

引用本文:许晶,郑智仁,孔华辉,等.考虑界面滑移效应的波形钢腹板箱梁解析解[J].建筑科学与工程学报,2022,39(6):94-101.  
XU Jing, ZHENG Zhi-ren, KONG Hua-hui, et al. Analytical Solutions for Box-girder with Corrugated Steel Webs Considering Interface Slip Effect[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2022, 39(6): 94-101.

DOI:10.19815/j.jace.2021.08026

## 考虑界面滑移效应的波形钢腹板箱梁解析解

许晶<sup>1</sup>, 郑智仁<sup>1,2</sup>, 孔华辉<sup>1</sup>, 何桂峰<sup>1</sup>

(1. 中国农业大学 水利与土木工程学院,北京 100083; 2. 保利(甘肃)实业投资股份有限公司,甘肃 兰州 730070)

**摘要:**为研究界面滑移效应对改进型波形钢腹板箱梁的影响,考虑腹板剪切变形及截面轴力自平衡条件建立了组合箱梁桥的控制微分方程,进而推导出简支箱梁的滑移位移函数和翼缘板最大纵向位移差函数表达式。以受均布荷载的改进型波形腹板组合箱梁为算例,基于箱梁荷载工况和边界条件,得到了组合箱梁桥挠度、上下翼缘板截面正应力和剪滞系数表达式。利用有限元软件,通过在翼缘和腹板间添加弹性连接单元模拟滑移效应,验证提出的理论方法的正确性。最后,采用推导的理论公式研究了剪切抗滑移刚度对组合箱梁桥截面正应力、剪滞系数和挠度的影响规律。结果表明:理论解与有限元模拟结果吻合较好,提出的理论公式可用于结构设计或软件开发;剪切抗滑移刚度对组合箱梁翼缘截面正应力及挠度影响较大;在均布荷载作用下,与不考虑滑移效应相比,考虑滑移效应后的上翼缘截面正应力减小7.44%,下翼缘截面正应力增大6.79%,箱梁桥跨中挠度增大8.8%;剪切抗滑移刚度对组合箱梁翼缘板剪滞系数的影响较小,影响幅度在1%以内。

**关键词:**波形钢腹板箱梁;界面滑移效应;剪滞效应;能量变分法;挠度

中图分类号:TU311

文献标志码:A

文章编号:1673-2049(2022)06-0094-08

## Analytical Solutions for Box-girder with Corrugated Steel Webs Considering Interface Slip Effect

XU Jing<sup>1</sup>, ZHENG Zhi-ren<sup>1,2</sup>, KONG Hua-hui<sup>1</sup>, HE Gui-feng<sup>1</sup>

(1. College of Water Resources and Civil Engineering, China Agricultural University, Beijing 100083, China;

2. Poly (Gansu) Industrial Investment Co., Ltd, Lanzhou 730070, Gansu, China)

**Abstract:** In order to analyze the interface slip effect on improved box girder with corrugated steel webs, considering the shear deformation of the web and the self balance condition of the section axial force, the governing differential equation of composite box girder bridge was established. The expressions of slip displacement function and flange slab maximum longitudinal displacement difference of simply supported box girder were derived. Taking an improved composite box girder with corrugated webs subjected to uniform load as an example, based on the box girder load conditions and boundary conditions, the theoretical equations for the deflection of composite box girder bridge, cross section normal stress and shear lag coefficient of upper and lower flange slab were derived. By adding the elastic connection unit between flange and web to simulate interface slip effect in the finite element software, the correctness of the proposed theoretical methods was

verified. Finally, the influence of shear slip stiffness on cross section normal stress, shear lag coefficient and deflection of composite box girder bridge were studied by using the derived theoretical formula. The results show that the theoretical formula is in good agreement with the finite element simulation results, and the proposed formulas can be used in the bridge design or software development. The interface slip stiffness has great influence on the cross section normal stress and deflection of flange of the composite box girder. Under the action of uniform load, compared with that without considering slip effect, the normal stress of upper flange section after considering slip effect decreases by 7.44%, the normal stress of lower flange section increases by 6.79%, and the mid-span deflection of box girder increases by 8.8%. The influence of slip stiffness on the shear lag coefficient of composite box girder flange slab is small, and the influence range is within 1%.

**Key words:** box-girder with corrugated steel web; interface slip effect; shear lag effect; energy variation method; deflection

## 0 引言

波形钢腹板<sup>[1]</sup>组合箱梁采用波形钢腹板代替传统混凝土腹板,降低了结构自重,提高力学性能,并有效避免了腹板开裂问题。近年来,为克服混凝土底板支模、浇筑困难等<sup>[2]</sup>问题,提出了改进型波形钢腹板组合箱梁。该结构使用钢下翼缘板,相较于传统的混凝土下翼缘板,改进型可以有效降低下翼板厚度,提升组合箱梁整体性和跨越性,提高施工效率<sup>[3]</sup>。

箱梁在挠曲变形时,由于翼缘板平面内剪切变形影响,使其纵向弯曲正应力分布不均,产生剪滞效应<sup>[4]</sup>。国内外学者对组合箱梁剪滞效应进行了大量研究<sup>[5-11]</sup>。Reissner<sup>[6]</sup>最早提出利用能量变分法求解剪滞后问题,并构造了合理的剪滞后翘曲纵向位移差函数格式;聂建国等<sup>[7-8]</sup>建立了考虑剪滞后效应的钢-混凝土组合梁理论模型,并结合有效刚度法给出了组合梁挠度计算的简便公式。

