

文章编号:1673-2049(2019)03-0117-10

# 地基不均匀沉降时超静定框架应力场的还原及应用

卢淑雯, 刘洋, 常乐, 封云, 高海军

(中国建筑科学研究院有限公司 国家建筑工程质量监督检验中心, 北京 100013)

**摘要:**针对发生地基不均匀沉降的超静定框架结构应力场的还原问题,给出了基于结构力学矩阵位移法还原超静定框架结构体系应力场的计算原理。基于包含上部钢框架、独立基础和多维弹性地基支承的整体超静定结构体系的静力平衡条件和变形协调条件,建立了超静定结构的有限元计算模型。以实际监测工程为算例,采用 MIDAS/Gen 有限元软件计算还原了包含上部钢框架、基础和基底弹簧支座的整体超静定结构第二平衡状态下的应力场;由实测的钢框柱柱脚位移值反算出基底弹簧支座各方向的弹性刚度,得出整体超静定结构第二平衡状态下的刚度矩阵及位移矩阵,从而求得监测初期和终期上部超静定钢框架结构各构件的内力计算值。最后,对比钢框架各构件内力的理论计算增量值与监测增量值。结果表明:构件各项内力理论计算增量值与监测增量值的相对误差均不超过 40%,且构件各项内力理论值与监测值的增量变化方向一致,验证了基于矩阵位移法的超静定框架结构应力场还原方法的合理性和可行性。

**关键词:**超静定钢框架;地基不均匀沉降;矩阵位移法;应变监测;应力场还原计算

**中图分类号:**TU434

**文献标志码:**A

## Recovery and Application of Stress Field in Statically Indeterminate Frame Under Uneven Settlement of Foundation

LU Shu-wen, LIU Yang, CHANG Le, FENG Yun, GAO Hai-jun

(National Center for Quality Supervision and Test of Building Engineering, China Academy of Building Research, Beijing 100013, China)

**Abstract:** Aiming at the problem of stress field recovery of statically indeterminate frame structure with uneven settlement of foundation, the calculation principle of stress field recovery of statically indeterminate steel frame structure system based on matrix displacement method of structural mechanics was presented. Based on the static equilibrium condition and deformation compatibility condition of the whole statically indeterminate structure system with upper steel frame, independent foundation and multi-dimensional elastic foundation support, the finite element calculation model of statically indeterminate structure was established. Taking a practical monitoring project as an example, the stress field of the whole statically indeterminate structure with upper frame, foundation and base spring support under the second equilibrium state was calculated and restored by MIDAS/Gen finite element software. The elastic stiffness in all directions of the base spring support was calculated from the measured displacement of the column foot of the steel frame column, and the stiffness matrix and displacement matrix under the second equilibrium state of the whole statically indeterminate structure were obtained, so as

收稿日期:2018-09-04

基金项目:中国建筑科学研究院青年基金项目(20170112331030050)

作者简介:卢淑雯(1986-),女,山东临沂人,工程师,E-mail:995394236@qq.com。

to obtain the internal force calculation values of each member of the statically indeterminate steel frame structure at the initial and final stages of monitoring. Finally, the theoretical calculation increment and monitoring increment of internal forces of steel frame members were compared. The results show that the relative error between theoretical calculation increment and monitoring increment is not more than 40%, and the theoretical value of internal force is consistent with the incremental change direction of monitoring increment. The rationality and feasibility of stress field recovery method for statically indeterminate frame structures based on matrix displacement method are verified.

**Key words:** statically indeterminate steel frame; uneven settlement of foundation; matrix displacement method; strain monitoring; recovery calculation of stress field

## 0 引言

地基不均匀沉降将导致上部超静定钢框架发生变形,并引起结构各构件发生内力重新分布,而变形和内力的变化又将影响结构的正常使用功能和极限承载能力,尤其在加固处理后的人工填土地基上修建建筑物、构筑物,由地基不均匀沉降产生的工程事故经常发生<sup>[1-2]</sup>。

目前针对地基不均匀沉降时上部结构应力场的计算问题,主要有以下研究成果:刘畅等<sup>[3]</sup>提出了将地基模拟为弹性支座的有限元分析法;贾强等<sup>[4-5]</sup>对地基沉降下单樘混凝土框架进行了试验研究,同时进行有限元分析,给出了不同沉降量作用下上部结构产生的附加内力规律;王晖等<sup>[6]</sup>给出了地基不均匀沉降对上部结构影响的三维弹性支承分析法,并通过实例和理论计算验证了该方法的合理性。以往的研究主要是将柱脚沉降作为位移荷载施加至原结构或通过固定支座与弹性支承模型的对比给出了地基沉降对上部结构内力的影响<sup>[6-9]</sup>,或采用有限元软件计算直接得出上部结构的应力变化规律或仅给出地基处理建议<sup>[10-18]</sup>。

中石油云南石化炼油项目位于云南省安宁市,该项目地基发生不均匀沉降。工程监测现场安装应变监测系统时,超静定钢框架仍处于生产运行状态,通过监测设备仅能监测到各构件未来的应变变化趋势,无法测量出其初始应力状态。为评估该结构的安全性,需要通过合理的计算方法得出各构件的初始内力值,而且应变监测中出现的数据异常点也需根据数值计算结果进行剔除和修正。可见,地基不均匀沉降时采用合理的理论计算方法获取整体结构实时的应力场及构件内力是十分必要的。

本文基于结构力学中的矩阵位移法<sup>[19]</sup>及将矩阵位移法应用于地基基础的现有研究<sup>[20-22]</sup>,给出了

还原超静定钢框架应力场的计算原理,建立了地基不均匀沉降时超静定结构带有多维弹性支承的计算模型。通过不均匀沉降工程实例,以实测变形值为终值,参照文献<sup>[23]</sup>,<sup>[24]</sup>假定弹性支座各方向刚度,采用 MIDAS/Gen 有限元软件建立三维模型并迭代计算,由整体超静定结构第二平衡状态的位移法基本方程,求得沉降后各构件的内力值,从而实现了上部超静定框架初始应力场的还原。最后,通过构件各项内力理论计算增量值与工程监测增量值的对比分析,验证了该应力场还原方法的合理性和可行性。

