

引用本文:盛 夏,肖建春,陈顺云,等. 基于超单元法的空腹夹层板精细化有限元分析[J]. 建筑科学与工程学报, 2024, 41(6): 61-69.
SHENG Xia, XIAO Jianchun, CHEN Shunyun, et al. Refinement finite element analysis of vierendeel sandwich plates based on superelement method[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2024, 41(6): 61-69.

DOI:10.19815/j.jace.2023.03003

基于超单元法的空腹夹层板精细化有限元分析

盛 夏^{1,2}, 肖建春^{1,2}, 陈顺云^{1,2}, 马克俭^{1,2}

(1. 贵州大学 空间结构研究中心, 贵州 贵阳 550025;

2. 贵州大学 贵州省结构工程重点实验室, 贵州 贵阳 550025)

摘要:针对空腹夹层板精细化有限元分析存在计算模型总自由度数庞大、运算效率低的问题,根据空腹夹层板的构造特点,将其分成若干相同的基本网格,把任一网格当成子结构并凝聚成超单元,再控制超单元的边界自由度数。以超单元为基础扩展出新计算模型,降低空腹夹层板有限元模型的总自由度数,从而提高计算效率。分别用不同超单元和边长 0.1 m 的实体单元,建立一块平面尺寸为 16 m×16 m 的混凝土空腹夹层板精细有限元模型并做静、动力分析。结果表明:超单元法提取空腹夹层板参数受限制小,能较快提取结构参数完成计算;超单元边界节点数越少,运算效率越高,但误差相应增大;当超单元的节点数对比精细有限元缩小约 89% 并合理放置时,计算最大相对误差不超过 6% 且计算时间能节省 11%~24%,模态和时程分析图像吻合度较好;基于超单元法的空腹夹层板精细化有限元分析适用于空腹夹层板结构线弹性阶段的参数分析计算。

关键词:超单元;空腹夹层板;边界自由度;子结构;节点;精细化有限元分析

中图分类号: TU375.2

文献标志码: A

文章编号: 1673-2049(2024)06-0061-09

Refinement finite element analysis of vierendeel sandwich plates based on superelement method

SHENG Xia^{1,2}, XIAO Jianchun^{1,2}, CHEN Shunyun^{1,2}, MA Kejian^{1,2}

(1. Research Center of Space Structures, Guizhou University, Guiyang 550025, Guizhou, China;

2. Key Laboratory of Structural Engineering of Guizhou Province, Guizhou University,
Guiyang 550025, Guizhou, China)

Abstract: Aiming at the problem of large total degree of freedom of the calculation model and low computational efficiency in the refinement finite element analysis of the vierendeel sandwich plate, based on the structural characteristics of vierendeel sandwich plates, it was divided into several identical basic grids. Any grid was treated as a substructure and condensed into a superelement, and then the number of boundary degrees of freedom of the superelement was controlled. Based on the superelement, a new computational model was extended to reduce the total number of degrees of freedom in the finite element model of the vierendeel sandwich plate, thereby improving computational efficiency. A fine finite element model of a concrete vierendeel sandwich plate with a plane size of 16 m×16 m was established with different superelements and

收稿日期: 2023-11-21

基金项目: 国家自然科学基金项目(50978064/Z091015); 贵州省自然科学基金项目(黔科合基础[2017]1036)

通信作者: 肖建春(1967-), 男, 工学博士, 教授, 博士生导师, E-mail: jcxiao@gzu.edu.cn.

0.1 m solid elements, and the static and dynamic analysis was performed. The results show that the parameters of vierendeel sandwich plates extracted by superelement method are less limited, and the structural parameters can be extracted quickly to complete the calculation. The smaller the number of superlement boundary nodes, the higher the computational efficiency, but the error increases accordingly. When the number of nodes of superelement is reduced by about 89% compared with the fine finite element and placed reasonably, the maximum relative error of calculation does not exceed 6% and the calculation time can be saved by 11% to 24%, and the image consistency of modal and time history analysis is better. The refinement finite element analysis of vierendeel sandwich plates based on superelement method is suitable for the parameter analysis and calculation of the elastic stage of vierendeel sandwich plate structure.

Key words: superelement; vierendeel sandwich plate; boundary degree of freedom; substructure; node; refinement finite element analysis

Author resume: XIAO Jianchun(1967-), male, PhD, professor, E-mail: jcxiao@gzu.edu.cn.

0 引言

马克俭等^[1-2]于1992年提出了一种钢筋混凝土楼板-空腹夹层板,它由上下肋梁、剪力键和面板组成(图1),由于自重轻、刚度大,适于用作大跨度楼板,工程应用中最大跨度达39 m。

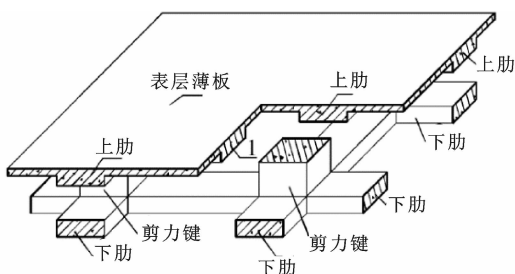


图1 空腹夹层板构造

Fig. 1 Structure of vierendeel sandwich plate

有不少学者进行了空腹夹层板计算方法的研究。张华刚等^[3]提出了静力计算的实用方法,其属于刚度等代方法,按照抗弯刚度等效原则将空腹夹层板简化为交叉梁结构,采用结构分析软件计算出内力与变形,空腹夹层板地方规程采用了这种分析方法^[4-5]。该方法由于没有考虑剪切刚度影响,计算精度差。地方规程中规定,将挠度乘以1.2作为实际挠度。考虑剪切刚度影响的连续化方法给出了一个10阶偏微分方程^[2]。连续化方法能给出几种特殊条件的解析解,但对于一般条件而言,难于得到解析解。该方法仍属于等代方法,精度不理想。