对于改进型波形钢腹板箱梁,采用钢板代替了混凝土下翼缘板,上翼缘仍采用混凝土结构,因此需采用剪力连接件将上翼缘与腹板相连。由于没有完全刚性连接件,翼缘与腹板交界面存在不同程度变形而产生滑移效应,进而影响组合梁的整体刚度和剪滞系数<sup>[12-15]</sup>。苗林等<sup>[13]</sup>利用 Goodman 弹性夹层分析法,将组合梁的应变分解,构建了结构平衡微分方程,研究双层组合梁弹性阶段的滑移、挠度及内力;冯建祥等<sup>[15]</sup>推导了考虑波形钢腹板界面滑移的波形钢腹板梁弹性弯曲微分方程。上述研究未分析滑移效应对箱梁正截面应力的影响。

综上所述,目前针对组合箱梁剪滞效应和滑移

效应的研究多集中于传统箱梁结构,没有考虑波形钢腹板抗剪刚度的影响。对于改进型波形钢腹板箱梁主要是从剪滞效应或动力特性进行研究<sup>[4]</sup>,但是混凝土板与连接件之间的滑移效应会与剪滞效应作用共同影响箱梁横截面上正应力分布,进而影响剪滞系数。因此,本文考虑波形钢腹板剪切变形和界面滑移效应,采用能量变分法建立改进型波形钢腹板组合箱梁的控制微分方程,得到组合箱梁翼缘正应力、剪滞系数和挠度解析表达式。利用有限元模拟验证了本文提出的理论公式的正确性,进而分析了剪切抗滑移刚度对组合箱梁正应力、剪滞效应和挠度的影响,为该桥型剪滞效应计算和分析提供科学的理论依据。

## 1 滑移模型

对于改进型波形钢腹板箱梁,假定混凝土上翼缘与波形腹板钢梁在接触界面存在滑移且梁体变形仍为弹性变形,变形截面各自保持均匀的伸缩。同时,混凝土上翼缘板和钢箱梁连接紧密,即不考虑混凝土板的掀起且假定箱梁截面无竖向挤压变形,两者竖向挠曲变形完全相同。

组合箱梁微段变形图如图 1 所示,其中,  $q$  为箱梁承受的均布荷载,  $M_c, M_s, V_c, V_s, N_c, N_s$  分别为组合箱梁中混凝土翼缘板与波形腹板钢箱梁的弯矩、剪力和轴力,  $q_u$  和  $q_v$  分别为组合箱梁的层间竖向力与层间剪力,  $\xi(x)$  为混凝土上翼缘板与钢梁在水平方向的滑移纵向位移差函数,即组合箱梁的界面滑移量,其表达式为

$$\xi(x) = \xi_s(x) - \xi_c(x) \quad (1)$$

$$\xi_c(x) = -\frac{nA_s}{A_c + A_s} \xi(x) = \zeta_c \xi(x) \quad (2)$$

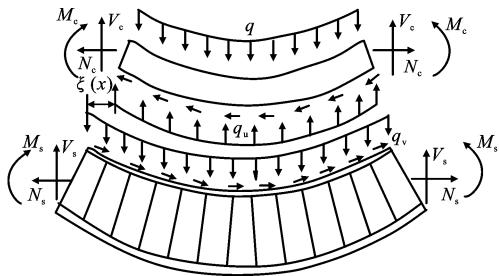


图 1 组合箱梁微段变形图

Fig. 1 Deformation Diagram of Micro-section of Composite Box Girder

$$\xi_s(x) = \frac{A_c}{A_c + nA_s} \xi(x) = \zeta_s \xi(x) \quad (3)$$

式中:  $\xi_c(x)$ 、 $\xi_s(x)$  分别为混凝土板和波形腹板钢梁的纵向位移量;  $\zeta_c$ 、 $\zeta_s$  分别为混凝土翼缘板与波形腹板钢箱梁的纵向滑移系数;  $n$  为钢材弹性模量  $E_s$  与混凝土弹性模量  $E_c$  之比;  $A_s$ 、 $A_c$  分别为钢板、混凝土截面面积。

## 2 控制微分方程的建立与求解

### 2.1 基本假定

为方便公式推导与计算, 在竖向荷载作用下, 考虑界面滑移效应与组合箱梁的变形特点, 采用以下基本假定:

(1) 由于波形钢腹板的“褶皱效应”, 其纵向抗弯刚度很小, 为简化计算, 假定波形钢腹板不承受弯矩, 只承受剪力作用, 忽略波形钢腹板的纵向弯曲应变能。

(2) 假设混凝土上翼缘和波形腹板钢箱梁的剪切抗滑移刚度与相对滑移量为线弹性关系, 即  $V(x) = k\xi(x)$ , 其中  $V(x)$  为截面剪力分布,  $k$  为剪切抗滑移刚度; 混凝土翼缘板和钢箱梁的剪切抗滑移刚度是由剪力连接件提供, 由于箱梁截面和荷载对称, 忽略混凝土翼缘板与箱梁的黏结作用及横向滑移变形。

(3) 为方便公式推导, 上下翼缘板的应变能均用混凝土弹性模量  $E_c$  表示。采用截面换算方法, 将钢下翼缘板换算为混凝土, 只改变其厚度, 其余尺寸不变, 由  $A_s E_s = A_c E_c$  得  $t_{sl} = \frac{E_s}{E_c} t_s$ , 其中  $t_{sl}$  为截面换算后钢翼缘厚度,  $t_s$  为钢下翼缘原厚度。

### 2.2 纵向广义位移函数定义

利用变分原理对改进型波形钢腹板组合箱梁进行分析, 引入广义纵向位移函数  $u(x, y, z)$  和挠度函数  $w(x)$ 。组合箱梁的纵向位移由 4 种变形组成: ①弯曲变形; ②混凝土板和箱梁相对转角  $\varphi(x)$ ;

