~10 可以看出,IMGSO 和 MOPSO 的收敛结果都不稳定,但 MOHPSO 的收敛稳定性非常好。从图 11 可以看出,MOHPSO 和 MOPSO 最好的 Pareto 前端基本一致,IMGSO 的 Pareto 前端

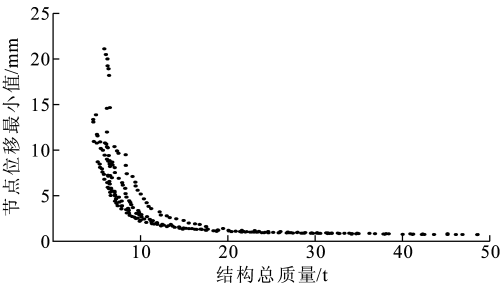


图 8 40 杆平面桁架 IMGSO 独立运行 5 次的优化结果

Fig. 8 Optimization Results After Five Independent Runs of IMGSO of 40-bar Plane Truss

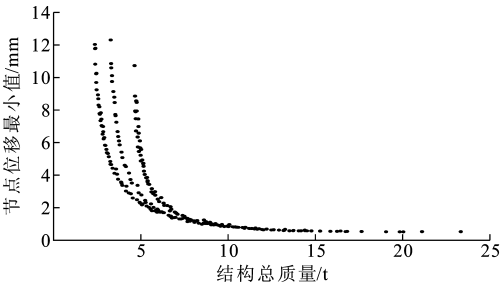


图 9 40 杆平面桁架 MOPSO 独立运行 5 次的优化结果

Fig. 9 Optimization Results After Five Independent Runs of MOPSO of 40-bar Plane Truss

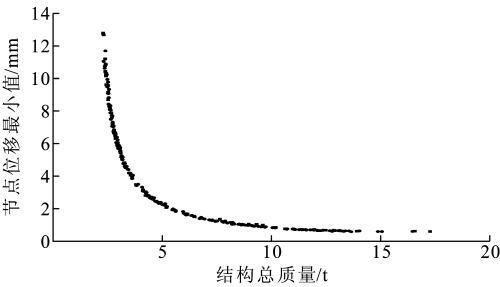


图 10 40 杆平面桁架 MOHPSO 独立运行 5 次的优化结果

Fig. 10 Optimization Results After Five Independent Runs of MOHPSO of 40-bar Plane Truss

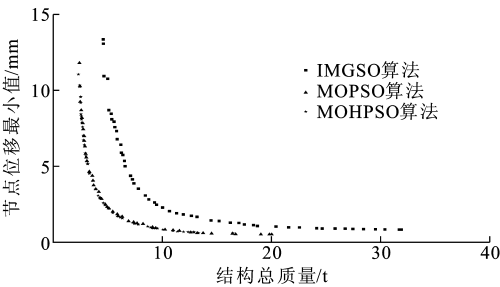


图 11 40 杆平面桁架的 Pareto 前端

Fig. 11 Pareto Fronts of 40-bar Plane Truss Structure

完全被 MOHPSO 和 MOPSO 最好的 Pareto 前端所支配。

4.3 72 杆空间桁架

72 杆空间桁架结构如图 12 所示,其材料密度

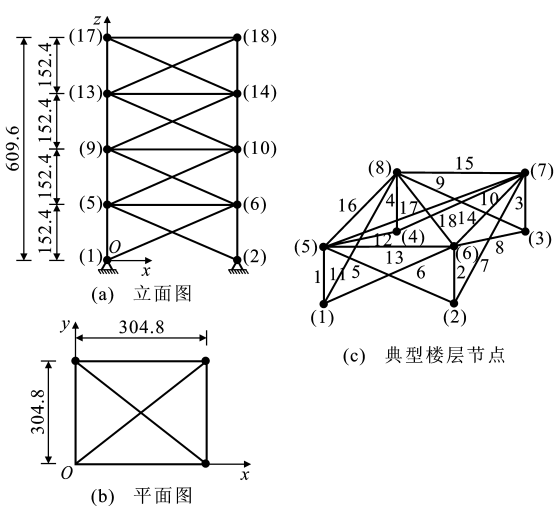


图 12 72 杆空间桁架(单位:cm)

Fig. 12 72-bar Spatial Truss Structure (Unit:cm)

和弹性模量分别为 $2\,770\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ 和 $68\,950\text{ MPa}$,各杆件单元的应力限制值为 $\pm 172.36\text{ MPa}$,上部各节点在 3 个方向的位移限制值为 $\pm 6.35\text{ mm}$ 。72 杆空间桁架的算例在每次进行目标函数的赋值时,考虑 2 种荷载工况对结构的影响,如表 4 所示。为了简化该算例的优化模型,72 个杆件单元划分为 16 个组别:① $A_1 \sim A_4$,② $A_5 \sim A_{12}$,③ $A_{13} \sim A_{16}$,④ $A_{17} \sim A_{18}$,⑤ $A_{19} \sim A_{22}$,⑥ $A_{23} \sim A_{30}$,⑦ $A_{31} \sim A_{34}$,⑧ $A_{35} \sim A_{36}$,⑨ $A_{37} \sim A_{40}$,⑩ $A_{41} \sim A_{48}$,⑪ $A_{49} \sim A_{52}$,⑫ $A_{53} \sim A_{54}$,⑬ $A_{55} \sim A_{58}$,⑭ $A_{59} \sim A_{66}$,⑮ $A_{67} \sim A_{70}$,⑯ $A_{71} \sim A_{72}$ 。自变量范围取自 AISC 规范^[17]中常用的 64 个截面尺寸。各算法收敛效果如图 13~15 所示,最好的 Pareto 前端对比如图 16 所示。

