

引用本文: 亓兴军, 孙绪法, 赵越, 等. 基于环境激励的连续梁桥挠度评定方法研究[J]. 建筑科学与工程学报, 2021, 38(4): 73-79.
QI Xing-jun, SUN Xu-fa, ZHAO Yue, et al. Research on Deflection Evaluation Method of Continuous Girder Bridge Based on Environmental Excitation[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2021, 38(4): 73-79.

DOI: 10.19815/j.jace.2020.08013

基于环境激励的连续梁桥挠度评定方法研究

亓兴军^{1,2}, 孙绪法^{1,2}, 赵越^{1,2}, 李洪印³, 王珊珊³

(1. 山东建筑大学 交通工程学院, 山东 济南 250101; 2. 山东建筑大学 山东省高校土木结构防灾减灾协同创新中心, 山东 济南 250101; 3. 齐鲁交通发展集团有限公司, 山东 济南 250101;)

摘要:为研究基于环境激励的在役连续梁桥承载能力评定方法的可行性,根据《公路桥梁荷载试验规程》设计桥梁静载试验方案,利用随机子空间法测量识别桥梁在环境激励下的模态参数,结合桥梁有限元模型提取集中质量矩阵,对桥梁实测模态振型进行质量归一化,识别桥梁的实测位移柔度矩阵,预测桥梁在静力荷载作用下的实测模态挠度,最后结合规范对桥梁承载能力进行评定。以4跨连续梁桥为实例建立损伤桥梁有限元模型,基于有限元数值模拟环境激励,预测了该连续梁桥的柔度矩阵和试验荷载下的模态挠度,并与初始无损桥梁的理论设计挠度进行对比,计算了静载试验校验系数。结果表明:各测点挠度的最大相对误差不超过6%,基本满足工程精度要求,根据规范判断该损伤桥梁承载能力不满足设计要求;该方法能够准确评估既有桥梁的承载能力,基于环境激励的连续梁桥承载能力评定方法具有较强的有效性和可行性。

关键词:静载试验;模态挠度;柔度矩阵;质量归一化振型;随机子空间法

中图分类号: U447

文献标志码: A

文章编号: 1673-2049(2021)04-0073-07

Research on Deflection Evaluation Method of Continuous Girder Bridge Based on Environmental Excitation

QI Xing-jun^{1,2}, SUN Xu-fa^{1,2}, ZHAO Yue^{1,2}, LI Hong-yin³, WANG Shan-shan³

(1. School of Transportation Engineering, Shandong Jianzhu University, Jinan 250101, Shandong, China;
2. Shandong Co-innovation Center for Disaster Prevention and Mitigation of Civil Structures, Jinan 250101, Shandong, China; 3. Qilu Transportation Development Group, Jinan 250101, Shandong, China)

Abstract: In order to study the feasibility of deflection evaluation method of continuous beam bridge in service based on environmental excitation, the bridge static load test scheme was designed according to the *Load Test Methods for Highway Bridge*. The stochastic subspace identification (SSI) method was used to measure and identify the modal parameters of the bridge under environmental excitation. Combined with the bridge finite element model, the mass matrix was extracted, the measured modal shapes of the bridge were mass normalized. Then, the measured displacement compliance matrix of the bridge was identified, and the measured modal deflection of the bridge under static load was calculated. Finally, the bearing capacity of the bridge was evaluated according to the code. Taking a 4-span continuous beam bridge as an

收稿日期: 2020-08-09

基金项目: 山东省高等学校土木结构防灾减灾协同创新中心项目(XTM201904); 山东省交通运输厅科技计划项目(2020B69)

作者简介: 亓兴军(1974-), 男, 山东济南人, 教授, 工学博士, E-mail: qxj123@163.com。

example, the finite element model of damaged bridge was established. Based on the environmental excitation of finite element numerical simulation, the flexibility matrix and modal deflection of the bridge under test load were predicted, and the calibration coefficient of static load test was calculated by comparing with the theoretical design deflection of the initial nondestructive bridge. The results show that the maximum deflection relative error of each measuring point is less than 6%, which basically meets the engineering precision requirements. According to the code, the bearing capacity of the damaged bridge beam does not meet the design requirements. The method can accurately evaluate the bearing capacity of existing bridges, and the evaluation method of bearing capacity of continuous beam bridges based on environmental excitation is effective and feasible.