## 1 基于矩阵位移法的超静定钢框架应力场还原计算原理

地基不均匀沉降时,在钢框架柱基底施加  $x, y, z, \theta_x, \theta_y, \theta_z$  多向的有限刚度土体弹簧支座,以弹簧模拟持力土层对上部结构的作用,即地基的多维弹性支承分析法。根据 Winkler 弹性地基假设<sup>[25-26]</sup>,将基底有效持力的土层简化为具有 3 个自由度的有限刚度土体弹簧支座,且支座中心与基础中心重合。将被动土体采用侧向支承的土体弹簧替代已被论证是合理的,因此设钢框架柱基底  $x$  轴方向(水平)的刚度系数(地基水平基床系数)为  $k_x$ ,  $z$  方向(竖直)的刚度系数(地基垂直基床系数<sup>[10,19]</sup>)为  $k_z$ ,绕  $y$  轴的转角刚度系数为  $k_\theta$ 。无明显变形的  $y$  轴水平方向刚度系数、绕  $x, z$  轴的转角刚度系数均定义为无穷大。

考虑上部钢框架、基础和弹性地基的共同作用,当弹性地基的刚度满足承载要求且基础无明显沉降和变形时,由上述三部分组成的整体超静定结构体系满足静力平衡,且变形协调。因此,整体超静定结构处于静力平衡状态,此为第一平衡状态。

采用矩阵位移法求解超静定结构各杆件内力

时,将施加附加约束的基本体系转化为原结构的条件是基本结构在给定荷载及节点位移  $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$  共同作用下,于附加约束处产生的总约束力  $F_1 \sim F_n$  均等于 0,则整体超静定结构的矩阵位移法基本方程为

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= k_{11}\Delta_1 + k_{12}\Delta_2 + \dots + k_{1n}\Delta_n + F_{1p} = 0 \\ F_2 &= k_{21}\Delta_1 + k_{22}\Delta_2 + \dots + k_{2n}\Delta_n + F_{2p} = 0 \\ &\vdots \\ F_n &= k_{n1}\Delta_1 + k_{n2}\Delta_2 + \dots + k_{nn}\Delta_n + F_{np} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中:  $k_{11}, k_{12}, \dots, k_{1n}$  为附加约束 1 处连接的各杆件(杆件编号 1, 2,  $\dots, n$ )刚度系数,表示第 1, 2,  $\dots, n$  个附加约束处产生的单位位移或转角,且其他约束处自由度为 0 时,需要在第 1 个附加约束处施加的力或力矩;  $k_{n1}, k_{n2}, \dots, k_{nn}$  为在附加约束  $n$  处连接各杆件(杆件编号 1, 2,  $\dots, n$ )的刚度系数,表示第 1, 2,  $\dots, n$  个附加约束处产生的单位位移或转角,且其他约束处自由度为 0 时,需要在第  $n$  个附加约束处施加的力或力矩;  $F_{1p}, F_{2p}, \dots, F_{np}$  为结构第 1, 2,  $\dots, n$  个附加约束处的外力(轴力、剪力或弯矩)。

将式(1)表达成矩阵形式,即

$$[F_1 \ F_2 \ \dots \ F_n]^T = \mathbf{K}\mathbf{\Delta} + \mathbf{F}_p = \mathbf{0} \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{K}$  为超静定结构第一平衡状态的整体刚度矩阵;  $\mathbf{\Delta}$  为基本结构第一平衡状态时各节点的位移矩阵;  $\mathbf{F}_p$  为作用在基本体系上的外力荷载矩阵。

当地基发生沉降但最终变形趋于稳定至沉降停止时,整体超静定结构体系经变形协调后,仍处于静力平衡状态,此为第二平衡状态。结构由第一平衡状态转变成第二平衡状态,根据矩阵位移法基本方程可得

$$[F'_1 \ F'_2 \ \dots \ F'_n]^T = \mathbf{K}'\mathbf{\Delta}' + \mathbf{F}'_p = \mathbf{0} \quad (3)$$

式中:  $\mathbf{F}'_p = \mathbf{F}_p$ ; 结构整体刚度矩阵  $\mathbf{K} \rightarrow \mathbf{K}'$ ,  $\mathbf{K}'$  为超静定结构第二平衡状态的整体刚度矩阵; 结构位移矩阵  $\mathbf{\Delta} \rightarrow \mathbf{\Delta}'$ ,  $\mathbf{\Delta}'$  为基本结构第二平衡状态时各节点的位移矩阵。

由于施工误差、风荷载及环境温度等因素的影响,采用现场检测获得节点位移矩阵  $\mathbf{\Delta}'_{n \times n}$  中的全部数值极为困难,仅能通过检测获得柱脚节点处  $x, z$  向的初始位移,即矩阵  $\mathbf{\Delta}'_{n \times n}$  中的部分数值。若给地基刚度系数  $k_x, k_z, k_\theta$  各假定一个数值,则第二平衡状态下的刚度矩阵  $\mathbf{K}'_{n \times n}$  已知,通过式(3)即可求得结构节点位移矩阵  $\mathbf{\Delta}'_{n \times n}$  的全部数值。以柱脚实测位移值为终值,通过多次调整  $k_x, k_z, k_\theta$  的假定值,

经有限元迭代计算,最终求得第二平衡状态时的节点位移场矩阵  $\mathbf{\Delta}'_{n \times n}$ 。

对节点位移  $\mathbf{\Delta}'_i$  进行微分,可得各连接构件的应变  $\epsilon'_i$ ,由构件应变即可求得构件应力  $\sigma'_i = E\epsilon'_i$ ,弹性模量  $E = 2.05 \times 10^5$  MPa,最终实现整体结构应力场的还原。另外,根据已知的构件截面,即可求得基本结构第二平衡状态时各构件的轴力  $N'_i$ 、剪力  $V'_i$ 、弯矩  $M'_i$ 。