③混凝土上翼缘板和钢下翼缘板剪滞效应产生的截面纵向位移分布差; ④上翼缘板与腹板交界面由于剪力连接件剪切变形产生的界面滑移变形。利用位移叠加原理, 叠加以上 4 种位移变形可以得到改进型波形钢腹板组合箱梁下翼缘板、上翼缘悬臂板和非悬臂板各处任意一点纵向位移  $u_0(x, y, z)$ 、 $u_1(x, y, z)$ 、 $u_2(x, y, z)$  的计算公式, 即

$$\left. \begin{aligned} u_0(x, y, z) &= \zeta_s \xi(x) + h_s \varphi(x) + f_0(y, z)U(x) \\ u_1(x, y, z) &= \zeta_c \xi(x) + h_c \varphi(x) + f_1(y, z)U(x) \\ u_2(x, y, z) &= \zeta_s \xi(x) + h_c \varphi(x) + f_2(y, z)U(x) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中:  $h_c$ 、 $h_s$  分别为上、下翼缘板形心到组合箱梁形心的距离;  $f_0(y, z)$ 、 $f_1(y, z)$ 、 $f_2(y, z)$  分别为下翼缘板、上翼缘板悬臂板、上翼缘板非悬臂板的剪滞翘曲位移函数;  $U(x)$  为组合箱梁翼缘板最大纵向位移差函数。

组合箱梁腹板弯曲变形后的转角  $\varphi(x)$  表达式为

$$\varphi(x) = w'(x) - \frac{V(x)}{G_w A_w} \quad (5)$$

式中:  $G_w$  为波形钢腹板的有效剪切模量;  $A_w$  为波形钢腹板横截面面积和。

$f(y, z)$  为组合箱梁剪滞翘曲位移函数, 本文选取精度较高且便于计算的二次函数作为组合箱梁的翘曲位移差函数, 其表达式为

$$f(y, z) = \begin{cases} f_0(y, z) = h_s [1 - (\frac{y}{b_0})^2] (\frac{h_s}{h_c})^2 + d \\ f_1(y, z) = -h_c [1 - (\frac{b_2 + b_1 - y}{b_1})^2] \cdot \\ \quad (\frac{b_1}{b_2})^2 + d \\ f_2(y, z) = -h_c [1 - (\frac{y}{b_2})^2] + d \\ f_3(y, z) = d \end{cases} \quad (6)$$

式中:  $f_3(y, z)$  为波形钢腹板的剪滞翘曲位移函数;  $b_0$ 、 $b_1$ 、 $b_2$  分别为下翼缘板、上翼缘悬臂板、上翼缘板非悬臂段的宽度;  $d$  为箱梁截面满足轴力自平衡时的附加轴力位移, 可由轴力为 0 的平衡条件  $\int_A f(y, z) dA = 0$  ( $A$  为箱梁截面面积) 及腹板不承担轴力  $f_3(y, z) = 0$  的假设计算得出。

### 2.3 组合箱梁的总势能方程式建立

下翼缘板、上翼缘悬臂板和非悬臂板正应变  $\epsilon_{b,0}$ 、 $\epsilon_{b,1}$ 、 $\epsilon_{b,2}$  表达式分别为

$$\epsilon_{b,0} = \frac{\partial u(x, y, z)}{\partial x} = \zeta_s \xi'(x) + h_s \varphi'(x) +$$

$$f_0(y, z)U'(x) \quad (7)$$

$$\varepsilon_{b,1} = \frac{\partial u(x, y, z)}{\partial x} = \zeta_c \xi'(x) - h_c \varphi'(x) +$$

$$f_1(y, z)U'(x) \quad (8)$$

$$\varepsilon_{b,2} = \frac{\partial u(x, y, z)}{\partial x} = \zeta_c \xi'(x) - h_c \varphi'(x) +$$

$$f_2(y, z)U'(x) \quad (9)$$

根据基本假定 2, 翼缘板无横向变形, 其对剪切变形影响忽略不计, 即  $\frac{\partial v}{\partial x} = 0$ , 则下翼缘板、上翼缘

悬臂板和非悬臂板剪应变  $\gamma_{b,0}$ 、 $\gamma_{b,1}$ 、 $\gamma_{b,2}$  表达式分别为

$$\gamma_{b,0} = \frac{\partial u_0(x, y, z)}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} = f'_0(y, z)U(x) \quad (10)$$

$$\gamma_{b,1} = \frac{\partial u_1(x, y, z)}{\partial y} + \frac{\partial v_1}{\partial x} = f'_1(y, z)U(x) \quad (11)$$

$$\gamma_{b,2} = \frac{\partial u_2(x, y, z)}{\partial y} + \frac{\partial v_2}{\partial x} = f'_2(y, z)U(x) \quad (12)$$

式中:  $v_0$ 、 $v_1$ 、 $v_2$  分别为下翼缘板、上翼缘悬臂板和非悬臂板的横向变形。

根据基本假定 3, 上、下翼缘板应变能  $V_{bi}$  表达式为

$$V_{bi} = \frac{1}{2} \iiint_V (\sigma_{bi} \varepsilon_{bi} + \tau_{bi} \gamma_{bi}) dV = \\ \frac{1}{2} \iiint_V (E_c \varepsilon_{bi}^2 + G_c \gamma_{bi}^2) dV \quad (13)$$

式中:  $\sigma_{bi}$ 、 $\varepsilon_{bi}$ 、 $\tau_{bi}$ 、 $\gamma_{bi}$  分别为上下翼缘板的正应力、正应变、剪应力、剪应变;  $G_c$  为混凝土的剪切模量;  $i=1, 2$ , 分别对应上翼缘板、下翼缘板。