Key words: static load test; modal deflection; flexibility matrix; mass-normalized modal shape; SSI

0 引言

近年来,随着国家不断加大对交通基础设施领域的投资,桥梁建设也进入到快速发展时期。截至 2018 年末,中国公路桥梁已达 85.15×10^4 座、 $5\,568.59 \times 10^4$ m,数量和总跨径已跃居世界前列。由于公路桥梁的运行压力不断增大,加上雨雪侵蚀、日晒冻融等因素的影响,大量运营中的桥梁出现病害,严重影响了桥梁的功能与安全^[1-2]。据统计,中国公路桥梁中存在病害的桥梁已经占到桥梁总数的 10%~20%。因此,对现役桥梁承载能力进行快速评估已成为一个重要的课题。

国内外学者对桥梁承载能力的快速评估进行了大量研究。2006 年,Catbas 等^[3-4]提出一种利用柔度矩阵对低阶模态参数灵敏度高的特性实现桥梁损伤的快速定位与桥梁承载能力的初步评估。2014 年,王宁波等^[5-6]提出一种基于实际影响线的桥梁承载能力快速检测方法,从车辆通过桥梁时的动态响应中提取影响线,重构静力荷载的桥梁挠度响应关系,实现对桥梁承载能力快速检测。2017 年,Tian 等^[6-9]利用冲击激励获得桥梁的柔度矩阵,从而预测桥梁在荷载作用下的变形,实现对于桥梁安全状态的快速评估。

目前,对于桥梁承载能力的检测主要依靠综合评定检算法和荷载试验法^[10]。荷载试验法包括静载试验法和动载试验法,其中静载试验法是评定桥梁承载能力最为直观也是最为有效的方法。然而,荷载试验法需要加载车辆荷载并测量桥梁变形,耗费大量的人力物力;同时试验过程中需要中断交通,给交通通行带来巨大不便。因此,本文提出一种基于环境激励的连续桥挠度评定方法,利用环境激励

激振桥梁,应用随机子空间法 (SSI) 识别桥梁频率与振型等模态参数,再通过有限元模型对识别振型进行归一化,进而预测出桥梁的柔度矩阵。利用柔度矩阵计算桥梁在静力试验荷力工况下各控制截面的模态挠度,代替桥梁的实测静载挠度,结合现行规范评估桥梁的承载能力。该试验方法无需中断交通或利用交通车流间隙即可进行实际测量工况的加载,以模态挠度代替静载挠度,可以方便快捷地评价桥梁的承载能力。

本文以 1 座 4 跨连续梁桥为研究对象,建立有损桥梁和无损桥梁单梁有限元模型,探讨基于环境激励的连续梁桥承载能力评定方法的可行性和有效性。

1 随机子空间法

环境激励是目前土木工程结构振动测试中最为常用的激励方法,它直接利用地脉动、风荷载和车辆激励等自然条件激励结构,具有操作方便的优点,但是由于环境激励具有随机性强、幅值小、受噪声影响大等特点,所以无法准确得到结构的振动频响函数^[8]。

随机子空间法是一种基于环境振动模态参数识别的时域方法,可以将采集到的桥梁加速度数据组成 Hankel 矩阵,并建立线性的离散空间方程,利用 QR 分解、奇异值分解 (SVD)、最小二乘法等求解结构的离散空间方程,最后利用特征值分解确定结构的模态参数^[11-14]。随机子空间法可以利用统计学特性,将环境激励的输入力与测量噪声合并假定为白噪声,因此对于测量噪声具有较好的鲁棒性,故本文选用此方法进行环境激励下的模态参数识别。

2 模态位移柔度计算方法

2.1 模态位移柔度的定义

柔度反映物体在单位力作用下的位移,其值与刚度互为倒数,可以表征结构在线弹性状态下的变形能力,按照测试方法的不同可分为模态位移柔度和静力位移柔度^[14]。其中,通过振动试验和模态分析方法得到的柔度称为模态位移柔度。通过国内外众多学者^[3-4]验证,当有数量足够多的模态阶次用于计算模态位移柔度时,可以认为结构的静力位移柔度与模态位移柔度是相同的。因此,可以利用模态位移柔度矩阵预测桥梁在已知荷载作用下的模态位移,从而代替静力位移。如今,常用2种方法计算模态位移柔度:方法1为基于角频率和质量归一化振型计算模态位移柔度;方法2为基于频率响应函数拟合提取模态位移柔度^[14]。因环境激励振动测试无法准确构建结构的频率响应函数,本文采用方法1计算桥梁结构的模态位移柔度矩阵。