已经提出的有限元分析方法有3种:①空间梁-板单元模型,上、下肋及剪力键采用空间梁单元、面板采用板壳单元^[6],由于剪力键的高宽比接近1,不宜用梁单元来模拟;②梁-板-块体单元模型,上、下

肋采用空间梁单元、面板采用板壳单元、剪力键采用实体单元^[7-8],该方法单元连接简单,缺点是没有考虑梁、板壳及实体单元的连接节点位置差异,与实际构件之间的关系不一致,模型建立复杂^[9];③实体单元精细化有限元模型,所有构件离散成三维实体单元^[10-11],它属于精细有限元法,计算精度高,然而其总自由度数庞大,计算规模巨大,计算效率极低,仅适用于数量较少的空腹夹层板分析。

超单元法是一种分析大型复杂结构的有效方法,具有计算精度好、效率高的优点^[12]。李昂等^[13]使用这种方法分析某型起重机,相比传统有限元法,计算时间缩短了近1/3。杜大华等^[14]运用超单元法进行火箭发动机的动力分析,结构用了4个超单元替代发动机主结构,相比传统有限元大幅提高了运算效率。其他学者也证明了此方法在有限元分析效率方面的优势^[15-19]。

空腹夹层板的构造规律明显,可以看作由基本网格通过复制而成,这个基本网格就是自然形成的一个超单元。为了验证超单元法在空腹夹层板精细化有限元分析中的精度与运算效率,采用有限元软件ANAYA进行实体单元模型与超单元模型的对比计算。

1 空腹夹层板的超单元分析基础

有限元分析大部分时间用于解方程组,假定结构的总自由度数为 n ,刚度矩阵 \mathbf{K} 采用Dollittle分解,其计算量为 $2n^3/3 - n^2 - n/6$ ^[20]。PARDISO是当前高效求解大规模稀疏矩阵方程的主流方法之一,求解时间与 $6n$ 近似线性相关^[21]。减小 n 是提高有限元分析速度的一个重要途径。为了接近真实

并提高精度,复杂结构往往会划分出非常多的单元,边界自由度数巨大,导致 n 显著增加。

空腹夹层板的平面网格划分规则可以简单地将其中一个基本网格当成一个子结构来构造超单元,根据挑选的对外关联的边界自由度来凝聚形成自定义的超单元。对外关联的边界自由度数 n_s 就是超单元的自由度数, n_s 比原子结构的自由度数 n_0 少得多。以超单元为基础扩展出新的空腹夹层板计算模型,这些超单元融合后的自由度数就是 n 。与原模型相比,新模型的 n 显著减少。

1.1 超单元的静力凝聚法

将空腹夹层板分成若干相同子结构,第 l 个子结构的静力平衡方程为

$$\mathbf{K}^{(l)} \mathbf{u}^{(l)} = \mathbf{F}^{(l)} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{K}^{(l)}$ 、 $\mathbf{u}^{(l)}$ 和 $\mathbf{F}^{(l)}$ 分别为子结构的刚度矩阵、位移向量和荷载向量。

将 $\mathbf{u}^{(l)}$ 分成边界位移向量 $\mathbf{u}_b^{(l)}$ 和内部位移向量 $\mathbf{u}_i^{(l)}$,式(1)变换为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ii}^{(l)} & \mathbf{K}_{ib}^{(l)} \\ \mathbf{K}_{bi}^{(l)} & \mathbf{K}_{bb}^{(l)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_i^{(l)} \\ \mathbf{u}_b^{(l)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_i^{(l)} \\ \mathbf{F}_b^{(l)} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{F}_b^{(l)}$ 和 $\mathbf{F}_i^{(l)}$ 分别为边界荷载向量和内部荷载向量。

将子结构凝聚为超单元,消去式(2)中的 $\mathbf{u}_i^{(l)}$,得

$$[\mathbf{K}_{bb}^{(l)} - \mathbf{K}_{bi}^{(l)} (\mathbf{K}_{ii}^{(l)})^{-1} \mathbf{K}_{ib}^{(l)}] \mathbf{u}_b^{(l)} = \mathbf{F}_*^{(l)} \quad (3)$$

$$\mathbf{K}_*^{(l)} \mathbf{u}_b = \mathbf{F}_*^{(l)} \quad (4)$$

$$\mathbf{K}_*^{(l)} = \mathbf{K}_{bb}^{(l)} - \mathbf{K}_{bi}^{(l)} (\mathbf{K}_{ii}^{(l)})^{-1} \mathbf{K}_{ib}^{(l)} \quad (5)$$

$$\mathbf{F}_*^{(l)} = \mathbf{F}_b^{(l)} - \mathbf{K}_{bi}^{(l)} (\mathbf{K}_{ii}^{(l)})^{-1} \mathbf{F}_i^{(l)} \quad (6)$$

式中: $\mathbf{K}_*^{(l)}$ 和 $\mathbf{F}_*^{(l)}$ 分别为超单元对外关联的刚度矩阵和荷载向量。

将空腹夹层板分为若干子结构,由于子结构相同,凝聚单元仅需要运算一次。由超单元组成的有限元模型等效于原来的有限元模型,只是自由度上有所减少。

根据荷载等效原则,预先将空腹夹层板的 $\mathbf{F}_i^{(l)}$ 折算到 $\mathbf{F}_b^{(l)}$ 上,能加快计算,此时 $\mathbf{F}_i^{(l)} = \mathbf{0}$,由于未严格按式(6)计算,会产生一定的误差。

1.2 超单元的动力凝聚法

目前对超单元进行动力分析的方法以采用模态综合法为主,按照对接界面的约束状态分类,可分为固定界面法、自由界面法和混合界面法3种形式。固定界面法以约束模态和固定模态来组成超单元的主模态,计算方法简单,在中低频计算中具有良好精度。对于空腹夹层板的动力分析,往往有自由度数大、结构复杂等问题,且对较高频率模态需求不高,