将式(7)~(12)代入式(13)得, 翼缘板应变能  $\bar{V}_b$  为

$$\bar{V}_b = \sum_{i=0}^2 V_{bi} = \frac{1}{2} \bar{\Psi}_1 \int_0^l \xi'^2(x) dx + \frac{1}{2} \bar{\Psi}_2 \int_0^l \xi'(x) \cdot \\ \phi'(x) dx + \frac{1}{2} \bar{\Psi}_3 \int_0^l \xi'(x) U'(x) dx + \\ \frac{1}{2} \bar{\Psi}_4 \int_0^l \phi'^2(x) dx + \frac{1}{2} \bar{\Psi}_5 \int_0^l \phi'(x) U'(x) dx + \\ \frac{1}{2} \bar{\Psi}_6 \int_0^l U'^2(x) dx + \frac{1}{2} \bar{\Psi}_7 \int_0^l U^2(x) dx \quad (14)$$

式中:  $l$  为组合箱梁跨度;  $\bar{\Psi}_1$ ~ $\bar{\Psi}_7$  表达式见文献 [16]。

波形钢腹板的剪切应变能  $\bar{V}_w$  为

$$\bar{V}_w = \int_0^l \int_{-h_s}^{h_c} G_w t_w \left[ \frac{V(x)}{G_w A_w} \right]^2 dz dx = \\ \frac{1}{2} \int_0^l \frac{V^2(x)}{G_w A_w} dx \quad (15)$$

式中:  $t_w$  为腹板厚度。

混凝土翼缘板与腹板间相对滑移势能  $\bar{V}_K$  为

$$\bar{V}_K = \frac{1}{2} \int_0^l K \xi^2(x) dx \quad (16)$$

组合箱梁的外力所做功  $\bar{W}$  为

$$\bar{W} = - \int_0^l M(x) [w'(x) - \frac{V'(x)}{G_w A_w}] dx + \\ \int_0^l \frac{V^2(x)}{G_w A_w} dx \quad (17)$$

式中:  $M(x)$  为组合梁弯矩分布。

组合箱梁的总势能  $\Pi$  表达式为

$$\Pi = \bar{V}_b + \bar{V}_w + \bar{V}_K - \bar{W} \quad (18)$$

## 2.4 控制微分方程求解

根据变分原理, 当外力作用在平衡稳定的弹性体上时, 真实位移对应的应变能最小, 即  $\delta\Pi=0$  ( $\delta$  表示偏微分, 下同)。对式(18)求变分, 可求出微分控制方程(19)~(21)及边界条件式(22)~(24)。

$$\frac{1}{2} \bar{\Psi}_3 U''(x) + \frac{1}{2} \bar{\Psi}_2 \varphi''(x) + \bar{\Psi}_1 \xi''(x) - K \xi(x) = 0 \quad (19)$$

$$M'(x) + \frac{1}{2} \bar{\Psi}_5 U''(x) + \bar{\Psi}_4 \varphi''(x) + \frac{1}{2} \bar{\Psi}_2 \xi''(x) = 0 \quad (20)$$

$$\bar{\Psi}_6 U''(x) + \frac{1}{2} \bar{\Psi}_5 \varphi''(x) + \frac{1}{2} \bar{\Psi}_3 \xi''(x) - \bar{\Psi}_7 U(x) = 0 \quad (21)$$

$$\xi'(x) \delta \xi(x) |_0^l + \varphi'(x) \delta \xi(x) |_0^l + U'(x) \delta \xi(x) |_0^l = 0 \quad (22)$$

$$\xi'(x) \delta \varphi(x) |_0^l + \varphi'(x) \delta \varphi(x) |_0^l + U'(x) \delta \varphi(x) |_0^l + \\ M(x) \delta \varphi(x) |_0^l = 0 \quad (23)$$

$$\xi'(x) \delta U(x) |_0^l + \varphi'(x) \delta U(x) |_0^l + U'(x) \delta U(x) |_0^l = 0 \quad (24)$$

将公式(19)~(24)化简并分离变量, 可以得到  $\xi(x)$  和  $U(x)$  的控制微分方程分别为

$$\xi^{(4)}(x) + B_1 \xi''(x) + B_2 \xi(x) = C_1 V(x) \quad (25)$$

$$U^{(4)}(x) + B_1 U''(x) + B_2 U(x) = C_2 V(x) \quad (26)$$

式中:  $B_1$ 、 $B_2$ 、 $C_1$ 、 $C_2$  表达式见文献[16]。

式(25)、(26)特征方程为

$$r^4 + C_1 r^2 + C_2 = 0 \quad (27)$$

式(27)的根为

$$r_1 = \sqrt{\frac{-C_1 + \sqrt{C_1^2 - 4C_2}}{2}}, r_2 = \sqrt{\frac{-C_1 - \sqrt{C_1^2 - 4C_2}}{2}}$$

控制方程(25)、(26)的解为

$$\xi(x) = D_1 \operatorname{sh}(r_1 x) + D_2 \operatorname{ch}(r_1 x) + D_3 \operatorname{sh}(r_2 x) + \\ D_4 \operatorname{ch}(r_2 x) + S(x)^* \quad (28)$$

$$U(x) = J_1 [D_1 \operatorname{sh}(rx) + D_2 \operatorname{ch}(rx)] + J_2 [D_3 \operatorname{sh}(r_2 x) +$$

$$D_4 \operatorname{ch}(r_2 x) + J_3 \int M(x) dx + D_5 x + D_6 \quad (29)$$

式中:  $D_1 \sim D_6$ 、 $J_1 \sim J_3$  表达式见文献[21];  $S(x)^*$  为与剪力有关的特解。

$S(x)^*$  表达式为

$$S(x)^* = \frac{C_1}{B_2} V(x) \quad (30)$$

### 3 算例验证

#### 3.1 均布荷载下组合箱梁桥挠度和剪滞系数公式推导

对于受均布荷载的组合箱梁,其荷载条件为

$$\left. \begin{array}{l} M(x) = \frac{q}{2}(l-x) \\ V(x) = \frac{q}{2}(l-2x) \end{array} \right\} \quad (31)$$