2.2 振型质量归一化计算方法

结构振型表示结构各节点在各阶模态下的模态位移比值,是结构的固有特性,所以振型中各测点的幅值比值是恒定的^[15-17]。因此,在环境激励下实测的结构振型与质量归一化的结构振型计算关系如下

$$\phi_{mi} = \gamma_i \phi_i \quad (1)$$

式中: ϕ_{mi} 为第*i*阶质量归一化振型; ϕ_i 为环境激励下第*i*阶实测振型; γ_i 为第*i*阶振型缩放系数。

在实际的工程应用中,结构的质量不会随着时间推移而变化,所以可以根据桥梁的竣工图纸,建立精确的有限元模型,得到桥梁集中质量矩阵 \mathbf{M} 。对于质量归一化振型,满足如下的正交关系

$$\phi_{mi}^T \mathbf{M} \phi_{mi} = 1 \quad (2)$$

$$\phi_{mi}^T \mathbf{K} \phi_{mi} = \omega_i^2 \quad (3)$$

式中: \mathbf{K} 为刚度矩阵; ω_i 为固有频率。

将式(1)代入式(2)与式(3)中,便可得到质量归一化振型缩放系数 γ_i ,即

$$\gamma_i = \frac{1}{\sqrt{\phi_i^T \mathbf{M} \phi_i}} \quad (4)$$

2.3 模态位移柔度矩阵计算方法

由结构振动理论可知, $\mathbf{H}(\omega)$ 为外部激励角频率响应函数矩阵,在力学概念上等同于单位脉冲荷载作用下各测量点的动位移^[9]。在实际工程中桥梁的结构阻尼较小,可设为比例阻尼。根据一般阻尼的复模态理论,取所有测点为参考点时,可以得到基于实模态理论的位移频率响应函数 $\mathbf{H}(\omega)$ 模态分解

公式^[18]。当 $\omega \rightarrow 0$ 时, $\mathbf{H}(\omega)$ 表示单位荷载作用下结构某一点的位移,则 $\mathbf{H}(\omega)|_{\omega \rightarrow 0}$ 表示的物理意义为结构的位移柔度矩阵,具体计算公式如下

$$\mathbf{H}_d(\omega_i) = \lim_{\omega \rightarrow 0} \mathbf{H}(\omega_i) = \lim_{\omega \rightarrow 0} \sum_{i=1}^N \frac{\phi_i \phi_i^T}{M_i(\omega_i^2 - \omega^2) + 2\xi_i \omega \omega_i} = \frac{\phi_i \phi_i^T}{M_i \omega_i^2} \quad (5)$$

式中: M_i 为结构第*i*阶模态质量; ω 为外部激励角频率; ω_i, ξ_i 分别为第*i*阶角频率和模态阻尼比。

当采用质量归一化振型时,式(5)可以简化为

$$\mathbf{H}_d = \sum_{i=1}^N \frac{\phi_{mi} \phi_{mi}^T}{\omega_i^2} \quad (6)$$

式中: \mathbf{H}_d 为结构模态位移柔度矩阵。

由结构的位移柔度矩阵 \mathbf{H}_d 和静荷载向量 \mathbf{f} 可计算得结构的模态挠度 \mathbf{D} ,具体公式为

$$\mathbf{D} = \mathbf{H}_d \cdot \mathbf{f} \quad (7)$$

由式(6)可知,模态位移柔度矩阵可通过结构的各阶模态参数计算叠加得到,并且与结构角频率的平方成反比。如果有足够多的模态阶次用于计算模态位移柔度矩阵,则可以认为结构的模态位移柔度矩阵与静力位移柔度矩阵是一致的。由于结构的高阶振型难以识别,需要利用多阶模态进行截断处理。随着模态阶数的增加,结构的固有角频率明显升高,结构高阶角频率对应的模态对柔度矩阵的影响会明显减小。因此,一般利用频率较低的几阶模态参数得到的模态位移柔度矩阵会快速收敛于结构的静力位移柔度矩阵,通过计算便能得到满足工程精度要求的模态位移。

3 桥梁有限元模型建立

采用 ANSYS 有限元软件中的 Beam4 单元建立跨度为 20 m+25 m+25 m+20 m 的 4 跨连续梁桥初始有限元模型(图 1)。支座约束为 5 个竖向约束、5 个顺桥向转动约束及 1 个纵向约束,截面尺寸见图 2,主梁材料选用 C50 混凝土。为模拟真实的桥梁损伤,将桥梁的各跨跨中位置(即 5~15 m, 30~35 mm, 55~60 m, 75~85 m)弹性模量折减 30%,建立桥梁损伤有限元模型,并提取桥梁有限元模型中的质量矩阵。本文在桥梁损伤模型中进行数值模拟。