选用固定界面法对空腹夹层板进行动力凝聚分析最为合适。

空腹夹层板的无阻尼动力平衡方程为

$$\mathbf{M} \mathbf{u} + \mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{F} \quad (7)$$

式中: \mathbf{M} 和 \mathbf{K} 分别为结构质量矩阵和刚度矩阵,但由于其结构复杂,很难直接得到。

运用超单元法,将空腹夹层板分成若干相同子结构,第 l 个子结构的动力方程改写为

$$\mathbf{M}^{(l)} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_i^{(l)} \\ \mathbf{u}_b^{(l)} \end{bmatrix} + \mathbf{K}^{(l)} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_i^{(l)} \\ \mathbf{u}_b^{(l)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_i^{(l)} \\ \mathbf{F}_b^{(l)} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\mathbf{M}^{(l)} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{ii}^{(l)} & \mathbf{M}_{ib}^{(l)} \\ \mathbf{M}_{bi}^{(l)} & \mathbf{M}_{bb}^{(l)} \end{bmatrix}, \mathbf{K}^{(l)} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ii}^{(l)} & \mathbf{K}_{ib}^{(l)} \\ \mathbf{K}_{bi}^{(l)} & \mathbf{K}_{bb}^{(l)} \end{bmatrix} \quad (9)$$

将子结构凝聚为超单元,约束其边界条件求解得到

$$\Phi^{(l)} = [\Phi_0^{(l)} \quad \Phi_i^{(l)}] = \begin{bmatrix} \Phi_0^{(l)} & \Phi_i^{(l)} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中: $\Phi^{(l)}$ 为超单元的模态基,由固定界面下的超单元主模态 $\Phi_0^{(l)}$ 和单位约束下的超单元模态 $\Phi_i^{(l)}$ 组成; \mathbf{I} 为单位矩阵; $\Phi_0^{(l)}$ 、 $\Phi_i^{(l)}$ 分别为具体固定界面下的低阶模态集和单位约束下的模态集,设计夹层板不需考虑过高的模态,仅保留低阶模态即可。

将超单元的物理坐标转化为广义坐标,得

$$\mathbf{u}^{(l)} = \Phi^{(l)} \mathbf{p}^{(l)} = \begin{bmatrix} \Phi_0^{(l)} & \Phi_i^{(l)} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p}_i^{(l)} \\ \mathbf{p}_b^{(l)} \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中: $\mathbf{p}^{(l)}$ 为广义坐标下的位移向量; $\mathbf{p}_i^{(l)}$ 和 $\mathbf{p}_b^{(l)}$ 分别为广义坐标下的内部位移向量和边界位移向量。

将式(11)代入式(8)中,得到广义坐标下的单个超单元无阻尼动力平衡方程,即

$$\bar{\mathbf{M}}^{(l)} \begin{bmatrix} \mathbf{p}_i^{(l)} \\ \mathbf{p}_b^{(l)} \end{bmatrix} + \bar{\mathbf{K}}^{(l)} \begin{bmatrix} \mathbf{p}_i^{(l)} \\ \mathbf{p}_b^{(l)} \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{F}}^{(l)} \quad (12)$$

式中: $\bar{\mathbf{M}}^{(l)}$ 和 $\bar{\mathbf{K}}^{(l)}$ 分别为广义坐标下的质量矩阵和刚度矩阵; $\bar{\mathbf{F}}^{(l)}$ 为广义坐标下的荷载向量。

得到广义坐标系下单个超单元的参数矩阵后,需要将这若干相同的超单元再组合成空腹夹层板,也就是矩阵坐标的二次变换。若干的空腹夹层板子结构仅进行一次运算,再配以节点耦合和边界条件就能得到广义坐标系下的空腹夹层板动力方程。

由部分到整体是模态综合法的核心思想,可以有效解决结构复杂、难以获得参数矩阵等问题。空腹夹层板刚度计算难度大,使用超单元法能提高整体运算速率。由于计算中存在简化部分[式(11)],计算结果会产生一定的误差。

2 算 例

2.1 参数及建模

按照《钢筋混凝土空腹夹层板楼盖结构技术规程》^[5],设计一块角部支承的空腹夹层板。平面尺寸为 16 m×16 m,网格数为 838 个,厚度为 0.7 m。上、下肋截面高 0.2 m、宽 0.4 m,剪力键截面为 0.4 m×0.4 m,表层薄板厚 0.08 m(图 2),混凝土强度等级为 C30。

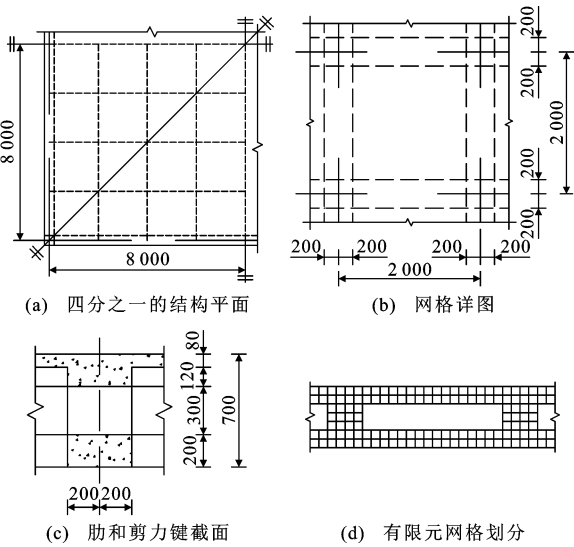


图 2 算例 1(单位:mm)

Fig. 2 Case 1 (unit:mm)