组合箱梁边界条件为

$$\left. \begin{array}{l} \xi|_{x=0} = 0, \quad U'|_{x=0} = 0, \quad w|_{x=0} = 0, \quad w''|_{x=0} = 0 \\ \xi|_{x=l} = 0, \quad U'|_{x=l} = 0, \quad w|_{x=l} = 0, \quad w''|_{x=l} = 0 \end{array} \right\} \quad (32)$$

将式(20)进行两次积分,联立式(5)可得组合箱梁挠度  $w(x)$  表达式为

$$\begin{aligned} w(x) = & \int \left[ -\frac{M(x)}{\Psi_4} dx \right] dx + \\ & \int \left[ -\frac{\Psi_5}{2\Psi_4} U'(x) dx \right] dx + \\ & \int \left[ \frac{V'(x)}{G_w A_w} dx \right] dx + \\ & \int \left[ -\frac{\Psi_2}{2\Psi_4} \xi'(x) dx \right] dx + D_7 x + D_8 \quad (33) \end{aligned}$$

根据式(31)~(33),求出待定系数  $D_1 \sim D_8$  后,可得到混凝土翼缘板与钢箱梁的滑移函数  $\xi(x)$ 、翼缘板纵向位移差函数  $U(x)$  表达式。

由  $\xi(x)$ 、 $U(x)$  和  $f(y, z)$  表达式,可得到考虑界面滑移效应及剪滞效应的上翼缘板截面正应力  $\sigma_{u,x}$  及下翼缘板截面正应力  $\sigma_{l,x}$  表达式,分别为

$$\begin{aligned} \sigma_{u,x} = E_c \epsilon_x = & E_c \{ \zeta_c \xi'(x) - h_c [w''(x) - \frac{V'(x)}{G_w A_w}] + \\ & f_{1/2}(y, z) U'(x) \} \quad (34) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{l,x} = E_s \epsilon_x = & E_s \{ \zeta_s \xi'(x) - h_s [w''(x) - \frac{V'(x)}{G_w A_w}] + \\ & f_0(y, z) U'(x) \} \quad (35) \end{aligned}$$

界面滑移效应会影响上、下翼缘板的正应力分布,因此在计算考虑滑移效应的组合箱梁剪滞系数时,将翼缘板上求得的考虑剪滞效应及滑移效应的实际正应力沿翼缘板宽度方向进行积分,除以翼缘

板宽度作为初等梁的平均正应力,得到上、下翼缘板剪滞系数  $\lambda_{upper}$ 、 $\lambda_{lower}$  的计算公式,即

$$\lambda_{upper} = \frac{\sigma}{\int_{-(b_1+b_2)}^{b_1+b_2} \sigma dx / [2(b_1 + b_2)]} \quad (36)$$

$$\lambda_{lower} = \frac{\sigma}{\int_{-b_0}^{b_0} \sigma dx / (2b_0)} \quad (37)$$

#### 3.2 均布荷载下组合箱梁的有限元计算方法

本文算例中的改进型波形钢腹板组合箱梁为简支结构,  $l=40$  m, 梁截面各部分的细部尺寸见图 2。材料参数取为:  $E_c = 34.5$  GPa,  $E_s = 206$  GPa, 泊松比  $\mu_c = 0.2$ (混凝土),  $\mu_s = 0.3$ (钢材)。剪力连接件为  $d=20$  mm 的圆柱头焊钉, 材质为 4.6 级, 焊钉的抗拉强度  $f=215$  MPa, 剪切系数  $\gamma=1.67$ , 桩钉纵向间距为 100 mm, 每排布置 2 根桩钉, 计算得到单位长度上剪切抗滑移刚度为 2.084 GPa。

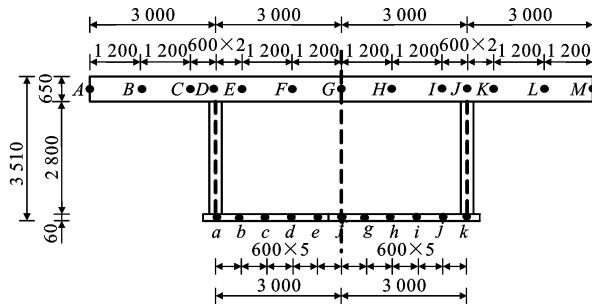


图 2 箱梁计算点布置(单位:mm)

Fig. 2 Layout of Calculation Points of Box Girder (Unit:mm)

建立空间有限元模型,上翼缘板采用实体单元,下翼缘板与波形腹板采用壳单元,利用弹性连接单元模拟栓钉剪力键。均布荷载  $q=150$  kN·m<sup>-1</sup>, 分别施加在腹板位置处的上翼缘板左右两侧。网格划分见图 3,计算点布置见图 2。在有限元模型中,利用印刻功能考虑翼缘和腹板单元耦合来忽略滑移效应;滑移效应则是在翼缘和腹板单元之间添加弹性连接单元,通过弹性刚度考虑其效应的。

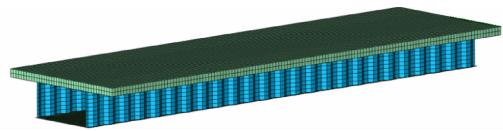


图 3 有限元模型

Fig. 3 Finite Element Model

图 4 对比了采用理论解和考虑与不考虑滑移的有限元模型计算的组合箱梁挠度变形曲线。由图 4 可知,理论方法计算的挠度值总体略大于考虑滑移的有限元解,不考虑滑移计算的挠度最小,说明采