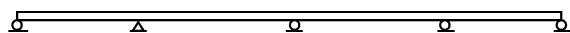


图 1 桥梁有限元模型

Fig. 1 Finite Element Model of Bridge

为模拟桥梁环境激励,在桥梁的有限元结构中 31 个节点处加载时长为 30 s、均值为 0、方差为 1.0

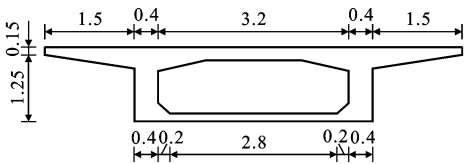


图 2 梁截面尺寸(单位:m)

Fig. 2 Size of Beam Section (Unit:m)

的竖向白噪声激励,白噪声激励如图 3 所示。

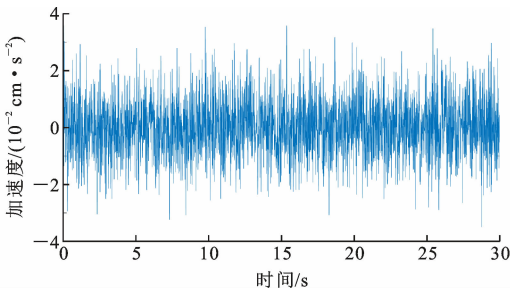


图 3 高斯白噪声

Fig. 3 Gaussian White Noise

4 模态位移柔度矩阵计算

4.1 桥梁荷载试验设计

按照《公路桥梁荷载试验规程》中关于桥梁静载试验加载工况的要求,采用 2 辆 30 t 的 3 轴加载车对 4 跨连续梁桥第 2 跨进行中载工况的加载,加载车辆如图 4 所示。利用桥梁跨中弯矩的影响线确定加载试验中最不利荷载的加载位置,如图 5 所示。此时静载试验荷载效率 $\eta_1 = 0.95$,满足《公路桥梁荷载试验规程》要求。为减小计算模态挠度时因荷载等效分配及附加弯矩带来的误差,在进行荷载试验的第 2 跨跨中(即 29~36 m 处)按照 1 m 等间距布置加速度传感器,其余位置按照 5 m 等间距布置,共布置 25 个加速度传感器。

4.2 桥梁模态参数识别

基于模态位移柔度矩阵识别的静载试验应用于桥梁承载能力评估时,由于位移柔度矩阵的快速收敛性,只需要利用低阶竖向振型对应的模态参数便可以计算得到较为精确的位移柔度矩阵^[18]。因此,我们只需应用桥梁前 5 阶模态参数,便能得到较高精度的位移柔度矩阵。利用基于数据驱动的随机子空间法识别桥梁在环境激励下的模态参数,采用稳定图法来消除计算过程中的不确定性因素,剔除虚假模态。稳定图的判断准则为:频率相对误差小于 5%,模态保证准则(MAC)值大于 0.98。所分析的频率范围为 0~25 Hz,计算阶次 n 从 10 取到 80(考虑共轭特征值的存在,实际计算以 2,4,6,⋯,80 共

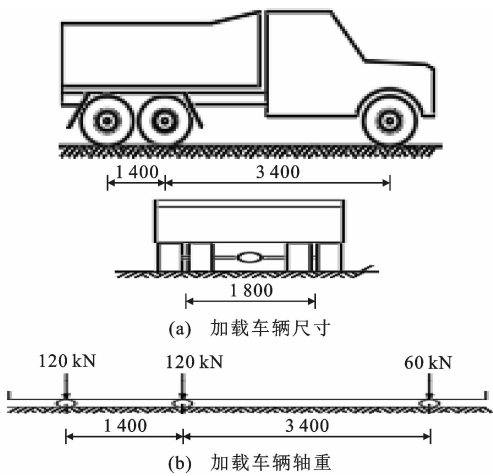


图 4 加载车辆示意(单位:mm)

Fig. 4 Schematic of Loading Vehicle (Unit:mm)

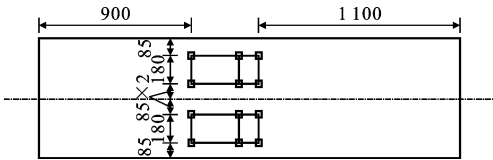


图 5 中载加载位置(单位:cm)