取超静定框架中的一跨为基本计算单元,沉降前后计算单元各杆件及节点位移编号、弹簧支座弹性系数标定位置如图 1, 2 所示,计算单元第一平衡和第二平衡状态的刚度矩阵  $\mathbf{k}, \mathbf{k}'$  如式(4), (5) 所示。

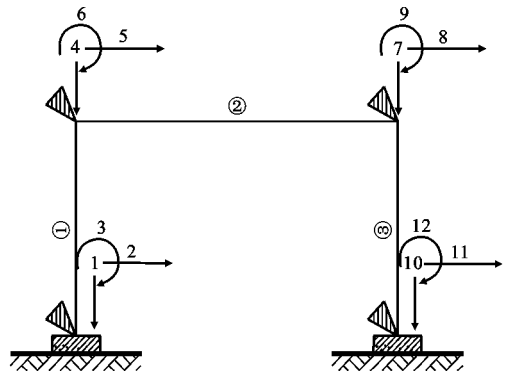


图 1 沉降前计算单元编号

Fig. 1 Numbers of Calculation Unit Before Settlement

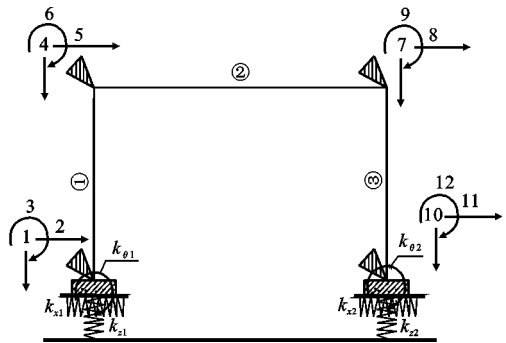


图 2 沉降后计算单元编号

Fig. 2 Numbers of Calculation Unit After Settlement

第二平衡状态时,基本单元体系的矩阵位移法基本方程为  $\mathbf{k}'\mathbf{\delta}' + \mathbf{p} = \mathbf{0}$ ,其中,  $\mathbf{\delta}'$  为基本单元的节点位移矩阵,  $\mathbf{p}$  为基本单元的外力作用矩阵。

对于基本单元,首先假定各弹簧支座的弹性系数,以各方向上的实测变形值  $\delta_{x1}, \delta_{x2}, \delta_{z1}, \delta_{z2}, \delta_{\theta1}, \delta_{\theta2}$  为终值,经过有限元迭代计算,确定出刚度系数  $k_{x1}, k_{x2}, k_{z1}, k_{z2}, k_{\theta1}, k_{\theta2}$ ,求出公式(5),即可求得基本单元的位移矩阵  $\mathbf{\delta}'$ 。

$k=$

$$\begin{bmatrix} \frac{EA_1}{l_1} & 0 & 0 & \frac{-EA_1}{l_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12i_1}{l_1^2} & \frac{6i_1}{l_1} & 0 & \frac{-12i_1}{l_1^2} & \frac{-6i_1}{l_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6i_1}{l_1} & 4i_1 & 0 & \frac{-6i_1}{l_1} & 2i_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-EA_1}{l_1} & 0 & 0 & \frac{EA_1+EA_2}{l_1+l_2} & 0 & 0 & \frac{-EA_1-EA_2}{l_1+l_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12i_1}{l_1^2} & \frac{-6i_1}{l_1} & 0 & \frac{12i_1+12i_2}{l_1^2+l_2^2} & \frac{-6i_1+6i_2}{l_1+l_2} & 0 & \frac{-12i_1-12i_2}{l_1^2+l_2^2} & \frac{-6i_1+6i_2}{l_1+l_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6i_1}{l_1} & 2i_1 & 0 & \frac{-6i_1+6i_2}{l_1+l_2} & 4i_1+4i_2 & 0 & \frac{6i_1-6i_2}{l_1+l_2} & 2i_1+2i_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-EA_1-EA_2}{l_1+l_2} & 0 & 0 & \frac{EA_3+EA_2}{l_3+l_2} & 0 & 0 & \frac{-EA_3}{l_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-12i_1-12i_2}{l_1^2+l_2^2} & \frac{-6i_1-6i_2}{l_1+l_2} & 0 & \frac{12i_3+12i_2}{l_3^2+l_2^2} & \frac{6i_3-6i_2}{l_3+l_2} & 0 & \frac{-12i_3}{l_3^2} & \frac{-6i_3}{l_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-6i_1-6i_2}{l_1+l_2} & 2i_1+2i_2 & 0 & \frac{6i_3-6i_2}{l_3+l_2} & 4i_3+4i_2 & 0 & \frac{-6i_3}{l_3} & 2i_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-EA_3}{l_3} & 0 & 0 & \frac{EA_3}{l_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-12i_3}{l_3^2} & \frac{-6i_3}{l_3} & 0 & \frac{12i_3}{l_3^2} & \frac{-6i_3}{l_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{6i_3}{l_3} & 2i_3 & 0 & \frac{-6i_3}{l_3} & 4i_3 \end{bmatrix}$$