表 1 72 杆空间桁架的荷载工况

Tab. 1 Load Cases of 72-bar Spatial Truss Structure

节点 编号	荷载工况 1			荷载工况 2		
	P_x/kN	P_y/kN	P_z/kN	P_x/kN	P_y/kN	P_z/kN
17	22.24	22.24	-22.24	0	0	-22.24
18	0.00	0.00	0.00	0	0	-22.24
19	0.00	0.00	0.00	0	0	-22.24
20	0.00	0.00	0.00	0	0	-22.24

相对前 2 个算例,该算例各算法收敛的曲线比较接近。IMGSO 独立运行 5 次的优化结果如图 13 所示,该算法依然出现收敛不稳定、收敛精度较差的问题,仅 1 次独立运行非劣解分布在范围 7.491~9.534 t 上,说明了 IMGSO 在该优化问题中的收敛离散性较大;MOPSO 和 MOHPSO 在该算例中的收敛情况基本一致,如 5 次独立运行收敛稳定,得到的非劣解支配了 IMGSO,较优的支配优势说明收敛精度良好。从图 16 可以看出,MOHPSO 在 Pareto

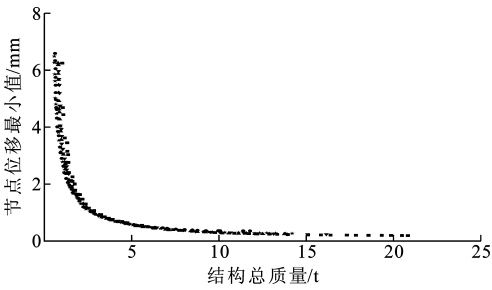


图 13 72 杆空间桁架 IMGSO 独立运行 5 次的优化结果
Fig. 13 Optimization Results After Five Independent Runs of IMGSO of 72-bar Spatial Truss

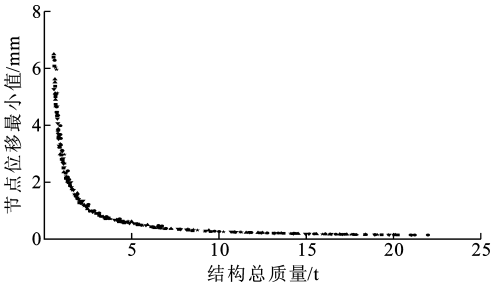


图 14 72 杆空间桁架 MOPSO 独立运行 5 次的优化结果
Fig. 14 Optimization Results After Five Independent Runs of MOPSO of 72-bar Spatial Truss

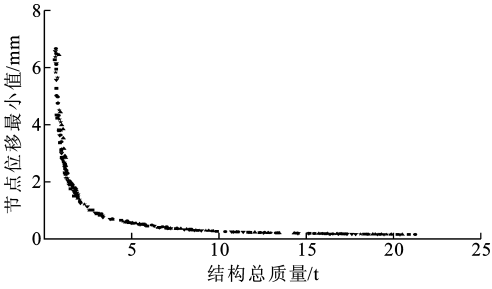


图 15 72 杆空间桁架 MOHPSO 独立运行 5 次的优化结果
Fig. 15 Optimization Results After Five Independent Runs of MOHPSO of 72-bar Spatial Truss

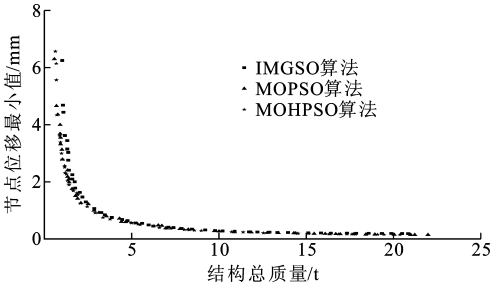


图 16 72 杆空间桁架的 Pareto 前端
Fig. 16 Pareto Fronts of 72-bar Spatial Truss Structure
曲线中部,即 1.135 t 附近的非劣解,出现了支配 MOPSO 的情况,但大部分区域 MOPSO 与 MOHPSO 互为非劣关系,且解的分布较为均匀,这也说明了基于粒子群算法的多目标算法是适合解决 72