Fig. 5 Loading Position of Medium Load (Unit:cm)

40 个阶次计算)。桥梁模型在白噪声激励下频率如图 6、表 1 所示。桥梁振型识别结果如图 7 所示,各阶振型 MAC 值如图 8、表 2 所示。

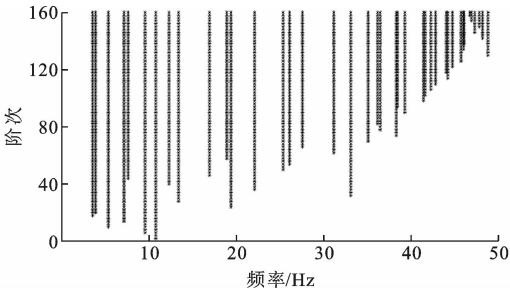


图 6 桥梁模型频率稳定图

Fig. 6 Frequency Stability Diagram of Bridge Model

表 1 桥梁模型频率

Tab. 1 Frequency of Bridge Model

模态阶次	1	2	3	4	5
理论频率/Hz	5.35	7.25	9.82	11.18	22.12
识别频率/Hz	5.31	7.14	9.52	10.96	22.03

利用环境激励下桥梁有限元模型各测点数据识别得到基本模态参数,并利用超单元法从损伤桥梁的有限元模型中提取模型的质量矩阵。将质量矩阵代入式(1),(4)计算桥梁结构的质量归一化系数 γ_i 和质量归一化振型 ϕ_{mi} 。前 5 阶振型质量归一化系数分别为:1.680 2,1.231 3,1.482 6,0.538 7,