精有限元模型按照边长 0.1 m 的 3D 实体单元划分网格(图 2)。整块空腹夹层板模型划分了 56 320 个单元。

单个超单元选取图 3 所示的子结构来凝聚,即先划分为精有限元,再进行超单元凝聚,共有 880 个 3D 实体单元和 1 882 个独立节点。

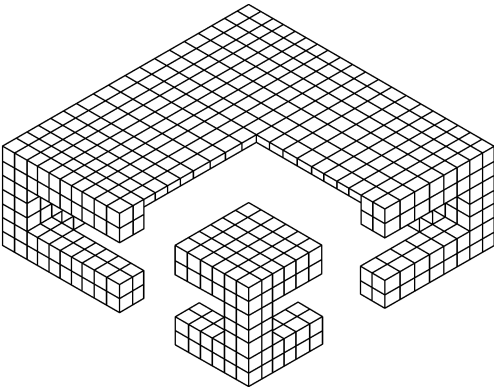


图 3 单个超单元空间示意图

Fig. 3 Schematic diagram of single superelement space

考虑到控制超单元边界节点数来调节其边界自由度,采取边界节点数逐渐减少的方法建立 3 组

超单元(图 4),其中圆形代表了超单元所设定的节点,4 个侧面相同。分别把 3 种超单元拓展出的空腹夹层板有限元模型称之为 A 型超单元模型、B 型超单元模型和 C 型超单元模型,简称超 A、超 B 和超 C 模型。将空腹夹层板精细有限元模型称为精细有限元。对比精细有限元,3 种超单元减少独立节点数百分比分别为 72.37%(A 型)、87.67%(B 型)、89.37%(C 型)。

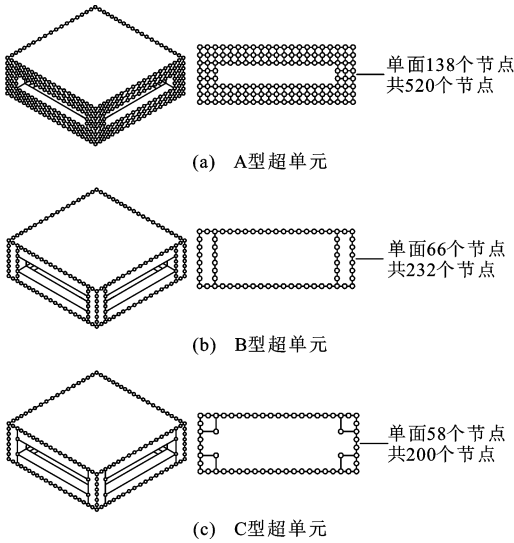


图 4 3 种不同边界节点的超单元

Fig. 4 Three superelements with different boundary nodes

对不同单元的空腹夹层板有限元模型进行相同的静力、振型及时程分析并对比结果。静力分析部分为在空腹夹层板模型板面上施加均布荷载 5 kPa 计算出空腹夹层板的受力位移。振型分析部分为计算出 4 种模型的自振频率及模态。时程分析为选取 El-centro 地震波的前 15 s 南北向加速度数据(图 5)加载在 4 种模型上,得到空腹夹层版随时间的变形数据。地震烈度取重力加速度 g ,阻尼计算采用瑞利法,取模态分析中前 2 阶自振频率计算,阻尼比参照规范取 0.05。

空腹夹层板有限元模型的模拟运算在商用有限

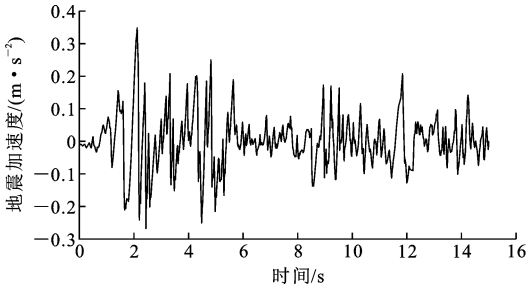


图 5 El-centro 南北向地震波

Fig. 5 South-north seismic waves of El-centro

元软件 ANSYS2021R1 上运行,采用一次性命令流输入方式。运行处理器平台为 i7-11800H,运行时间数据采用计算机内部时间计算,从命令流输入开始到获取结果为止。为了减少操作产生的误差,对同一模型进行 3 次计时,最终取平均值。

2.2 数值模拟对比及分析

将最大挠度作为静力部分对比的主要指标,对 4 种有限元模型进行对比(表 1)。当超单元相互连接部分的边界节点分布与精细有限元一致时,计算结果几乎没有误差。当减少超单元的边界节点数量后,计算结果会产生误差,但误差偏小,且与边界节点数量呈负相关的关系。

表 1 4 种模型静力误差分析

Table 1 Static error analysis of four models

模型	最大挠度/mm	误差/mm	相对误差/%
精细有限元	40.796		
超 A 模型	40.796	0.000	0.000
超 B 模型	41.972	1.176	2.883
超 C 模型	42.952	2.156	5.285

4 种模型的计算时间如图 6 所示。超单元模型的计算时间与超单元边界节点呈正相关。对比精细有限元的计算时间,超 A 模型与超 B 模型不如精细有限元,其中超 A 模型耗时是精细有限元的 1.6 倍。只有超 C 模型的计算速度比精细有限元快,能节约 11%的计算时间。