杆空间桁架结构优化问题的。

在文献[8]中,多目标群搜索算法(MGSO)在对 10 杆、25 杆和 40 杆桁架结构的优化结果中存在收敛精度不足、收敛速度慢以及非劣解分布不均匀等问题,李丽娟等^[14]采用过渡可行域、庄家法和禁忌表等方法分别对 MGSO 的约束处理能力、非劣解排序和发现者的选取进行改进并提出改进的多目标群搜索算法(IMGSO),计算结果表明 IMGSO 的改进方法有一定的有效性和可行性。综合上述 3 个桁架结构的优化算例可以看出,同样采用了过渡可行域的 MOHPSO 算法比 IMGSO 更加稳定,作为 MOPSO 的改进算法,MOHPSO 的收敛稳定性大为提高;上述的一些约束处理方法在启发式粒子群算法中同样适用,本文通过测试算例的计算结果说明 MOHPSO 在约束处理能力上比 IMGSO 更有力,同时收敛精度有较大提高,说明了过渡可行域算子更适合在粒子群算法中应用。

5 结 语

本文提出了一种新型 MOPSO 改进算法——多目标启发式粒子群算法,其目的是为了有效地改善 MOPSO 在多约束多目标优化问题上的寻优能力。通过 3 个带约束含离散变量的桁架结构优化结果对比,发现本文改进算法非常有效,主要体现在 MOHPSO 的收敛效果比较稳定,解在 Pareto 最优前端的分布比较均匀,收敛精度较 MOPSO 和 IMGSO 有所提高。结果表明,多目标启发式粒子群算法是一种能有效应用于结构多目标优化研究的新型改进算法。

参考文献:

References:

[1] NGUYEN A T, REITER S, RIGO P. A Review on Simulation-based Optimization Methods Applied to Building Performance Analysis[J]. Applied Energy, 2014(113):1043-1058.
[2] SADOLLAH A, BAHREININEJAD A, ESKANDAR H, et al. Mine Blast Algorithm: A New Population Based Algorithm for Solving Constrained Engineering Optimization Problems[J]. Applied Soft Computing, 2013, 13(5):2592-2612.
[3] KAVEH A, LAKNEJADI K, ALINEJAD B. Performance-based Multi-objective Optimization of Large Steel Structures[J]. Acta Mechanica, 2012, 223(2): 355-369.

- [4] SADOLLAH A,BAHREININEJAD A,ESKANDAR H, et al. Mine Blast Algorithm for Optimization of Truss Structures with Discrete Variables[J]. Computers and Structures,2012(102):49-63.
- [5] KAVEH A,ZOLGHADR A. Democratic PSO for Truss Layout and Size Optimization with Frequency Constraints [J]. Computers and Structures, 2014 (130):10-21.
- [6] KAVEH A,SHEIKHOLESAMI R,TALATAHARI S, et al. Chaotic Swarming of Particles; A New Method for Size Optimization of Truss Structures[J]. Advances in Engineering Software, 2014 (67): 136-147.
- [7] LI L J,HUANG Z B,LIU F, et al. A Heuristic Particle Swarm Optimizer for Optimization of Pin Connected Structures[J]. Computers and Structures,2007,85 (7/8):340-349.
- [8] LI L J,LIU F. Group Search Optimization for Applications in Structural Design[M]. Berlin: Springer, 2011.
- [9] RAHAMI H,KAVEH A,GHOLIPOUR Y. Sizing, Geometry and Topology Optimization of Trusses via Force Method and Genetic Algorithm[J]. Engineering Structures,2008,30(9):2360-2369.
- [10] RASMUSSEN M H,STOLPE M. Global Optimization of Discrete Truss Topology Design Problems Using a Parallel Cut-and-branch Method[J]. Computers and Structures,2008,86(13/14):1527-1538.
- [11] LI G,JIANG Y,YANG D X. Modified-modal-push-over-based Seismic Optimum Design for Steel Structures Considering Life-cycle Cost[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization,2012,45(6):861-874.
- [12] DEB K,PRATAP A,AGARWAL S, et al. A Fast and Elitist Multi-objective Genetic Algorithm: NSGA-II [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation,2002,6(2):182-197.
- [13] COELLO C A C,PULIDO G T,LECHUGA M S. Handling Multiple Objectives with Particle Swarm Optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computations,2004,8(3):256-279.
- [14] 李丽娟,黄振华,刘 锋. 用于结构优化设计的改进多目标群搜索算法[J]. 工程设计学报,2013,20(1):11-17.
LI Li-juan, HUANG Zhen-hua, LIU Feng. An Improved Multi-objective Group Search Optimization Algorithm Applied to Structural Optimal Design[J]. Chinese Journal of Engineering Design,2013,20(1): 11-17.
- [15] KENNEDY J,EBERHART R C. Particle Swarm Optimization[C]//IEEE. Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks. Washington DC:IEEE,1995(4):1942-1948.
- [16] HE S,WU Q H,WEN J Y, et al. A Particle Swarm Optimizer with Passive Congregation[J]. Bio Systems,2004,78(1/2/3):135-147.
- [17] AISC. Manual of Steel Construction; Allowable Stress Design[M]. 9th ed. Chicago: AISC,1989.