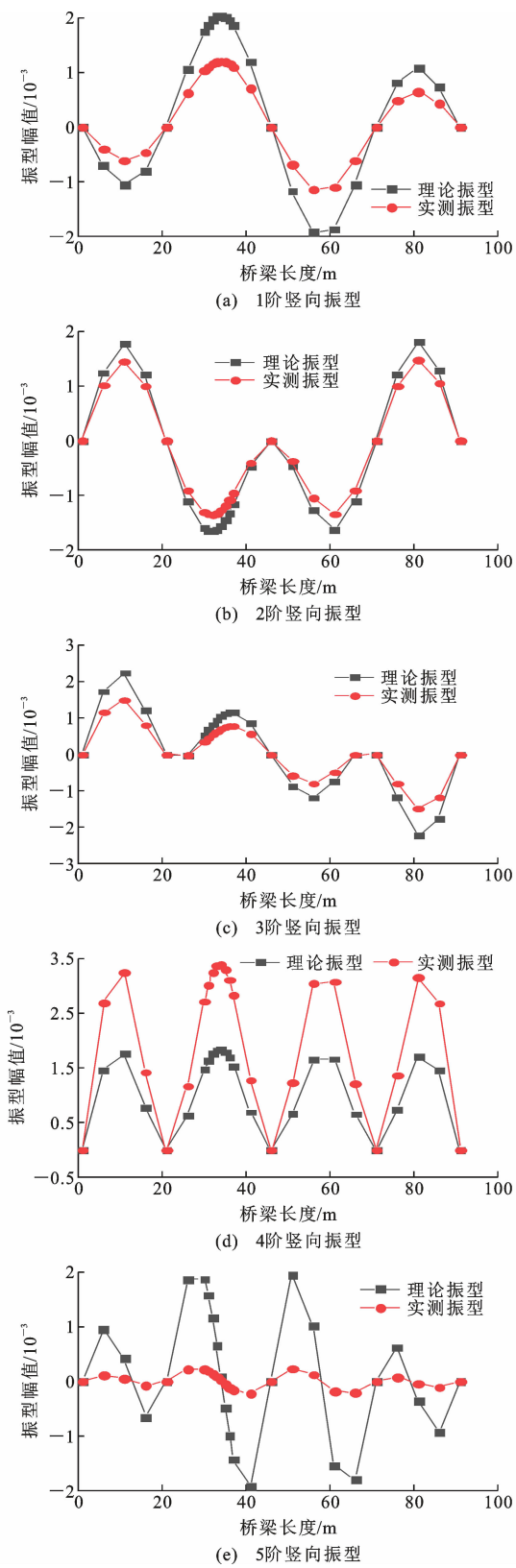


图 7 桥梁竖向振型

Fig. 7 Vertical Modal Shape of Beam

8.727 4。可以看出,每一阶振型的质量归一化系数都不一样,其数值的大小与振型的幅值及有限元模型单元的划分都有关系。利用式(6)计算得到的位

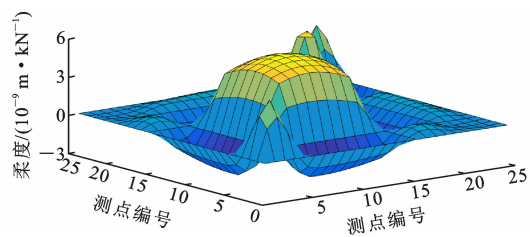


图 8 柔度矩阵三维图

Fig. 8 Three-dimensional Diagram of Flexibility Matrix

表 2 桥梁竖向振型 MAC 值

Tab. 2 MAC Values of Vertical Vibration Modes of Bridge

模态阶次	1	2	3	4	5
MAC 值	1.00	1.00	1.00	0.99	1.00

移柔度矩阵是 25 行 25 列的方阵,为直观地观测该矩阵,画出如图 8 所示的柔变矩阵三维图。由于 25 个传感器测点沿 4 跨连续梁的顺桥向布置,并且在第 2 跨跨中位置加密布置测点,所以位移柔度矩阵的三维曲面图中有 4 个明显的峰值。最大峰值点对应桥梁结构的位置为各梁跨中处,与该连续梁桥的变形物理意义相一致。

5 桥梁模态挠度计算

在计算模态挠度时,按照虚功相等的原则,利用形函数将车轮集中力分配到柔度矩阵节点上,将车轮力等效为节点荷载,然后利用等效节点荷载与柔度矩阵计算预测桥梁的模态挠度^[19-21]。按照《公路桥梁荷载试验规程》要求,中载将进行两级加载。一级加载下连续梁各测点挠度如图 9 所示,各跨控制截面挠度值如表 3 所示;二级加载下连续梁各测点挠度如图 10 所示,各跨控制截面挠度值如表 4 所示。在实际荷载试验工程中,需要计算桥梁的实测挠度校验系数 η ,而模态位移柔度表征结构在线弹性状态下的变形能力,所以可以准确计算桥梁的校验系数 η ,各控制截面的桥梁挠度校验系数如表 5 所示,各控制截面的挠度校验系数均大于 1。

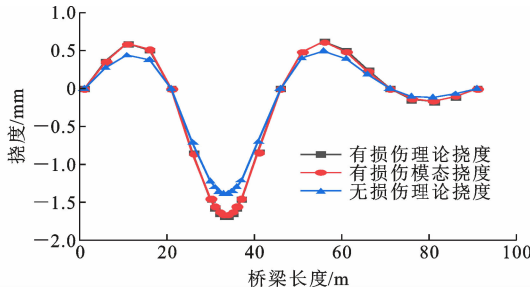


图 9 一级加载挠度

Fig. 9 The First Loading Deflection

表 3 一级加载控制截面挠度

Tab. 3 Control Section Deflection of the First Loading

控制截面位置	损伤桥梁理论挠度/mm	损伤桥梁模态挠度/mm	相对误差/%
1 跨	0.60	0.58	3.3
2 跨	1.69	1.65	2.4
3 跨	0.63	0.62	1.6
4 跨	0.17	0.16	5.9

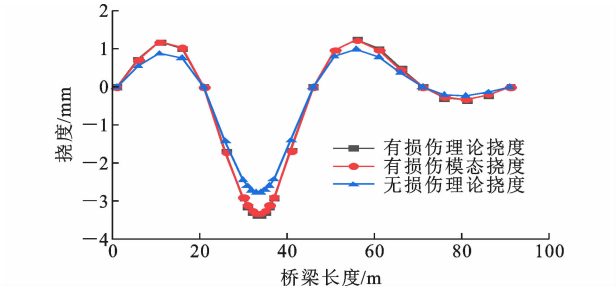


图 10 二级加载挠度

Fig. 10 Deflection of the Second Loading

表 4 二级加载控制截面挠度

Tab. 4 Control Section Deflection of the Second Loading

控制截面位置	损伤桥梁理论挠度/mm	损伤桥梁模态挠度/mm	相对误差/%
1 跨	1.19	1.18	0.8
2 跨	3.38	3.31	2.1
3 跨	1.25	1.23	1.6
4 跨	0.34	0.32	5.9

表 5 二级加载控制截面校验系数验算

Tab. 5 Checking for Control Section Verification Coefficient of the Second Loading