$(4)$

$k'=$

$$\begin{bmatrix} \frac{EA_1}{l_1}+k_{x1} & 0 & 0 & \frac{-EA_1}{l_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12i_1}{l_1^2}+k_{x1} & \frac{6i_1}{l_1}+k_{x1} & 0 & \frac{-12i_1}{l_1^2} & \frac{-6i_1}{l_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6i_1}{l_1}+k_{\theta1} & 4i_1+k_{\theta1} & 0 & \frac{-6i_1}{l_1} & 2i_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-EA_1}{l_1} & 0 & 0 & \frac{EA_1+EA_2}{l_1+l_2} & 0 & 0 & \frac{-EA_1-EA_2}{l_1+l_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12i_1}{l_1^2} & \frac{-6i_1}{l_1} & 0 & \frac{12i_1+12i_2}{l_1^2+l_2^2} & \frac{-6i_1+6i_2}{l_1+l_2} & 0 & \frac{-12i_1-12i_2}{l_1^2+l_2^2} & \frac{-6i_1+6i_2}{l_1+l_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6i_1}{l_1} & 2i_1 & 0 & \frac{-6i_1+6i_2}{l_1+l_2} & 4i_1+4i_2 & 0 & \frac{6i_1-6i_2}{l_1+l_2} & 2i_1+2i_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-EA_1-EA_2}{l_1+l_2} & 0 & 0 & \frac{EA_3+EA_2}{l_3+l_2} & 0 & 0 & \frac{-EA_3}{l_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-12i_1-12i_2}{l_1^2+l_2^2} & \frac{-6i_1-6i_2}{l_1+l_2} & 0 & \frac{12i_3+12i_2}{l_3^2+l_2^2} & \frac{6i_3-6i_2}{l_3+l_2} & 0 & \frac{-12i_3}{l_3^2} & \frac{-6i_3}{l_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-6i_1-6i_2}{l_1+l_2} & 2i_1+2i_2 & 0 & \frac{6i_3-6i_2}{l_3+l_2} & 4i_3+4i_2 & 0 & \frac{-6i_3}{l_3} & 2i_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-EA_3}{l_3} & 0 & 0 & \frac{EA_3}{l_3}+k_{z2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-12i_3}{l_3^2} & \frac{-6i_3}{l_3} & 0 & \frac{12i_3}{l_3^2}+k_{x2} & \frac{6i_3}{l_3}+k_{\theta2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{6i_3}{l_3} & 2i_3 & 0 & \frac{-6i_3}{l_3}-k_{x2} & 4i_3+k_{\theta2} \end{bmatrix}$$

$(5)$

式中: $A_1,A_2,A_3$  为杆件截面面积; $l_1,l_2,l_3$  为杆件长度; $i_1,i_2,i_3$  为杆件的线刚度, $i_1=EI_1/l_1,i_2=EI_2/l_2,i_3=EI_3/l_3,I_1,I_2,I_3$  为杆件截面惯性矩。

## 2 工程应用

### 2.1 工程概况

中石油云南石化炼油项目位于云南省安宁市草

铺镇,厂区建有多处超静定钢框架构筑物,自 2014 年 6 月,各钢框架基础普遍出现不均匀沉降,建设单位对发生沉降的地基进行注浆加固,使地基变形基本趋于稳定。钢框柱采用外露式刚接柱脚及钢筋混凝土独立基础,基础埋深为 3.0 m。考虑到地基不均匀沉降对上部结构造成的安全隐患,需要对厂区内基础发生不均匀沉降的框架进行检测及应变监

测,并对其进行承载安全性鉴定。该超静定钢框架共 3 层,层高为 8.0 m,最大跨度为 6.0 m,钢框架梁与柱均采用刚性连接,钢柱截面为热轧宽翼缘型钢工字钢,钢框架梁为热轧中翼、窄翼工字钢。钢框柱上部及柱脚刚节点如图 3,4 所示,钢框架柱的平面布置、轴网定位如图 5 所示,其中,图 5 中虚线框内钢框架柱为被监测的钢柱,共 4 根。现场应变采集系统如图 6 所示。



图 3 钢框架梁柱节点

Fig.3 Beam-column Joints of Steel Frame



图 4 柱脚刚性节点

Fig.4 Rigid Joints at Column Foot

2.2 初始检测结果

根据《建筑变形测量规范》(JGJ 8—2016)<sup>[27]</sup> 的相关规定,采用水准仪对钢框架基础顶的初始沉降量进行检测, $z$  向初始沉降检测结果如表 1 所示,其中“—”为向下。采用全站仪对钢框柱的侧向位移进行检测, $x,y$  向位移及绕  $y$  轴倾角的检测结果如表 2~4 所示。

2.3 沉降过程监测结果

采用应变传感器直接监测框架各钢柱表面的应变,以获得构件实时应力状态。应变监测采用 JXB-3(T)型振弦式表面应变计,其量程为  $-2\times 10^{-3}\sim 1\times 10^{-3}$ ,测量精度为  $\pm 0.1\%$ ,对应的钢材应力变化范围为  $-410\sim 205$  MPa。各应变计固定于一层钢

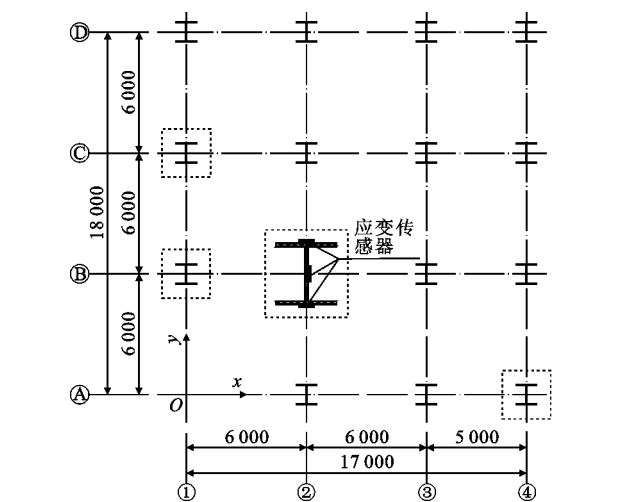


图 5 钢框架柱轴网平面图(单位:mm)

Fig.5 Axis Net Plan of Steel Frame Columns (Unit:mm)