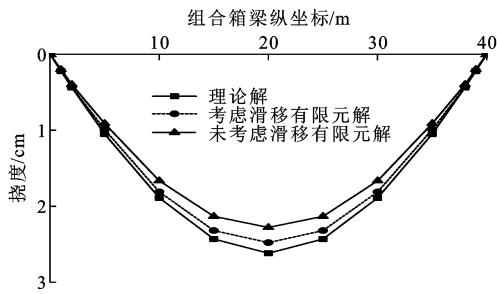


图4 组合箱梁挠度变形有限元与理论解对比

Fig. 4 Comparison of Finite Element and Theoretical Solutions of Deflection Deformation for Composite Box Girder

用本文理论方法计算结构挠度时使结构设计更偏于安全。理论解与考虑滑移的有限元结果的相对误差在支座截面附近较小,在跨中截面处达到最大,最大相对误差为5.42%。

图5为跨中截面上、下翼缘板正应力值的理论解与数值解(拉为正值,压为负值)。由图5可以看出,上、下翼缘的正应力最大值均出现在翼缘板与腹板的交界处。组合箱梁在考虑界面滑移的影响下,跨中截面各计算点处截面正应力理论解与有限元解较为吻合,上、下翼缘处正应力相对误差均小于5%,验证了本文理论公式的正确性。考虑界面滑移效应后,上翼缘处正应力减小,下翼缘板正应力增大,与不计滑移相比,上翼缘正应力最大相对误差为7.44%,下翼缘正应力最大相对误差为6.79%。同时,由图5看出考虑滑移的有限元计算结果均在本文理论解和不考虑滑移的有限元结果之间,对比得出本文计算结果更偏于保守。

## 4 参数分析

根据第2节推导的理论公式,波形钢腹板组合箱梁桥的位移受滑移效应影响,位移变化会引起翼缘板应变和应力变化,进而影响剪滞系数取值。滑移效应与剪切抗滑移刚度有关,因此本文基于推导的理论公式,研究剪切抗滑移刚度对改进型波形钢腹板组合箱梁桥挠度、剪滞系数及上、下翼缘板正应力的影响。

保持箱梁材料、截面参数、荷载形式与第3.2节一致,改变组合箱梁的剪切抗滑移刚度(分别取 $0.1k$ 、 $k$ 、 $10k$ , $k=2048\text{ MPa}$ ),分析组合箱梁考虑滑移效应后上、下翼缘板的正应力、剪滞系数和箱梁桥挠度变化规律。

### 4.1 剪切抗滑移刚度对组合箱梁正应力的影响

图6为剪切抗滑移刚度对组合箱梁翼缘正应力

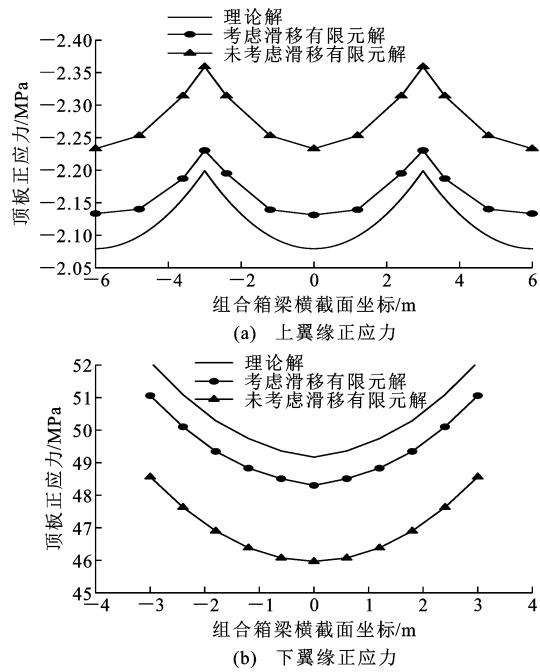


图5 上、下翼缘跨中截面正应力对比

Fig. 5 Comparison of Normal Stress of Mid-span Section of Upper and Lower Flange

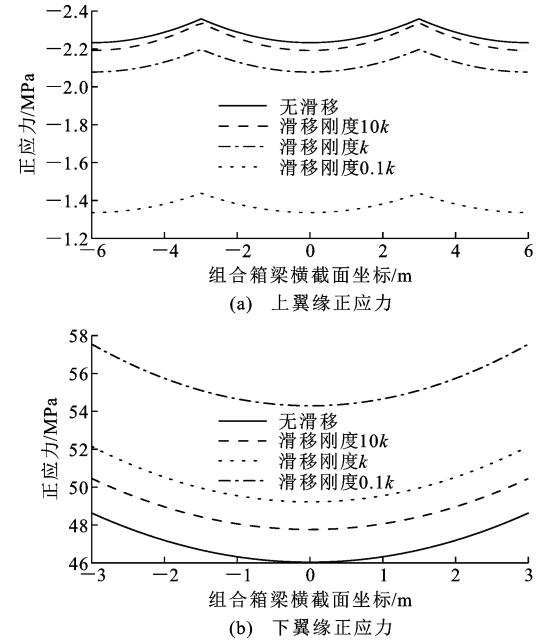


图6 不同剪切抗滑移刚度组合箱梁上、下翼缘正应力分布

Fig. 6 Normal Stress Distribution of Upper and Lower Flange of Composite Box Girder with Different Shear Slip Stiffnesses