控制截面位置	无损桥梁理论挠度/mm	有损桥梁模态挠度/mm	校验系数 η /%
1 跨	0.88	1.18	134
2 跨	2.78	3.31	119
3 跨	0.99	1.24	125
4 跨	0.22	0.32	145

从图 9、图 10 与表 3、表 4 可以看出,对于该 4 跨连续梁桥,在中载的荷载工况下,利用环境激励下的前 5 阶模态参数计算得到的损伤桥梁模态挠度数值与有限元分析的理论挠度数值吻合较好。在一级与二级加载下,损伤桥梁各测点实测识别模态挠度与理论挠度相对误差均小于 6%,控制截面的挠度最大相对误差为 5.9%,基本上满足工程精度的要求。建立桥梁的有损模型模拟桥梁因结构损伤带来的承载力降低情况,通过验算荷载试验校验系数准确判断承载力的折减情况。从表 5 的荷载试验校验系数可以看出,该损伤桥梁的承载能力不满足设计

要求。因此,基于环境激励和柔度矩阵识别的虚拟荷载试验法可以得到较为准确的实测挠度值,从而结合桥梁规范对桥梁承载能力进行评估。

6 结 语

- (1)基于环境激励和柔度矩阵识别可以得到较为准确的桥梁挠度值,连续梁桥各测点模态挠度与相应的理论挠度相对误差均小于 6%,可以结合《公路桥梁荷载试验规程》对桥梁承载状态进行评估。
- (2)通过柔度矩阵计算的桥梁模态挠度与有限元计算结果相比,仍然存在着误差。主要原因在于计算柔度矩阵时加速度采集的测点数目不足,导致柔度矩阵计算的维数不够;或者是节点荷载分配不够精确,在计算桥梁模态挠度时会存在误差。因此在实际工程应用中,在满足荷载试验规程要求的加载前提下,需要多布置加速度传感器进行测量。
- (3)在实际工程应用中,由于结构的质量不会发生较大的变化,可以根据竣工图纸建立较为精确的桥梁初始有限元模型获得桥梁的质量矩阵,然后只需利用环境激励或交通激励,便可方便快捷地测量出桥梁结构在设计荷载下的相关挠度,并结合桥梁荷载试验规范判断桥梁的承载能力。

参考文献:

References:

[1] 《中国公路学报》编辑部. 中国桥梁工程学术研究综述·2014[J]. 中国公路学报, 2014, 27(5): 1-96.
Editorial Department of China Journal of Highway and Transport. Review on China's Bridge Engineering Research: 2014[J]. China Journal of Highway Transport, 2014, 27(5): 1-96.

[2] 吉伯海, 傅中秋. 近年国内桥梁倒塌事故原因分析[J]. 土木工程学报, 2010, 43(增 1): 495-498.
JI Bo-hai, FU Zhong-qiu. Analysis of Chinese Bridge Collapse Accident Causes in Recent Years[J]. China Civil Engineering Journal, 2010, 43(S1): 495-498.

[3] CATBAS F N, BROWN D L, AKTAN A E. Use of Modal Flexibility for Damage Detection and Condition Assessment: Case Studies and Demonstrations on Large Structures[J]. Journal of Structural Engineering, 2006, 132(11): 1699-1712.

[4] CATBAS F N, BROWN D L, AKTAN A E. Parameter Estimation for Multiple-input Multiple-output Modal Analysis of Large Structures[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2004, 130(8): 921-930.