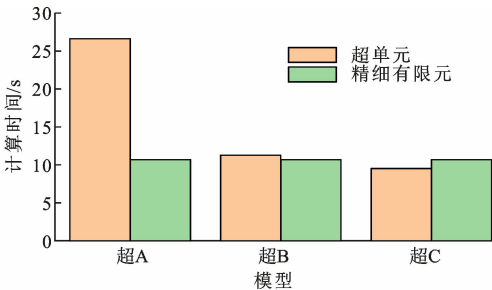


图 6 静力分析计算时间

Fig. 6 Calculation time for static analysis

表 2 4 种模型的振型频率误差分析

Table 2 Error analysis of vibration mode frequencies of four models

振型阶次	精细有限元振型频率/Hz	超 A 模型振型频率/Hz	超 A 模型相对误差/%	超 B 模型振型频率/Hz	超 B 模型相对误差/%	超 C 模型振型频率/Hz	超 C 模型相对误差/%
1	2.817 5	2.817 5	0.000	2.822 6	0.181	2.755 4	2.204
2	4.436 1	4.436 1	0.000	4.422 8	0.300	4.322 4	2.563
3	4.436 1	4.436 1	0.000	4.422 8	0.300	4.322 4	2.563
4	8.754 0	8.754 1	0.001	8.699 4	0.624	8.487 8	3.041
5	10.118 0	10.119 0	0.010	10.132 0	0.138	9.910 4	2.052
6	11.349 0	11.350 0	0.009	11.529 0	1.586	11.147 0	1.780

对比 4 种空腹夹层板有限元模型的前 6 阶自振频率,超单元法提取出的自振频率大小与精细有限元方法基本一致(图 7)。当超单元相互连接部分的边界节点分布与精细有限元一致时,自振频率基本一致。减少超单元的边界节点数量后,计算结果会产生误差,误差偏小(表 2),与边界节点数量呈负相关的关系。

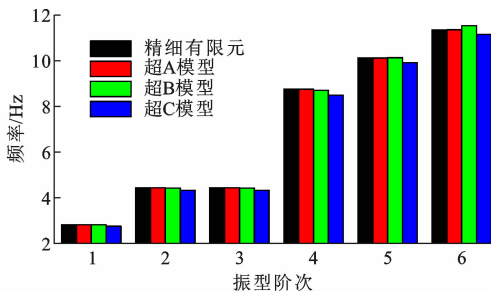


图 7 4 种模型前 6 阶自振频率对比

Fig. 7 Comparison of the first six natural vibration frequencies of four models

图 8 为空腹夹层板前 6 阶固有频率下的变形图(振型模态),图中的红色部分表示为该结构的最大相对位移处,蓝色部分则表示该处相对位移较小。模型下方的图例数值对应其颜色分布,该数值为所表示颜色部分的相对位移比值大小,数值均为正数。比较 4 种空腹夹层板有限元模型的前 6 阶振型模态可知,超单元法与精细有限元法得出的模态是相符的。超单元的边界节点数量对模型的模态影响不大,仅在超 C 模型中的 2、3 阶模态的变形数值上略有出入,总体趋势是相同的。

对比 4 种空腹夹层板有限元模型的振型计算时间(图 9)可知,采用超单元法时边界节点数量与计算所需的时间呈正相关。超 A 模型与超 B 模型计算时间超过精细有限元,其中超 A 模型计算时间是精细有限元的 3.1 倍。超 C 模型有较好的计算速度,比精细有限元节约 18%的计算时间。

对比 4 种空腹夹层板有限元模型的时程分析结

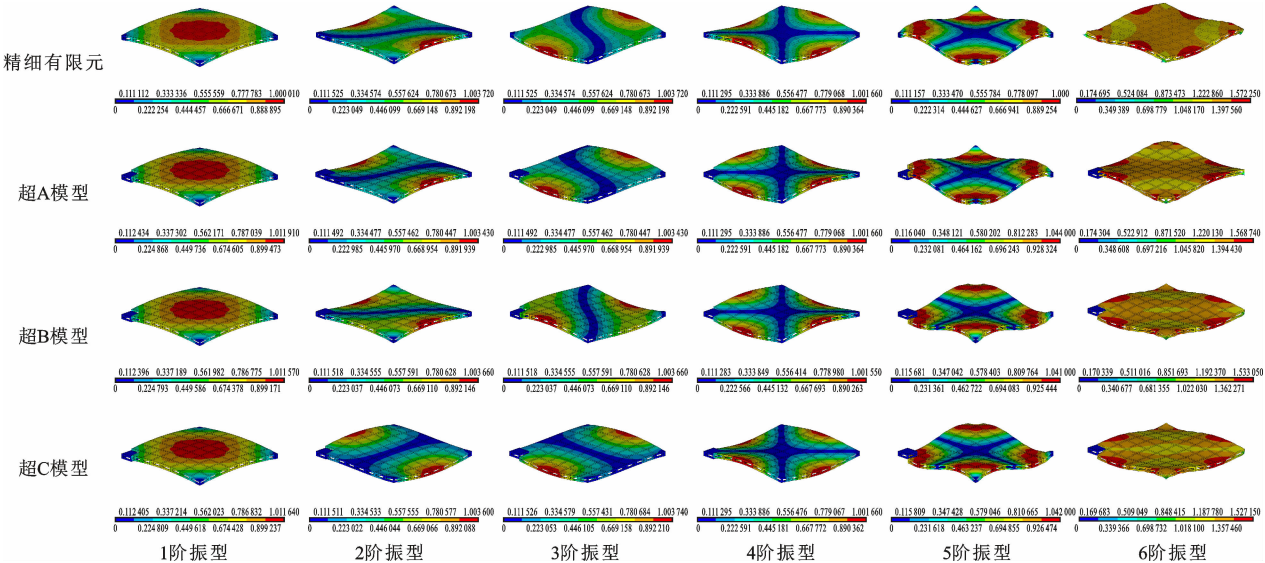


图 8 4 种模型前 6 阶振型下的变形

Fig. 8 Deformation of four models under the first six vibration modes

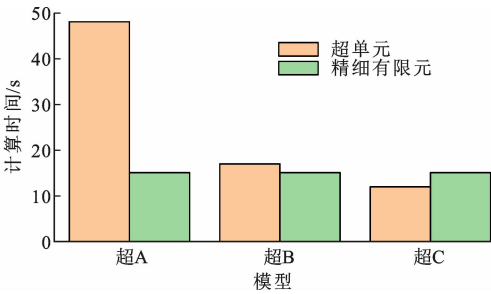


图 9 振型分析下的计算时间

Fig. 9 Calculation time for vibration mode analysis

果,取空腹夹层板面上中心点分析,得到此点在每个步长的水平位移情况(图 10)。超单元法与精细有限元法的结果高度一致,在位移时间及方向上完全相同。时程图像相似程度极高,仅在极点处有可见