影响曲线。由图6可知,在均匀荷载作用下,随着剪切抗滑移刚度的下降,上翼缘板的正应力逐渐减小,下翼缘板的正应力逐渐增大,翼缘板正应力受滑移效应影响而重新分布。当剪切抗滑移刚度取 $k$ 和 $10k$ 时,翼缘处最大正应力相对不考虑滑移的理想

状态相对误差均能控制在 7% 以内, 当剪切抗滑移刚度值取 0.1k 时, 翼缘处的最大正应力相对不考虑滑移时的正应力相对误差可以达到 39.02% 和 17.81%, 说明当剪切抗滑移刚度过低时, 组合箱梁整体抗弯刚度下降很大, 翼缘处的正应力变化显著。

#### 4.2 剪切抗滑移刚度对组合箱梁剪滞系数的影响

均布荷载作用下, 上、下翼缘板剪滞系数如图 7 所示。结果表明, 不同的剪切抗滑移刚度下翼缘板剪滞系数沿横截面的分布形式类似, 且均在翼缘板与腹板交界处取得峰值。随着剪切抗滑移刚度增大, 上翼缘峰值剪滞系数由 1.0443 降低至 1.0379, 下翼缘峰值剪滞系数由 1.0412 增长至 1.0427。分析可知, 相较于下翼缘, 上翼缘剪滞效应受剪切抗滑移刚度的影响更加显著, 且剪切抗滑移刚度越小时, 横截面上正应力分布越不均匀。总体来看, 剪切抗滑移刚度对改进型波形钢腹板组合箱梁的剪滞效应影响较小, 变化幅度均在 1% 以内, 基本可以忽略。

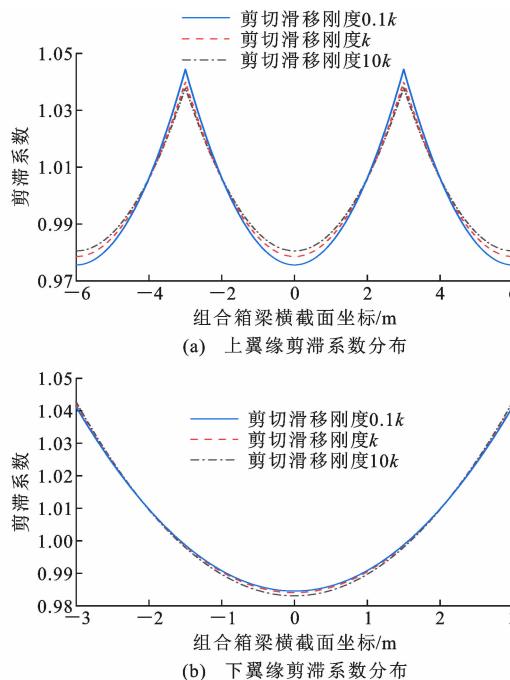


图 7 不同剪切抗滑移刚度组合箱梁上、下翼缘剪滞系数分布

Fig. 7 Shear Lag Coefficient of Upper and Lower Flange of Composite Box Girder with Different Shear Slip Stiffnesses

#### 4.3 剪切抗滑移刚度对组合箱梁挠度的影响

图 8、9 为取剪切抗滑移刚度  $k_s$ , 分别为  $0.1k$ 、 $0.5k$ 、 $k$ 、 $2k$ 、 $10k$  时计算出的组合箱梁跨中挠度以及纵向挠度分布。

由图 8、9 可知, 在考虑界面滑移产生的附加挠度后, 组合箱梁的跨中最大挠度相较于无滑移的理

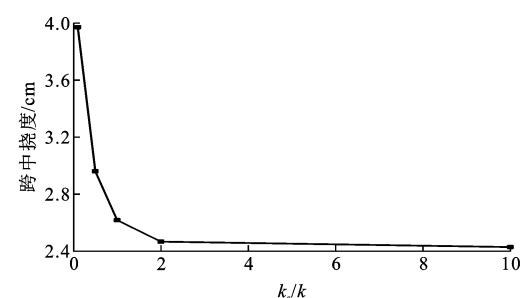


图 8 组合箱梁跨中挠度随剪切抗滑移刚度变化

Fig. 8 Variation of Mid-span Deflection of Composite Box Girder with Shear Slip Stiffness

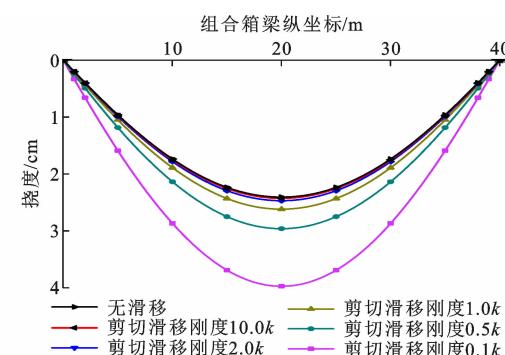


图 9 组合箱梁纵向挠度随剪切抗滑移刚度变化

Fig. 9 Variation of Longitudinal Deflection of Composite Box Girder with Shear Slip Stiffness

想状态增长了 8.8%, 当剪切抗滑移刚度为  $0.1k$  时, 组合箱梁跨中的最大挠度增长了 65%。分析可知剪切抗滑移刚度对波形钢腹板组合箱梁的挠度有很大影响, 当剪切抗滑移刚度较小时, 随着剪切抗滑移刚度的增大组合箱梁挠度显著减小; 当有足够的剪切抗滑移刚度时, 继续增大剪切抗滑移刚度对组合箱梁挠度的影响将十分有限。