图 6 现场应变采集系统

Fig.6 Strain Acquisition System on Site

表 1 基础顶  $z$  向初始沉降量检测值

Tab.1 Detection Values of Initial Settlement in

$z$ -direction of Foundation Top mm

轴号	1	2	3	4
D	-17.6	-19.0	-12.8	-12.4
C	-32.5	-38.3	-29.5	-22.8
B	-36.2	-52.4	-50.0	-42.0
A		-72.6	-68.4	-58.0

表 2 构件  $x$  向初始侧向位移检测值

Tab.2  $x$ -Directional Initial Lateral Displacement

Detection Values of Components mm

轴号	1	2	3	4
D	20.4	22.8	34.6	46.2
C	21.6			36.2
B	10.2	22.5		32.6
A		18.4	24.2	28.3

柱中部,相对标高为 4.0 m,应变计采用焊接法固定,如图 7 所示。钢柱分别于截面的两侧翼缘、腹板

表 3 构件 y 向初始侧向位移检测值

Tab. 3 Detection Values of y-direction Initial Lateral Displacement of Components mm				
轴号	1	2	3	4
D	0.4	1.0	0.9	1.2
C	0.4			1.0
B	0.8	1.0		0.8
A		1.4	1.0	1.2

表 4 构件绕 y 轴初始倾角检测值

Tab. 4 Initial Inclination Detection Values of Components Around y Axis 10 <sup>-3</sup>				
轴号	1	2	3	4
D	1.40	1.50	2.20	3.16
C	1.52			2.48
B	0.70	1.56		2.24
A		1.20	1.60	1.96



图 7 振弦式应变计在钢柱上的固定

Fig. 7 Fixation of Vibrating String Strain Gauge on Steel Column

中心处各固定一个应变传感器,分布如图 5 所示。

工程分 3 期监测:第 1 期监测起止时间为 2017 年 11 月 10 日~2017 年 12 月 14 日,第 2 期起止时间为 2017 年 12 月 14 日~2018 年 1 月 14 日,第 3 期起止时间为 2018 年 1 月 14 日~2018 年 2 月 14 日。各期基础沉降的监测值是基于基础顶面标高的监测结果,采用与监测起止时间相邻的 2 次高程测量值内插获得具体值。监测截至到第 3 期末,各基础顶的高程增量均处于±1.2 mm 范围以内,表明整体钢框架的沉降基本停止。

基础沉降监测各期的高程增量如表 5~7 所示,其中,“+”表示累计高程增量向上,“-”表示累计增量向下;将应变监测的各期增量值进行换算,得出对应构件的各内力增量值,如表 8 所示,其中,轴压力“+”为向上,“-”为向下,弯矩“+”为受拉,“-”为

表 5 第 1 期基础沉降高程增量

Tab. 5 Elevation Increment of Foundation Settlement of the First Stage mm				
轴号	1	2	3	4
D	-1.5	-1.8	-1.0	-0.6
C	-1.2	-0.8	-0.5	-0.7
B	-2.2	-0.5	-1.6	-1.2
A		-0.8	-0.5	-2.1

表 6 第 2 期基础沉降高程增量

Tab. 6 Elevation Increment of Foundation Settlement of the Second Stage mm				
轴号	1	2	3	4
D	-1.1	-1.2	-0.7	-0.4
C	-1.0	-1.4	-0.7	-0.8
B	-1.4	-1.0	-1.2	-0.6
A		-0.4	-0.6	-1.2

表 7 第 3 期基础沉降高程增量

Tab. 7 Elevation Increment of Foundation Settlement of the Third Stage				
轴号	1	2	3	4
D	-1.5	-1.8	-1.0	-0.6
C	-1.2	-0.8	-0.5	-0.7
B	-2.2	-0.5	-1.6	-1.2
A		-0.8	-0.5	-2.1

表 8 构件内力增量监测值

Tab. 8 Measured Values of Internal Force Increment				
期数	构件坐标	轴压力/ kN	平面内弯矩/ (kN·m)	平面外弯矩/ (kN·m)
第 1 期	4A	-13.40	-0.37	-0.62
	1B	-22.00	-3.78	-1.68
	2B	-16.00	2.00	1.24
	1C	24.60	3.16	-1.87
第 2 期	4A	-38.40	-5.05	-0.78
	1B	-10.70	-2.80	-1.82
	2B	-28.50	0.28	0.63
	1C	18.20	2.32	-1.42
第 3 期	4A	6.84	1.08	-0.52
	1B	11.32	0.94	-1.41
	2B	20.25	0.15	0.41
	1C	-16.50	-0.64	-0.89

受压。

### 3 构件内力理论计算值与监测值对比分析

#### 3.1 内力理论计算值

根据第 1 节的计算原理,基于矩阵位移法建立



带有多自由度土体弹簧支座的整体超静定结构计算模型,采用 MIDAS/Gen 软件建模,模型如图 8 所示。有限元计算时,仅考虑钢框架的自重、平台设备质量、设备内介质质量、风荷载以及基础不均匀沉降的影响,且参与计算的荷载分项系数均取为1.0。

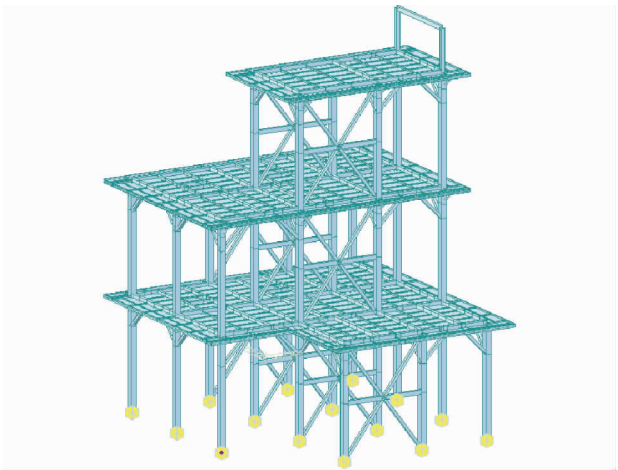


图 8 MIDAS/Gen 模型  
Fig. 8 Model of MIDAS/Gen

根据第 2.2 节中的初始检测值,假定柱底弹簧支座各弹性系数的数值, $k_x, k_z, k_\theta$  取值参照文献中可塑性黏性土(新近沉积土)的垂直和水平基床系数。迭代计算至支座处位移计算值与实测值基本一致时,即求得第二平衡状态时结构刚度矩阵  $\mathbf{K}'_{n \times n}$  的所有数值。然后,通过位移法基本方程,求得超静定结构的节点位移矩阵  $\Delta'_{n \times n}$ 。各节点对应的位移经微分后,可得各构件的平均应变值,最后由材料弹性模量和构件截面得出供构件进行安全性鉴定的平均应力值、构件内力值。