误差。

极值点处位移数据见表 3,分析可知当超单元相互连接部分的边界节点与精细有限元一致时,图像几乎重合。超单元模型的计算误差大小与边界节点数量呈负相关。超 C 模型图像在极极点均有较小误差,最大相对误差没有超过 6%。对比 4 种空腹夹层板有限元模型的时程计算时间(图 11),边界节点数与模型计算所需时间呈正相关。超 A 模型计算时间是精细有限元的 1.6 倍,超 C 模型能节约 16% 的计算时间。

将超单元法空腹夹层板有限元模型的各项计算时间汇总,与精细有限元对比可知超单元的边界节点数量与模型的计算时间呈正相关。将超单元法空腹夹层板有限元模型的各项误差汇总,与精细有限

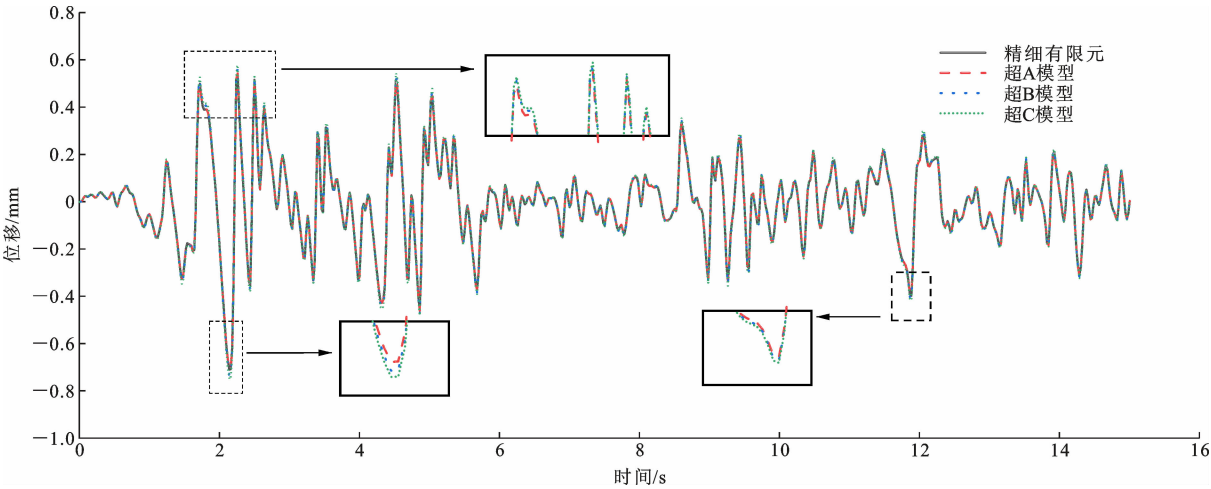


图 10 数据点的时程图像

Fig. 10 Time-history images of data points

表 3 4 种模型极值点动力误差分析

Table 3 Dynamic error analysis of extreme point of four models

模型	水平位移/mm	误差/mm	相对误差/%
精细有限元	0.709 4		
超 A 模型	0.709 4	0.000 0	0.00
超 B 模型	0.732 5	0.023 1	3.25
超 C 模型	0.749 5	0.040 2	5.66

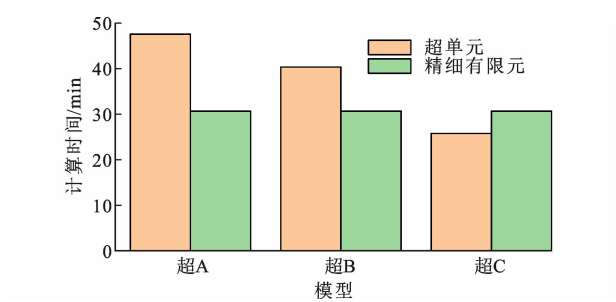


图 11 时程分析计算时间

Fig. 11 Calculation time for time-history analysis

元对比可知超单元的边界自由度数与误差呈负相关关系,即边界节点越多,计算结果越精确。

将超 C 模型各项分析的计算时间汇总,相比精细有限元节约了约 15% 的计算时间。将超 C 模型的各项分析误差汇总,与精细有限元相比最大分析误差不超过 6%。

2.3 不规则板型计算对比分析

考虑到工程设计中常出现非矩形板面的情况,将案例 1 中空腹夹层板掏出一块 2 m×2 m 的空洞以作模拟(图 12)。其余条件均不变,且使用效率较高的 C 型超单元和精细有限元进行计算对比。

将各项分析的关键数据汇总(表 4),在特殊板

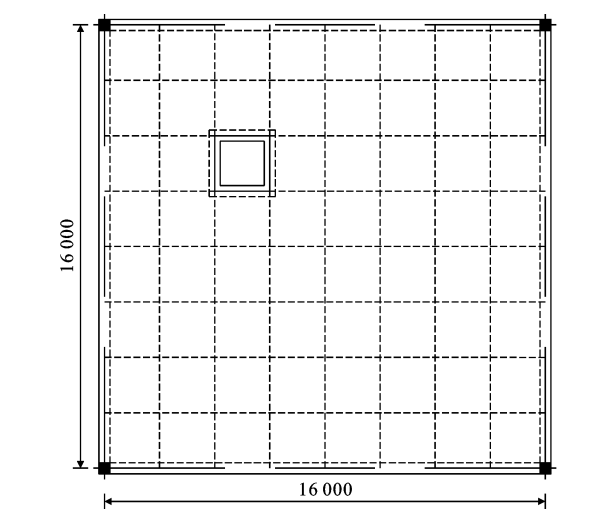


图 12 算例 2(单位:mm)