[5] 王宁波, 任伟新, 何立翔. 基于桥梁动力响应的应变影

- 响线提取[J]. 中南大学学报:自然科学版,2014,45(12):4362-4369.
- WANG Ning-bo, REN Wei-xin, HE Li-xiang. Extraction of Strain Influence Line of Bridge from Dynamic Responses[J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2014, 45(12): 4362-4369.
- [6] WANG N B, HE L X, REN W X, et al. Extraction of Influence Line Through a Fitting Method from Bridge Dynamic Response Induced by a Passing Vehicle[J]. Engineering Structures, 2017, 151: 648-664.
- [7] TIAN Y D, ZHANG J, XIA Q, et al. Flexibility Identification and Deflection Prediction of a Three-span Concrete Box Girder Bridge Using Impacting Test Data[J]. Engineering Structures, 2017, 146: 158-169.
- [8] TIAN Y D, ZHANG J, HAN Y X. Structural Scaling Factor Identification from Output-only Data by a Moving Mass Technique[J]. Mechanical System and Signal Processing, 2019, 115: 45-49.
- [9] ZHANG J, ZHANG Q Q, GUO S L, et al. Structural Identification of Short/Middle Span Bridges by Rapid Impact Testing: Theory and Verification[J]. Smart Materials and Structures, 2015, 24(6): 1-12.
- [10] 张茵涛. 在役预应力混凝土梁桥静载试验[J]. 铁道建筑, 2018, 58(3): 28-30, 38.
- ZHANG Yin-tao. Static Load Test Study on Prestressed Concrete Girder Bridge in Service[J]. Railway Engineering, 2018, 58(3): 28-30, 38.
- [11] 常 军. 随机子空间方法在桥梁模态参数识别中的应用研究[D]. 上海: 同济大学, 2006.
- CHANG Jun. Modal Parameters Identification of Bridge by Stochastic Subspace Identification Method [D]. Shanghai: Tongji University, 2006.
- [12] 张笑华. 结构环境振动模态参数识别随机子空间方法与应用[D]. 福州: 福州大学, 2006.
- ZHANG Xiao-hua. Stochastic Subspace Identification and Application of Structures Under Ambient Vibration [D]. Fuzhou: Fuzhou University, 2006.
- [13] 陈永高, 钟振宇. 环境激励下桥梁结构信号分解与模态参数识别[J]. 振动、测试与诊断, 2018, 38(6): 1267-1274, 1300.
- CHEN Yong-gao, ZHONG Zhen-yu. Signal Decomposition and Modal Parameter Identification for Bridge Structural Under Environmental Excitation[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2018, 38(6): 1267-1274, 1300.
- [14] 周 云, 易伟建, 蒋运忠, 等. 多参考点脉冲锤击法识别桥梁模态柔度的实践[J]. 中国公路学报, 2015, 28(9): 46-56.
- ZHOU Yun, YI Wei-jian, JIANG Yun-zhong, et al. Practice of Bridge Modal Flexibility Identification Using Multiple-reference Impact Test[J]. China Journal of Highway and Transport, 2015, 28(9): 46-56.
- [15] 田永丁. 基于环境振动的桥梁结构柔度识别与性能评估[D]. 南京: 东南大学, 2016.
- TIAN Yong-ding. Flexibility Identification and Performance Assessment of Bridge Structures from Ambient Vibration Test Data [D]. Nanjing: Southeast University, 2016.
- [16] 林贤坤, 覃柏英, 张令弥, 等. 基于附加质量的试验模态振型质量归一化[J]. 振动、测试与诊断, 2012, 32(5): 784-790, 864.
- LIN Xian-kun, QIN Bo-ying, ZHANG Ling-mi, et al. Way of Getting Mass-normalized Experimental Mode Shapes Based on Mass Changes[J]. Journal of Vibration Measurement & Diagnosis, 2012, 32(5): 784-790, 864.
- [17] 林贤坤, 张令弥, 郭勤涛, 等. 基于模态挠度法的预应力连续箱梁桥状态评估[J]. 土木工程学报, 2010, 43(10): 83-90.
- LIN Xian-kun, ZHANG Ling-mi, GUO Qin-tao, et al. Application of Modal Deflection Method Condition Assessment of Prestressed Concrete Continuous Box-girder Bridges[J]. China Civil Engineering Journal, 2010, 43(10): 83-90.
- [18] 宋若雨. 基于柔度矩阵的简支梁桥评定及损伤识别方法[D]. 北京: 北京交通大学, 2016.
- SONG Ruo-yu. Evaluation and Damage Identification Method of Girder Bridge Based on Flexibility Matrix [D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2016.
- [19] 陈 钊. 车轮冲击力测量与桥梁性能快速评估[D]. 南京: 东南大学, 2017.
- CHEN Zhao. Tire Force Measurement and Rapid Bridge Test [D]. Nanjing: Southeast University, 2017.
- [20] 汪 莲, 王佐才, 耿 栋, 等. 基于应变模态的连续梁动挠度识别[J]. 工程力学, 2017, 34(1): 130-138.
- WANG Lian, WANG Zuo-cai, GENG Dong, et al. Strain Modes Based Dynamic Deflection Estimation of Continuous Beam Structures [J]. Engineering Mechanics, 2017, 34(1): 130-138.
- [21] GRECO R, VANZ I. New Few Parameters Differential Evolution Algorithm with Application to Structural Identification[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering: English Edition, 2019, 6(1): 1-14.