被监测钢柱的初始及最终状态内力理论计算值如表 9 所示,其中,轴压力“+”为向上,表示受拉,“-”为向下,表示受压,弯矩“+”为受拉,“-”为受压。正常使用状态下,各构件的初始竖向轴压力等值线如图 9 所示,其中最不利荷载组合下的钢柱最大轴压力为 596.30 kN;各构件平面内、外初始弯矩等值线如图 10,11 所示,钢柱的控制弯矩为平面外弯矩,最大值为 61.70 kN·m。

3.2 理论计算值与监测值对比分析

通过累加得出第 1~3 监测期钢框架柱内力的监测增量值,并将其与构件内力的理论计算增量值进行对比分析,如表 10 所示,其中,“+”为累计增加值,“-”表示累计减小值。

由表 10 可知,构件轴压力、平面内弯矩、平面外弯矩理论计算与现场监测内力增量值的相对误差均

表 9 构件初始及最终状态内力理论计算值  
Tab. 9 Theoretical Calculation Values of Internal Forces in Initial and Final Stages of Components

应力状态	构件坐标	轴压力/ kN	平面内弯距/ (kN·m)	平面外弯矩/ (kN·m)
初始	4A	-296.10	18.60	-18.00
	1B	-182.20	24.70	-15.70
	2B	-237.20	28.60	-33.20
	1C	-596.30	30.50	-16.80
最终	4A	-267.90	15.78	-15.46
	1B	-166.00	20.97	-12.35
	2B	218.90	32.34	-31.46
	1C	615.02	33.86	-20.06

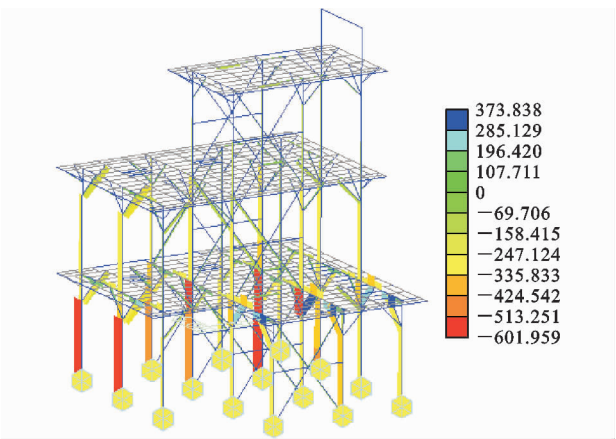


图 9 初始竖向轴压力等值线(单位:kN)  
Fig. 9 Initial Vertical Axial Pressure Contour (Unit:kN)

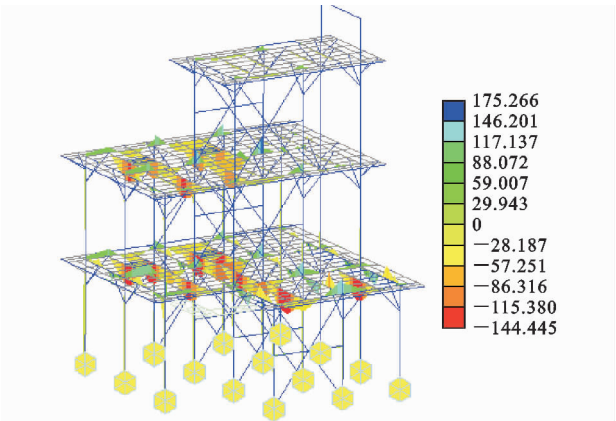


图 10 平面内初始弯矩等值线(单位:kN·m)  
Fig. 10 Initial In-plane Bending Moment Contour (Unit:kN·m)

不超过 40%,且构件各项内力理论值与监测值的增量变化方向均一致,未出现受拉、受压方向及正负号相反的现象。因此,地基不均匀沉降时,对超静定钢框架结构采用基于矩阵位移法的多自由度弹簧支座计算模型符合实际工程情况,且采用该方法计算出

表 10 构件内力理论与监测增量值对比

Tab. 10 Comparison Between Internal Force Theoretical and Measured Increment Values of Components

构件坐标	增量	轴压力/kN	轴压力相对误差/%	平面内弯矩/(kN·m)	平面内弯矩相对误差/%	平面外弯矩/(kN·m)	平面外弯矩相对误差/%
4A	理论值	−28.20	37	−2.82	34.55	−2.54	24
	监测值	−44.96		−4.34		−1.92	
1B	理论值	−16.20	24	−3.73	33.86	−3.35	32
	监测值	−21.38		−5.64		−4.91	
2B	理论值	−18.30	25	3.74	35.03	1.74	24
	监测值	−24.25		2.43		2.28	
1C	理论值	18.72	29	3.26	32.64	−3.26	22
	监测值	26.30		4.84		−4.18	