Fig. 12 Case 2 (unit:mm)

型的情况下,超 C 模型的最大相对误差不超过 4.9%,其计算精度符合预期。从图 13、14 可以看出,超 C 模型的变形趋势基本与精细有限元模型相符,保持了案例 1 中的精确度。

表 4 关键数据误差分析

Table 4 Error analysis of key data

参数	精细有限元	超 C 模型	相对误差/%
静力最大挠度/mm	40.953	42.954	4.886
1 阶振型频率/Hz	2.823 1	2.761 0	2.023
2 阶振型频率/Hz	4.426 5	4.313 1	2.562
3 阶振型频率/Hz	4.440 8	4.327 8	2.545
4 阶振型频率/Hz	8.581 2	8.319 6	3.049
5 阶振型频率/Hz	10.127 0	9.919 7	2.047
6 阶振型频率/Hz	11.398 0	11.193 0	1.799
时程极值点水平位移/mm	0.748 3	0.779 6	4.178

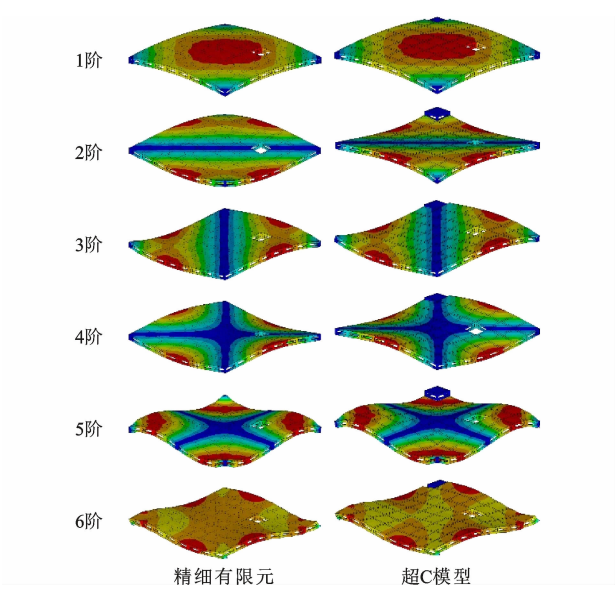


图 13 振型对比

Fig. 13 Vibration mode comparison

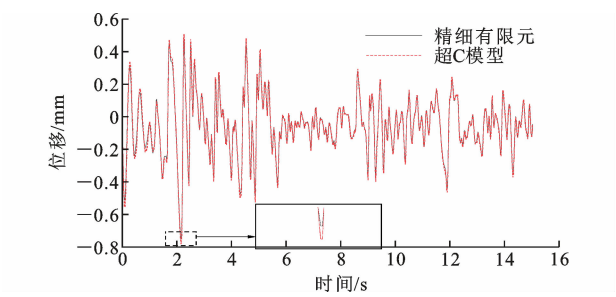


图 14 数据点的时程图像 2

Fig. 14 Time-history images of data points 2

将精细有限元模型和超 C 模型各项消耗时间汇总,得到以下数据:恒载下超 C 模型计算效率提高了约 12%,平均耗时 9.6 s;振型频率上超 C 模型计算效率提高了约 24%,平均耗时 14.2 s;时程分

析上超 C 模型计算效率提高约 15%, 平均耗时约 26 min。可以看出, 使用超 C 模型模拟不规则的空腹夹层板也能有效提高计算效率。

3 结 语

(1) 使用超单元法能快速计算出模型整体刚度、质量等参数, 与空腹夹层板结构有良好的适配性, 对于异形结构的离散化分析也有广泛应用价值。

(2) 采用超单元法对空腹夹层板进行有限元分析精度良好, 在与精细有限元边界自由度相同条件下, 其精度与精细有限元模型相同。

(3) 使用超单元法对空腹夹层板进行受力分析并不一定能提高运算速度。计算速度的提升和超单元的边界节点数量有关。建立的超单元边界自由度数量过多甚至会导致运算速率下降。

(4) 本文将整块空腹夹层板分解成若干子结构, 以实体单元建立的 C 型超单元的空腹夹层板有限元模型, 与精细有限元模型相比具有较高精准度, 最大相对误差不超过 6%; 超 C 模型的前 6 阶模态可作为真实结构的模态, 时程曲线与精细有限元相符。在常规设计分析中能节约 11%~24% 的计算时间, 且适用非矩形板面, 具有工程应用价值。

参考文献:

References:

- [1] 马克俭, 张华刚, 肖建春, 等. 钢筋混凝土空间网格结构[J]. 建筑结构学报, 2008, 29(增 1): 239-245.
MA Kejian, ZHANG Huagang, XIAO Jianchun, et al. Reinforced concrete spatial grid structures[J]. Journal of Building Structures, 2008, 29(S1): 239-245.
- [2] 马克俭, 张华刚, 郑 涛. 新型建筑空间网格结构理论与实践[M]. 北京: 人民交通出版社, 2006.
MA Kejian, ZHANG Huagang, ZHENG Tao. Theory and practice of new type architectural space griding structures[M]. Beijing: China Communications Press, 2006.
- [3] 张华刚, 胡 岚, 马克俭, 等. 空腹夹层板的静力性能分析及其实用计算方法[J]. 贵州工业大学学报(自然科学版), 2006, 35(3): 82-87.
ZHANG Huagang, HU Lan, MA Kejian, et al. Analysis on static behavior of open-web sandwich plate and a practical method[J]. Journal of Guizhou University of Technology (Natural Science Edition), 2006, 35(3): 82-87.
- [4] 钢筋混凝土空间网格结构空腹夹层板楼盖技术规程: DB23/T 1539—2014[S]. 哈尔滨: 黑龙江省住房和城乡建设厅, 2014.