### 5 结语

(1) 基于能量变分法的理论公式与数值模拟结果的相对误差较小, 为改进型波形钢腹板组合箱梁的剪滞效应及变形分析提供了理论基础。

(2) 随着剪切抗滑移刚度的降低, 上翼缘处正应力逐渐减小, 下翼缘处的正应力逐渐增大, 上、下翼缘处正应力受滑移效应的影响重分布。

(3) 剪切抗滑移刚度对组合箱梁的挠度有较大影响。保证界面连接处足够的剪切刚度能够有效控制滑移变形所产生的附加挠度。

(4) 均布荷载作用下, 剪切抗滑移刚度对改进型波形钢腹板组合箱梁的剪滞效应影响很小, 可以忽略。

## 参考文献:

## References:

- [1] 邓文琴,刘朵,冯杰,等.波形钢腹板箱梁桥异步施工节段足尺模型试验研究[J].桥梁建设,2019,49(1):53-58.
- DENG Wen-qin, LIU Duo, FENG Jie, et al. Segmental Full-scale Model Test for Asynchronous Construction of Box Girder Bridge with Corrugated Steel Webs[J]. Bridge Construction, 2019, 49(1): 53-58.
- [2] 聂鑫,樊健生,雷飞龙,等.改进型波形钢腹板组合箱梁试验研究[J].建筑结构学报,2014,35(11):53-61.
- NIE Xin, FAN Jian-sheng, LEI Fei-long, et al. Experimental Research on Improved Composite Box-girder with Corrugated Steel Webs[J]. Journal of Building Structures, 2014, 35(11): 53-61.
- [3] 王力,刘世忠,虞庐松,等.新型波形钢腹板组合箱梁等效阻尼比计算方法[J].桥梁建设,2021,51(2):34-39.
- WANG Li, LIU Shi-zhong, YU Lu-song, et al. Calculation of Equivalent Damping Ratio of New-type Composite Box Girder with Corrugated Steel Webs[J]. Bridge Construction, 2021, 51(2): 34-39.
- [4] 娄奕红,罗旗帜,杜嘉斌,等.支座型式对连续曲线箱梁剪力滞效应的影响[J].西南交通大学学报,2007,42(3):299-304.
- LOU Yi-hong, LUO Qi-zhi, DU Jia-bin, et al. Shear Lag Effect of Continuous Curved Box Girder with Different Types of Support[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2007, 42(3): 299-304.
- [5] 李立峰,周延.大跨径波形钢腹板组合箱梁桥剪力滞效应[J].建筑科学与工程学报,2016,33(6):106-112.
- LI Li-feng, ZHOU Yan. Shear Lag Effect of Large Span Composite Box Girder Bridge with Corrugated Steel Webs[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2016, 33(6): 106-112.
- [6] REISSNER E. Analysis of Shear Lag in Box Beams by the Principle of Minimum Potential Energy[J]. Quarterly of Applied Mathematics, 1946, 4(3): 268-278.
- [7] 聂建国,李法雄,樊健生,等.钢-混凝土组合梁考虑剪力滞效应实用设计方法[J].工程力学,2011,28(11):45-51.
- NIE Jian-guo, LI Fa-xiong, FAN Jian-sheng, et al. Practical Design Method for Steel-concrete Composite Beam Considering Shear Lag Effect[J]. Engineering Mechanics, 2011, 28(11): 45-51.
- [8] 李法雄,聂建国.钢-混凝土组合梁剪力滞效应弹性解析解[J].工程力学,2011,28(9):1-8.
- LI Fa-xiong, NIE Jian-guo. Elastic Analytical Solutions of Shear Lag Effect of Steel-concrete Composite Beam[J]. Engineering Mechanics, 2011, 28(9): 1-8.
- [9] HU S W, YU J, WEI C J, et al. Shear Lag Behavior and Parametric Sensitivity Analysis of Steel-concrete Composite Structure with Double-box[J]. Archive of Applied Mechanics, 2017, 87(9): 1525-1539.
- [10] ZHOU C, LI L F, WANG J Q. Modified Bar Simulation Method for Shear Lag Analysis of Non-prismatic Composite Box Girders with Corrugated Steel Webs[J]. Thin-walled Structures, 2020, 155: 106957.
- [11] CHEN Y Y, DONG J C, XU T H, et al. The Shear-lag Effect of Composite Box Girder Bridges with Corrugated Steel Webs and Trusses[J]. Engineering Structures, 2019, 181: 617-628.
- [12] ZHOU W B, LI S J, JIANG L Z, et al. Vibration Analysis of Steel-concrete Composite Box Beams Considering Shear Lag and Slip[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2015, 2015: 601757.
- [13] 苗林,陈德伟.考虑层间滑移效应的组合梁解析计算[J].同济大学学报(自然科学版),2011,39(8):1113-1119.
- MIAO Lin, CHEN De-wei. Closed-form Solution of Composite Beam Considering Interfacial Slip Effects[J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2011, 39(8): 1113-1119.
- [14] CHENG J, YAO H. Simplified Method for Predicting the Deflections of Composite Box Girders[J]. Engineering Structures, 2016, 128: 256-264.
- [15] 冯建祥,吕思忠,杜进生.考虑腹板剪切变形及滑移的波形钢腹板梁理论模型[J].建筑结构学报,2020,41(增1):355-363.
- FENG Jian-xiang, LÜ Si-zhong, DU Jin-sheng. A Theory Model of Corrugated Steel Web Girder Considering Shear Deformation of Web and Shear Slip[J]. Journal of Building Structures, 2020, 41(S1): 355-363.
- [16] 郑智仁.考虑界面滑移的改进型波形腹板箱梁剪滞效应及变形研究[D].北京:中国农业大学,2021.
- ZHENG Zhi-ren. Research on Shear Lag Effect and Deformation of Improved Box Girder with Corrugated Steel Webs Considering Interface Slip [D]. Beijing: China Agricultural University, 2021.