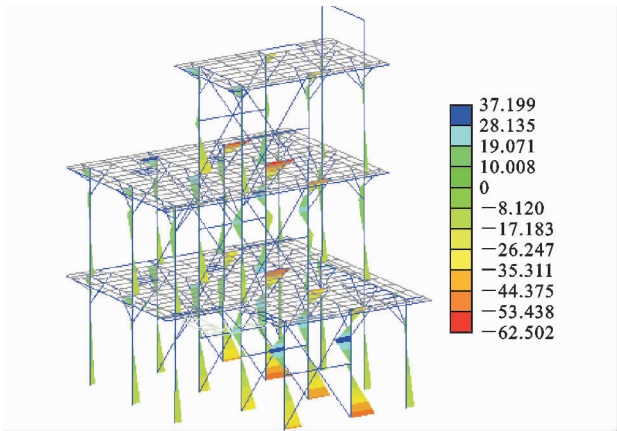


图 11 平面外初始弯矩等值线(单位:kN·m)

Fig. 11 Initial Off-plane Bending Moment Contour (Unit:kN·m)

的结构应力场能够代表结构真实的应力场。

4 结 语

(1)针对发生地基不均匀沉降的超静定钢框架结构应力场的还原问题,基于矩阵位移法给出了还原超静定框架结构整体应力场的计算原理,并建立了带有多自由度弹簧支座的整体超静定体系计算模型。

(2)以实测初始变形值为位移法基本方程迭代计算的终值,求得发生地基不均匀沉降后整体超静定结构的刚度矩阵和位移矩阵,实现了结构整体应力场和构件内力的还原。同理,计算得出钢框架监测终期的内力值。最后,对比监测终期与初期构件内力的理论计算与监测增量值,结果表明,构件各项内力的理论计算值与监测增量值之间的相对误差均不超过 40%,且各项增量值均未出现受拉、受压方向及正负号相反的现象,验证了基于矩阵位移法的应力场还原计算方法的合理性和可行性。

(3)应变监测时,天气、温度等因素的影响使构

件内力的理论值与监测值之间存在一定的误差,而且仅由上部构件的应变监测结果确定地基变形是否趋于稳定同样存在一定的误差,有条件应进一步对地基进行土体变形监测。另外,将基底持力土层简化为弹簧支座是基于 Winkler 理想弹性地基理论,尤其土体的转动刚度与实际土层存在差异,而且矩阵位移法适用的结构形式比较受限,因此,地基不均匀沉降时基于矩阵位移法的应力还原计算仍需进一步优化和改进。

参考文献:

References:

[ 1 ] 宋建学,李力剑,全元通.土钉墙-桩锚-内撑复合支护体系监测与分析[J].建筑科学与工程学报,2018,35(4):120-126.  
SONG Jian-xue, LI Li-jian, TONG Yuan-tong. Monitoring and Analysis on Composite Support System with Soil-nailing Wall-pile Anchor-inner Bracing[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2018, 35(4):120-126.  
[ 2 ] 王志丰,王亚琼,谢永利.水泥搅拌桩施工引起深层土体水平位移分析[J].建筑科学与工程学报,2016,33(4):90-96.  
WANG Zhi-feng, WANG Ya-qiong, XIE Yong-li. Investigation into Lateral Displacement of Subsoils Induced by Installing Soil-cement Columns[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2016, 33(4): 90-96.  
[ 3 ] 刘畅,郑刚.地基不均匀沉降对上部结构影响的弹性支承分析法[J].建筑结构学报,2004,25(4):124-128.  
LIU Chang, ZHENG Gang. Analysis of the Influence of Ground Unequal Settlement on the Structure with Elastic Support Model Method[J]. Journal of Building Structures, 2004, 25(4):124-128.



- [4] 贾强,程林林,张鑫.地基不均匀沉降对框架结构影响的试验研究[J].土木工程学报,2011,44(11):79-86.  
JIA Qiang, CHENG Lin-lin, ZHANG Xin. Experimental Study of the Influence of Differential Settlement on RC Frame Structures[J]. China Civil Engineering Journal, 2011, 44(11): 79-86.
- [5] 贾强,张鑫.地基不均匀沉降对框架结构影响的有限元分析[J].计算力学学报,2011,28(2):265-269.  
JIA Qiang, ZHANG Xin. Finite Element Analysis on Non-uniform Settlement of Foundation on RC Frame Structures[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2011, 28(2): 265-269.
- [6] 王晖,吴胜发,孙作玉.地基不均匀沉降对上部结构影响的三维弹性支承分析法[J].岩土工程技术,2005,19(3):137-140.  
WANG Hui, WU Sheng-fa, SUN Zuo-yu. Analysis of the Influence of Ground Unequal Settlement on the Structure with Three-dimensional Elastic Support Model Method [J]. Geotechnical Engineering Technique, 2005, 19(3): 137-140.
- [7] 张添渊,吕泽楷,康现照,等.基础沉降对钢框架结构安全性影响的数值模拟研究[J].青海大学学报,2017,35(2):55-59.  
ZHANG Tian-yuan, LU Ze-kai, KANG Xian-zhao, et al. Numerical Simulation of the Effect of Foundation Settlement on the Safety of Steel Frame Structures[J]. Journal of Qinghai University, 2017, 35(2): 55-59.
- [8] 高自理.地基不均匀沉降对上部框架结构的影响分析[D].武汉:武汉理工大学,2008.  
GAO Zi-li. Analysis of the Impact of Subgrade Differential Settlement to Above Ground Part of the Frame Structure[D]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2008.
- [9] 黄利明.软土地区地基不均匀沉降对框架结构影响的反分析研究[D].天津:天津大学,2010.  
HUANG Li-ming. Study on the Back-analysis of the Frame Structure on Soft Subsoils with Differential Settlements[D]. Tianjin: Tianjin University, 2010.
- [10] 张春梅,王珊,王英浩.钢结构体系加固后地基基础不均匀沉降检测方法与分析[J].内蒙古科技大学学报,2017,36(3):303-306.  
ZHANG Chun-mei, WANG Shan, WANG Ying-hao. Detection Methods and Analysis of Uneven Settlement of Foundation Base Following the Steel Structure Reinforcement [J]. Journal of Inner Mongolia University of Science and Technology, 2017, 36(3): 303-306.
- [11] 林海.考虑地基不均匀沉降对RC框架结构抗震性能的影响分析[D].合肥:合肥工业大学,2014.  
LIN Hai. Analysis of the Influence of Uneven Base Settlement on Seismic Performance of RC Framework Structure[D]. Hefei: Hefei University of Technology, 2014.
- [12] 胡琦,蒋军,朱国元,等.软土地基上不均匀沉降建筑物的数值分析[J].江南大学学报:自然科学版,2005,4(2):158-162.  
HU Qi, JIANG Jun, ZHU Guo-yuan, et al. Numerical Analyses of Asymmetric Sedimentation Buildings on Soft Soil[J]. Journal of Southern Yangtze University: Natural Science Edition, 2005, 4(2): 158-162.
- [13] 张嘉凡,张慧梅.软土地基路基不均匀沉降引起路面结构附加应力[J].长安大学学报:自然科学版,2003,23(3):21-25.  
ZHANG Jia-fan, ZHANG Hui-mei. Additional Stress in Pavement Structure Due to Asymmetrical Settlement of Soft Subgrade[J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2003, 23(3): 21-25.
- [14] 朱爱军,邓安福,王小敏,等.竖向荷载作用下的单桩基础、地基梁与框架共同作用分析[J].岩石力学与工程学报,2002,21(5):749-754.  
ZHU Ai-jun, DENG An-fu, WANG Xiao-min, et al. Interaction of Pile, Base-beam and Frame Under Vertical Load[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(5): 749-754.
- [15] 张永兵,唐滢,梁星云,等.土弹性模量对土-结构共同作用体系影响分析[J].广西大学学报:自然科学版,2016,41(4):1139-1144.  
ZHANG Yong-bing, TANG Ying, LIANG Xing-yun, et al. Impact of Soil Elastic Modulus on Soil-structure Interaction[J]. Journal of Guangxi University: Natural Science Edition, 2016, 41(4): 1139-1144.
- [16] 钱坤,尹新生,朱珊.差异框架结构地基不均匀沉降的分析与处理[J].四川建筑科学研究,2010,36(1):118-120.  
QIAN Kun, YIN Xin-sheng, ZHU Shan. The Analysis and Processing of Differential Settlement of the Difference Framed Structure[J]. Sichuan Building Science, 2010, 36(1): 118-120.
- [17] 陈大川,唐利飞,郭杰标.某住宅楼不均匀沉降事故的分析及处理[J].工业建筑,2011,41(4):136-139.  
CHEN Da-chuan, TANG Li-fei, GUO Jie-biao. Analysis and Treatment of an Uneven Settlement Accident of a Residential Building[J]. Industrial Construction, 2011, 41(4): 136-139.