Technical specification for reinforced concrete space griding structure with open-web sandwich plate: DB23/T 1539—2014 [S]. Harbin: Department of Housing and Urban-rural Development of Heilongjiang Province, 2014.

- [5] 钢筋混凝土空腹夹层板楼盖结构技术规程: DB22/48—2005[S]. 贵阳: 贵州省建设厅, 2005.
Technical specification for reinforced concrete open-web sandwich plate structures: DB22/48—2005 [S]. Guiyang: Guizhou Provincial Department of Construction, 2005.
- [6] 韦东阳, 肖建春, 刘卓群, 等. 钢-混凝土组合空腹夹层板几种有限元模型的对比研究[J]. 贵州大学学报(自然科学版), 2017, 34(4): 70-76.
WEI Dongyang, XIAO Jianchun, LIU Zhuoqun, et al. Comparative study of several finite element models of the steel concrete composite hollow sandwich plate [J]. Journal of Guizhou University (Natural Sciences), 2017, 34(4): 70-76.
- [7] 黄 勇, 马克俭. 基于板-块体模型的空腹夹层板有限元分析[J]. 贵州工业大学学报(自然科学版), 2002, 31(6): 10-14.
HUANG Yong, MA Kejian. Finite element analysis of plate-block model for open-web sandwich plate [J]. Journal of Guizhou University of Technology (Natural Science Edition), 2002, 31(6): 10-14.
- [8] 陈 波, 黄 勇, 马克俭. 空腹夹层板有限元分析的两种模型[J]. 建筑结构, 2001, 31(4): 58-60.
CHEN Bo, HUANG Yong, MA Kejian. Two models of finite element analysis for open-web sandwich plate [J]. Building Structure, 2001, 31(4): 58-60.
- [9] 陈 强, 肖建春, 马克俭, 等. 剪力键节点域对钢空腹夹层板静力特征的影响分析[J]. 广西大学学报(自然科学版), 2018, 43(1): 41-49.
CHEN Qiang, XIAO Jianchun, MA Kejian, et al. Effects of shear connector joints on static behavior in steel open-web sandwich plates [J]. Journal of Guangxi University (Natural Science Edition), 2018, 43(1): 41-49.
- [10] 姚 玲, 张华刚, 何 奇, 等. 混凝土空腹夹层板静力性能的有限元参数分析[J]. 空间结构, 2017, 23(1): 43-53.
YAO Ling, ZHANG Huagang, HE Qi, et al. Parametric finite element analysis on static behavior of concrete open-web sandwich plate [J]. Spatial Structures, 2017, 23(1): 43-53.
- [11] 姚 玲. 混凝土空腹夹层板力学性能及承载力设计研

- 究[D]. 贵阳:贵州大学,2017.
- YAO Ling. Study on mechanical properties and bearing capacity design of concrete vierendeel sandwich plate[D]. Guiyang:Guizhou University,2017.
- [12] BEL'YI M V. Superelement method for transient dynamic analysis of structural systems[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering,1993,36(13):2263-2286.
- [13] 李 昂,刘初升. 基于超单元技术的大型复杂结构的拓扑优化设计[J]. 中国机械工程,2017,28(20):2467-2474.
- LI Ang, LIU Chusheng. Topology optimization designs of large and complex structures based on super element technique[J]. China Mechanical Engineering,2017,28(20):2467-2474.
- [14] 杜大华,贺尔铭,李 锋. 基于多重动态子结构法的大型复杂结构动力分析技术[J]. 推进技术,2018,39(8):1849-1855.
- DU Dahua, HE Erming, LI Feng. Dynamics analysis technology of large-scale complex structures based on multilevel dynamic substructure method[J]. Journal of Propulsion Technology,2018,39(8):1849-1855.
- [15] 聂文伟,曹芝腑,姜 东,等. 基于重复子结构的缝合式夹芯板动态特性计算[J]. 复合材料学报,2020,37(2):482-491.
- NIE Wenwei, CAO Zhifu, JIANG Dong, et al. Vibration performance analyzing of stitched sandwich panel based on repetitive substructure[J]. Acta Materiae Compositae Sinica,2020,37(2):482-491.
- [16] 宋晓东,颜永逸,李佳靖,等. 基于子结构的大型桥梁有限元模型修正方法[J]. 桥梁建设,2021,51(2):40-46.
- SONG Xiaodong, YAN Yongyi, LI Jiajing, et al. Substructure-based finite element model updating of long-span bridge[J]. Bridge Construction,2021,51(2):40-46.
- [17] 周 润. 海上风机基础结构超单元计算方法研究[D]. 大连:大连理工大学,2019.
- ZHOU Run. Research of calculation methods for the super element of offshore wind turbine substructure [D]. Dalian:Dalian University of Technology,2019.
- [18] 孙伟男. 基于超单元的分扭齿轮箱有限元建模及其修正方法研究[D]. 南京:南京航空航天大学,2020.
- SUN Weinan. Research on finite element modeling and modification method of split-torque gearbox based on super-element[D]. Nanjing:Nanjing University of Aeronautics and Astronautics,2020.
- [19] 姜 东,徐 宇,曹 鑫,等. 行星轮系动态特性分析的重复超单元方法[J]. 机械设计与制造,2020(7):67-70,74.
- JIANG Dong, XU Yu, CAO Xin, et al. Repetitive super-element method of dynamic analysis of planetary gear system[J]. Machinery Design & Manufacture,2020(7):67-70,74.
- [20] GOULD N I M, SCOTT J A. A numerical evaluation of HSL packages for the direct solution of large sparse, symmetric linear systems of equations [J]. ACM Transactions on Mathematical Software,2004,30(3):300-325.
- [21] SCHENK O, GARTNER K, FICHTNER W, et al. PARDISO: a high-performance serial and parallel sparse linear solver in semiconductor device simulation[J]. Future Generation Computer Systems,2001,18(1):69-78.