- 2011, 41(4):136-139.
- [18] 李 林, 李克光, 张 涛. 某公寓楼地基不均匀沉降事故的检测鉴定及加固处理[J]. 建筑科学, 2011, 27(7):93-95, 89.
- LI Lin, LI Ke-guang, ZHANG Tao. The Appraisal and Strengthening of the Unequal Settlement of the Foundation of an Apartment Building[J]. Building Science, 2011, 27(7):93-95, 89.
- [19] 龙驭球, 包世华, 匡文起, 等. 结构力学教程( I ) [M]. 北京: 高等教育出版社, 2000.
- LONG Yu-qiu, BAO Shi-hua, KUANG Wen-qi, et al. Structural Mechanics( I ) [M]. Beijing: Higher Education Press, 2000.
- [20] 丁 敏, 张永兴. 基于矩阵位移法的桩锚结构分析方法[J]. 工程力学, 2012, 29(8):116-122.
- DING Min, ZHANG Yong-xing. Analysis Method for Pile-anchor Retaining Structures Based on the Displacement Matrix Method[J]. Engineering Mechanics, 2012, 29(8):116-122.
- [21] 庄一舟, 徐 亮, 黄炎准. 一种半整体式桥台桥梁搭板的内力计算方法[J]. 建筑科学与工程学报, 2016, 33(5):35-43.
- ZHUANG Yi-zhou, XU Liang, HUANG Yan-zhun. One Way About Internal Force Calculation of Approach Slab in Semi-integral Abutment Bridge[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2016, 33(5):35-43.
- [22] 龚耀清, 白俊英. 矩阵位移法分析弹性地基上空间巨型框架结构[J]. 工程力学, 2005, 22(增):142-145.
- GONG Yao-qing, BAI Jun-ying. Analysis of a Mega Space Frame on Elastic Subgrade with Matrix Displacement Method[J]. Engineering Mechanics, 2005, 22(S):142-145.
- [23] GB 50307—2012, 城市轨道交通岩土工程勘察规范[S].
- GB 50307—2012, Code for Geotechnical Investigations of Urban Rail Transit[S].
- [24] 周继凯, 杜钦庆. 考虑水平力作用的改进型文克勒地基模型[J]. 河海大学学报: 自然科学版, 2004, 32(6):669-673.
- ZHOU Ji-kai, DU Qin-qing. Modified Winkler Foundation Model with Horizontal Force Taken Into Account[J]. Journal of Hohai University: Natural Sciences, 2004, 32(6):669-673.
- [25] 张 载. 双参数地基模型基床系数的获取及应用[D]. 长沙: 湖南大学, 2014.
- ZHANG Zai. The Derivation and Application of Coefficients of Subgrade Reaction of Two Parameters Foundation[D]. Changsha: Hunan University, 2014.
- [26] 石 坚, 武 莹, 贺建辉. 上部结构、筏板基础和地基共同作用的有限元分析[J]. 建筑科学与工程学报, 2006, 23(2):72-75.
- SHI Jian, WU Ying, HE Jian-hui. FEA on Interaction of Super Structure, Raft Foundation and Ground Base [J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2006, 23(2):72-75.
- [27] JGJ 8—2016, 建筑变形测量规范[S].
- JGJ 8—2016, Code for Deformation Measurement of Building and Structure[S].